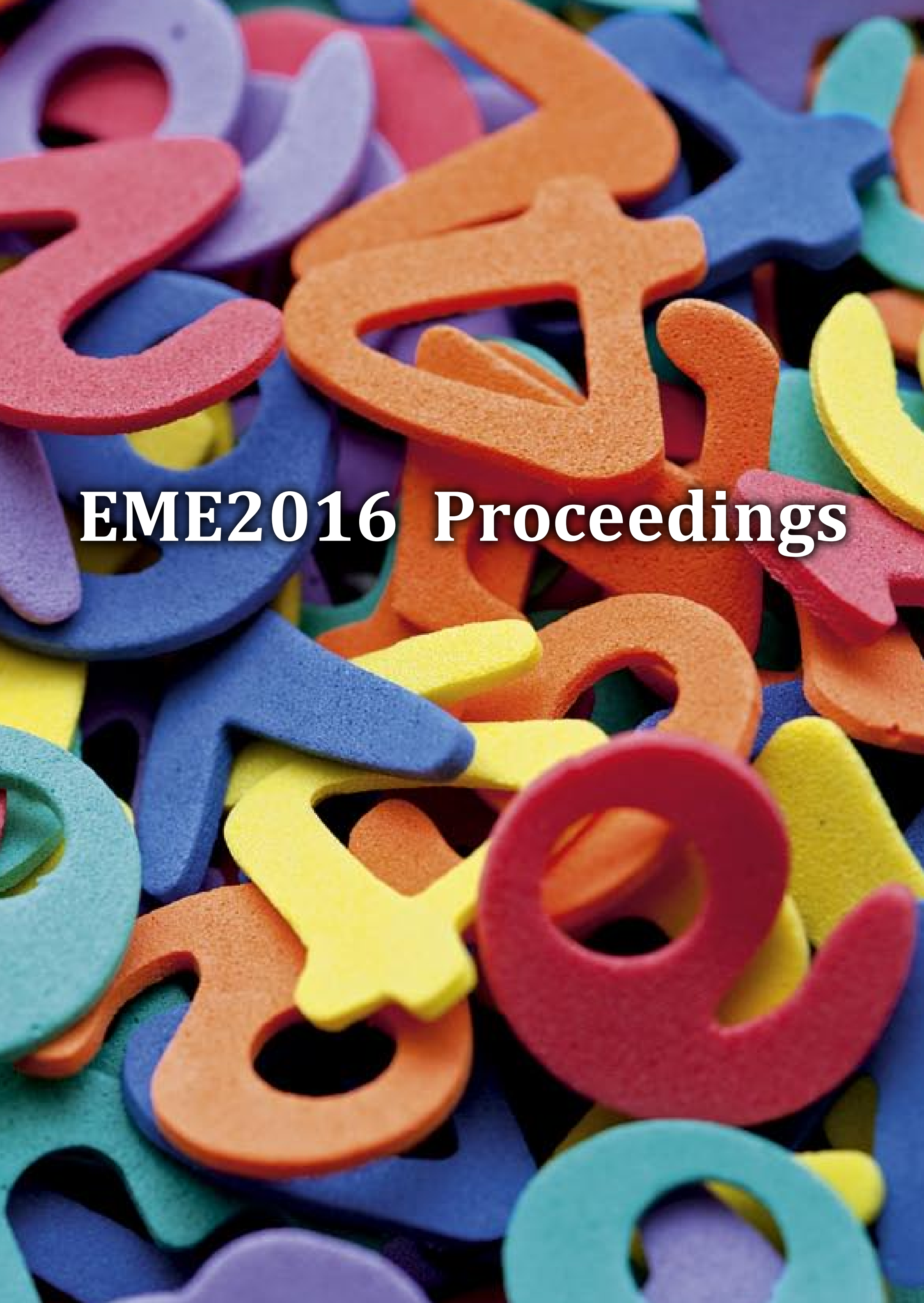
EME2016 Proceedings



EME2016 Proceedings

Primární matematické vzdělávání v souvislostech

21. ročník vědecké konference s mezinárodní účastí
Elementary Mathematics Education

Primary mathematics education in context

21st scientific conference with international participation
Elementary Mathematics Education

OLOMOUC 2016

Anotace

Sborník obsahuje příspěvky účastníků vědecké konference s mezinárodní účastí *Elementary Mathematics Education 2016*, která se pod názvem „Primární matematické vzdělávání v souvislostech“ konala ve dnech 20. - 22. 4. 2016 na Pedagogické fakultě Univerzity Palackého v Olomouci.

Výsledky vědeckovýzkumné, odborné a pedagogické činnosti účastníků konference jsou zaměřeny na aktuální problémy matematické přípravy učitelů primárních škol i školské praxe.

Abstract

The proceedings contain contributions from all the participants of the scientific conference with international participation *Elementary Mathematics Education 2016* this year under the title “Primary mathematics education in context” which was held 20. - 22. 4. 2016 at the Faculty of Education, Palacký University in Olomouc, Czech Republic. The results of scientific research, professional work and pedagogical activities of conference participants are focused on current problems in the mathematical preparation of primary school teachers and school practice.

Za původnost a správnost jednotlivých příspěvků odpovídají jejich autoři.
Příspěvky neprošly redakční ani jazykovou úpravou.

ISBN 978-80-905281-3-0

Cíl a zaměření konference

Prezentace původních výsledků v oblasti elementární matematiky a didaktiky matematiky, zaměřené k využití v teorii i praxi primární školy a v pregraduální přípravě učitelů. Teoretické reflexe i výstupy výzkumů na pracovištích v ČR a zahraničí v souvislosti se změnami v kurikulu i metodách výuky matematiky.

Hlavní témata konference

- Matematická gramotnost, její přesahy do gramotnosti čtenářské a finanční.
- Interdisciplinarita matematiky a filozofie, psychologie, historie, lingvistiky, literatury, přrodních věd, věd o zemi, umění, … a její aplikace ve vzdělávání.
- Současnost a perspektivy teorie a praxe výuky matematiky orientované na žáka.
- Posuzování a hodnocení kvality výuky včetně využití moderních přístupů a technologií.

Aims of the Conference

Presentation of original results in elementary mathematics and mathematical education focused on its usage in primary school theory and practice and in the mathematical preparation of primary school teachers. Theoretical considerations and research results at workplaces in the Czech Republic and abroad in connection with changes in curriculum and changes in teaching mathematics methods.

Main Conference Topics:

- Mathematical literacy, its overlaps into the reading literacy and financial literacy.
- Interdisciplinarity of mathematics and philosophy, psychology, history, linguistics, literature, natural sciences, earth sciences, arts,… and its application in education.
- Present and perspectives of pupil's oriented math teaching theory and practice.
- Assessment and evaluation of teaching quality including the use of modern approaches and technologies.

Obsah

ÚVODEM

Letošní konference *Elementary Mathematics Education 2016* je zaměřena k tématu „Primární matematické vzdělávání v souvislostech“. Po loňské zdařilé konferenci v Ružomberku, od které uplynul právě rok, se opět sešla řada těch, kdo se zabývají primárním matematickým vzděláváním, již tradičně v jarní Olomouci.

Ambicí konference je alespoň dílčím způsobem přispět k dalšímu rozvoji didaktiky matematiky jako akademické disciplíny, zkoumající vzdělávací realitu z hlediska, které je pro kvalitu výsledků matematického vzdělávání rozhodující.

V každém z dvaceti předchozích ročníků konference byl kladen důraz na propojení vzdělávací teorie či výzkumu s praxí, na kvalitu profesní práce učitelů matematiky a na inovace v pregraduální přípravě učitelů primárních škol. Stejně je tomu i v letošním roce, jak o tom svědčí hlavní témata konference.

Příprava učitelů primárních škol patří na olomoucké univerzitě k nejvýznamnějším nejen počtem studentů a velikostí regionu působnosti. Možnost získání vysokoškolského vzdělání pro učitele nejmladších dětí je nesporně cennou devizou dnešní doby. Jsme však všichni svědky toho, že extenzívní rozvoj vysokého školství doprovázený pouhým kvantitativním nárůstem vědecké aktivity a jejím účelovým vykazováním není samozřejmou cestou k žádoucímu zvyšování kvality všestranné profesní přípravy budoucích učitelů - a tím také kvality (nejen) primárního matematického vzdělávání. Smysl a význam matematické komponenty profesní přípravy učitelů primárních škol je ovšem trvalý a nabývá nových dimenzí i nových příležitostí. Věříme, že takovou příležitostí k odborným i lidským setkáváním těch, kteří se matematice v primárním vzdělávání i ve vysokoškolské přípravě učitelů věnují, se stala i letošní naše konference.

Přivítali jsme na ní letos opět mnohé účastníky ze Slovenska, Polska a České republiky, o účast projevili zájem také kolegové z dalších zemí.

Záštitu nad konferencí přijal děkan Pedagogické fakulty UP v Olomouci doc. Ing. Čestmír Serafín, Dr., jemuž patří za všestrannou podporu dík organizátorů z Katedry matematiky PdF UP v Olomouci i všech účastníků.

Organizátoři zpracovali pro účastníky konference a další zájemce recenzovaný sborník plných textů příspěvků v jazyce prezentace s anglickými abstrakty.

Mezinárodní programový i organizační výbor konference věří, že konference úspěšně naváže na předchozí ročníky a přispěje k dalšímu rozvoji didaktiky matematiky.

Za programový a organizační výbor

V Olomouci dne 8. 3. 2016 Bohumil Novák

PLENÁRNÍ PŘEDNÁŠKY

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

BADATELSKY ORIENTOVANÉ VYUČOVÁNÍ MATEMATICE V PŘÍPRAVĚ BUDOUCÍCH PRVOSTUPŇOVÝCH UČITELŮ

Libuše SAMKOVÁ

Abstrakt

Příspěvek představuje pedagogický výzkum zaměřený na implementaci badatelsky orientovaného vyučování do univerzitních kurzů matematiky pro budoucí prvostupňové učitele. V hlavní části se věnujeme otázkám souvisejícím s plánováním a vedením ročního badatelsky orientovaného kurzu aritmetiky, např. typologii úloh vhodných pro takový kurz, či často se vyskytující otázce jestli a jak je možné skloubit časově náročné badatelské aktivity s požadavky na obsahovou náplň výuky. Na závěr krátce zmíníme výsledky výzkumu související s postoji budoucích učitelů k matematice a s jejich znalostmi matematického obsahu.

Klíčová slova: badatelsky orientované vyučování matematice; příprava budoucích učitelů; 1. stupeň základního vzdělávání

INQUIRY-BASED MATHEMATICS TEACHING IN FUTURE PRIMARY SCHOOL TEACHERS' EDUCATION

Abstract

The paper presents educational research that deals with implementation of inquiry-based teaching into university mathematics courses for future primary school teachers. The main part of the paper focuses on questions related to planning and conducting one-year inquiry-based course on arithmetic, e.g. typology of tasks suitable for such courses, or often occurring question whether and how it is possible to harmonize time-consuming inquiry activities with requirements on the course content. At the end of the paper we shall briefly mention results of the research related to future teachers' attitudes towards mathematics, and to their mathematics content knowledge.

Key words: inquiry-based mathematics teaching; future primary school teachers; teachers' education

1. Úvod

V tomto příspěvku se budeme věnovat využití badatelsky orientovaného vyučování matematice v přípravě budoucích prvostupňových učitelů. Pravidelní účastníci konferencí EME se s tématem zařazení badatelsky orientovaných aktivit do univerzitní přípravy budoucích prvostupňových učitelů setkali již na jedné z předloňských plenárních přednášek (HOŠPESOVÁ 2014), během které bylo hovořeno o zařazení několika izolovaných badatelsky orientovaných aktivit do kurzů didaktiky matematiky a byl diskutován možný vliv těchto aktivit na oborově didaktické kompetence studentů.

Tentokrát se budeme věnovat badatelským aktivitám dlouhodobějšího charakteru, a to experimentu, v rámci kterého byl pro studenty druhého ročníku magisterského oboru Učitelství pro 1. stupeň upraven dvousemestrální povinný kurz aritmetiky tak, aby byl celý v souladu se zásadami badatelsky orientovaného vyučování. Týdenní hodinová dotace kurzu je 1+2, jeho obsahem jsou témata „úvod do logiky", „úvod do teorie množin" a „číselné obory". Experimentu se zúčastnilo 33 studentů rozdělených na cvičení do dvou skupin.

2. Badatelsky orientované vyučování

Badatelsky orientované vyučování matematice (BOVM) lze zjednodušeně charakterizovat jako vyučování, při kterém je žákům/studentům nabídnuta možnost používat tzv. badatelské postupy a metody práce, tedy postupy a metody, které při své výzkumné práci používají odborní vědečtí pracovníci. Tyto postupy a metody jsou samozřejmě přizpůsobeny školnímu kontextu, a tak žáci/studenti místo nových vědeckých objevů znovuobjevují školskou matematiku nebo řeší jednoduché aplikační problémy související s každodenní realitou. V jistém smyslu může být BOVM chápáno jako propedeutika teoretické i aplikované matematiky.

Pojem BOVM se sice v českém vzdělávacím prostředí objevil teprve nedávno, ale teoretické rámce založené na podobných myšlenkách se objevovaly i dříve: např. učení řešením úloh a problémů, teorie didaktických situací, apod. (více v přehledové studii SAMKOVÁ et al. 2015).

Východiskem pro badatelské aktivity žáků/studentů při hodinách matematiky je vytvoření vhodného prostředí. To je obvykle dáno úlohou nebo problémem, který mají žáci/studenti vyřešit. Úlohy podněcující badatelské aktivity žáků budeme nazývat *badatelské úlohy*. Badatelská úloha by měla obsahovat něco pro řešitele neznámého, co je vnímáno jako podnětné nebo zajímavé. Ale bádání je možné jen v případě, kdy k této neznámé části mohou řešitelé přistupovat prostřednictvím věcí již známých, protože pouze známá fakta a jejich souvislosti mohou vést k domněnkám a úsudkům, které řešiteli umožňují hledat cestu k řešení úlohy.

3. Jak plánovat a jak získat čas

Prvním krokem při plánování badatelsky orientovaného kurzu dlouhodobějšího charakteru je výběr látky, která při řešení badatelských úloh bude hrát roli té *známé* části. Jedná se hlavně o nezbytná vymezení pojmů (u tématu „úvod do teorie množin" jde například o pojmy množina, prvek množiny, podmnožina, prázdná množina, sjednocení, průnik, rozdíl, doplněk, Vennův diagram). Tato látka bude při kurzu přednesena na přednáškách. Badatelské aktivity se budou odehrávat na cvičeních (u tématu „úvod do teorie množin" si při nich studenti mohou například sami objevovat, jestli a jak je možné využít Vennovy diagramy při řešení různých typů slovních úloh).

Současně s výběrem „známé" látky je třeba věnovat pozornost i časové dotaci plánovaných badatelských aktivit. Některé badatelské aktivity jsou na první pohled časově náročné, ale tato jejich nevýhoda může být při vhodné volbě objevovaného tématu vykompenzována tím, že téma, které si studenti sami objeví, již nemusí být součástí výkladu.

Například při našem experimentu byla studentům bez jakéhokoliv výkladu o možnostech využití Vennových diagramů při řešení slovních úloh předložena jako samostatná práce úloha

> *Některé děti z páté třídy jely o podzimních prázdninách na výlet a navštívily Prahu, Brno nebo Olomouc. Na výlet jeli 3 kluci, do každého města jeden. Jitka jela do Brna a do Olomouce, Vlasta do Brna a do Prahy, Eva se Sylvou jely do Prahy a do Olomouce. Dana a Alena navštívily všechna 3 města. Kolik dětí bylo v Brně? Kolik v Praze nebo v Olomouci? Kolik dětí bylo v Brně, ale nebylo v Praze?*

s pokynem, že pokud chtějí, mohou při jejím řešení zkusit použít Vennovy diagramy.[1]

Studenti tuto jedinou úlohu řešili poměrně dlouho, asi 20 minut, ale tato činnost úspěšně nahradila původní „nebadatelské“ 45-minutové cvičení, při kterém bylo nejprve vyloženo využití Vennových diagramů při řešení podobných úloh a poté na tabuli řešeno několik úloh s gradující obtížností (úloha o dětech na výletě jako poslední). Ušetřených 25 minut bylo na „badatelském“ cvičení věnováno společnému rozboru řešení úlohy a individuálním konzultacím se slabšími studenty.

U některých badatelských úloh není možné čas jim věnovaný takto jednoduše kompenzovat a potřebný čas je nutno získat jinde. Nám se osvědčil přístup, kdy z plánů cvičení byly vyjmuty některé úseky věnované početním úlohám zaměřeným na dril. Vyjmuté úlohy byly během celého školního roku průběžně zadávány k domácímu procvičování a jejich zvládnutí bylo kontrolováno při písemkách. Úspěšnost při písemkách byla srovnatelná s předchozími lety, kdy kurzy probíhaly "nebadatelsky".

4. Jaké badatelské úlohy vybírat

Při našem experimentu byly na cvičeních používány badatelské úlohy různých typů. Charakteristiky těchto typů z hlediska struktury badatelské úlohy naleznete v přehledové studii (SAMKOVÁ et al. 2015).

Z hlediska obecného obsahového cíle se jednalo o následující typy úloh:

1. Úlohy uplatňující zcela nedávno nabyté poznatky v nových (neznámých) kontextech, např. při objevování neznámých metod řešení. Sem patří i výše uvedené bádání s Vennovými diagramy.
2. Úlohy nabízející nový pohled na dříve probíraná a studenty již osvojená témata: propojení témat s jejich praktickými aplikacemi, sloučení více různých témat do jedné úlohy, apod. Například kvůli získání nového

---

[1] Z 29 studentů přítomných na cvičeních použilo 28 Vennovy diagramy, 26 jich mělo prvky v diagramech umístěny správně. Z 26 studentů se správnými diagramy jich 19 odpovědělo správně na všechny tři otázky a 7 mělo špatně odpověď na druhou otázku (u 2 chyba souvisela s nesprávnou interpretací logické spojky *nebo*, u 5 se jednalo o „přehlédnutí“ jednoho z prvků v diagramu).
Na cvičeních bylo přítomno 15 studentů, pro které bylo téma „Vennovy diagramy“ zcela nové (neznali ho ze střední školy). Z nich 14 při řešení úlohy použilo Vennovy diagramy, 13 jich mělo prvky v diagramech umístěny správně, 12 odpovědělo správně na všechny tři otázky a 1 měl špatně odpověď na druhou otázku ("přehlédl" jeden z prvků v diagramu).

pohledu na dělitelnost, vlastnosti operací s přirozenými čísly, desítkovou soustavu a způsob zápisu v nedesítkových soustavách studenti sami objevovali kritéria sudosti v nedesítkových soustavách (viz SAMKOVÁ, TICHÁ 2016a).

3. Úlohy připravující na zcela nové téma (zde cvičení předchází přednášce), např. výkladu tématu „ekvivalence množin“ předcházelo cvičení s badatelskými úlohami využívajícími manipulativní činnosti zaměřené na porovnávání přiřazováním a základy kombinatoriky.
4. Úlohy aktuálně reagující na nějakou obtíž, se kterou se studenti nebyli schopni vypořádat. Například jako reakce na obtíže při řešení úloh založených na vlastnostech kanonického rozkladu druhých mocnin byla na cvičení neplánovaně zařazena badatelská úloha, která nejprve zkombinovala hledání počtu různých rozkladů daného čísla na součin dvou činitelů a Gaussovu větu o počtu dělitelů tohoto čísla, aby posléze dovedla studenty k hledání souvislostí mezi rozklady na součin a výpisy dělitelů za podmínky, kdy dané číslo je/není druhou mocninou.

Tato typologie není disjunktní, jedna badatelská úloha může náležet k více typům zároveň.

5. Jak vybrané úlohy diskutovat

Při výuce matematiky realizované prostřednictvím řešení úloh a problémů je nezbytnou součástí řešení široká diskuse nad jednotlivými postupy a výsledky, která řešitelům odhaluje alternativní přístupy a umožňuje jim vyjasnit si své myšlenky. Při plánování badatelsky orientovaného vyučování je tak třeba pro podobné diskuse rezervovat dostatek času. Diskuse většinou následuje bezprostředně poté, co žáci/studenti pracovali na úloze samostatně nebo v malých skupinkách.

Nám se osvědčil i poněkud upravený postup: některé badatelské úlohy jsme zařadili na konec cvičení tak, že studenti měli dostatek času na samostatné řešení úlohy, ale společná diskuse byla odložena až na příští cvičení o týden později. Ukázalo se, že pokud je úloha dostatečně podnětná, tak studenti o problému v době mezi cvičeními živě diskutují mezi sebou, porovnávají si své postupy a výsledky, hledají informace o podobných úlohách na internetu. Do diskuse s účastí učitele tak přijdou vybaveni novými poznatky a názory.

Toto oddělení diskuse od individuálního řešení má pro učitele ještě jednu výhodu: na základě řešení vybraných od studentů na konci prvního cvičení může učitel na začátek druhého cvičení (před diskusí) připravit navazující badatelské aktivity a tyto aktivity diferencovat. Například na jednom cvičení našeho kurzu řešili studenti samostatně badatelskou úlohu související se sudostí a lichostí v nedesítkových soustavách. Závěrečným úkolem bylo vyslovit a zdůvodnit kritérium sudosti, které by platilo v libovolné nedesítkové soustavě (podrobněji SAMKOVÁ, TICHÁ 2016a). Na základě studentských řešení byly pro následující cvičení připraveny různé skupinové úkoly. Pro studenty, kteří dokázali kritérium najít a zdůvodnit, byla připravena obecnější úloha o dělitelnosti číslem o 1 menším, než je základ soustavy. Studenti, kteří kritérium našli, ale neuvedli relevantní zdůvodnění, dostali za úkol kritérium zdůvodnit. Studentům, kteří správné znění kritéria nenašli, byl předložen seznam všech chybných znění kritérií, která se ve studentských řešeních objevila, a jejich úkolem bylo pro každé kritérium najít protipříklad potvrzující jeho nesprávnost.

6. Jak vybrané úlohy začleňovat

Často diskutovaná problematika provázející implementaci badatelských metod do matematického vyučování souvisí s otevřeností badatelských úloh (otevřenost ve smyslu otevřeného přístupu k matematice – podrobněji ve studii SAMKOVÁ et al. 2015). U otevřených úloh existuje více způsobů jak úlohu uchopit, více způsobů jak úlohu řešit, více různých řešení (někdy i s nejasnou klasifikací) nebo více způsobů jak z úlohy vytvořit úlohu novou. Pokud se podobných neurčitostí v úloze nakumuluje více, může se snadno stát, že řešitel stráví všechen čas ověřováním různých možností a okolností a úlohu nestihne dořešit. Žáci/studenti, kteří jsou z „nebadatelsky“ vedených hodin zvyklí na to, že *úspěšně vyřešená úloha = nalezené řešení*, pak mohou být zmateni (učiteli nevadí, že většina třídy řešení nenalezla) či dokonce frustrováni (z vlastní neschopnosti řešení nalézt). Tyto negativní pocity se umocní, pokud k podobným situacím dochází opakovaně a pokud se při výuce více otevřené badatelské úlohy často střídají s úlohami, jejichž cílem je rychlé a efektivní nalezení řešení.

Při našem experimentu se velice osvědčilo používání barevných papírů pro označení badatelských úloh (hlavně těch, které nesledují konkrétní obsahové cíle, ale jejichž primárním cílem je získání zkušeností s badatelskými postupy a metodami práce, s objevováním nových cest a širších souvislostí, s argumentací a ověřováním; ve výše uvedené typologii se jedná zejména o úlohy uvedené pod čísly 2 a 4). Studenti věděli, že barevné papíry budou odevzdávat, a tak se snažili úlohu vyřešit a své myšlenky zaznamenávat, zároveň však věděli, že se nemusí zbytečně stresovat, pokud ve svém snažení o nalezení řešení nebudou úspěšní.[2]

7. Místo závěru… několik dílčích výsledků

Zde popisovaný badatelsky orientovaný kurz aritmetiky je součástí tříletého projektu. Kurz proběhl v loňském školním roce, letos na něj plynule navázal kurz didaktiky matematiky. Cílem projektu je implementovat badatelsky orientované vyučování do univerzitní přípravy budoucích prvostupňových učitelů a sledovat, jaký vliv tato skutečnost má na jejich profesní kompetence: na znalosti matematického obsahu, didaktické znalosti obsahu, postoje a nazírání na matematiku, na podobu jejich průběžných praxí.

Dílčí výsledky výzkumu se týkají kurzu aritmetiky. Prokázán byl jeho kladný vliv na přístup studentů k argumentaci a na jejich argumentační schopnosti: studenti efektivněji používají protipříklady, místo empirických argumentů (několik jednotlivých příkladů, příklady s velkými čísly, apod.) se více či méně úspěšně snaží používat argumenty deduktivního charakteru (SAMKOVÁ, TICHÁ 2016a). Objevily se také změny v postojích a nazírání na matematiku. V sebereflexích na konci kurzu studenti deklarovali několik nově získaných pohledů na matematiku, které kladně ovlivňují proces učení se: např. zjištění, že pokud si něco sami objeví,

[2] Neočekávaně měla tato záležitost u budoucích prvostupňových učitelů nejen antistresový, ale i významný motivační efekt. Během školního roku se studenti sami často vyptávali „kdy zase budou pracovat na barevné papíry“ a těšili se, až budou „objevovat barevnou matematiku“.

lépe se jim to pamatuje; že při objevování se vynořují nové souvislosti; že řešení gradujících úloh pomáhá, protože umožňuje pochopit nejprve jednodušší věci; že lepšímu pochopení pomáhá propojování teorie s příklady nebo praktickými aplikacemi (SAMKOVÁ, TICHÁ 2016b). Vlivem absolvovaného badatelsky orientovaného kurzu se u studentů také rozvinul otevřený přístup k matematice: studenti nehledají pouze jedno řešení předloženého problému, akceptují různé formy zápisu daného řešení, někteří studenti se snaží hledat všechna řešení problému a ověřovat, že opravdu žádná další řešení neexistují (SAMKOVÁ, TICHÁ 2016c).

Další zajímavé úlohy a dílčí výsledky z našeho projektu naleznete v konferenčním příspěvku (TICHÁ, SAMKOVÁ 2016), ve kterém je diskutována implementace metod badatelsky orientovaného vyučování do jednosemestrálního volitelného univerzitního kurzu Didaktické situace ve vyučování matematice.

Poděkování

Tento příspěvek byl realizován s podporou projektu GAČR 14-01417S *Zkvalitňování znalostí matematického obsahu u budoucích učitelů 1. stupně prostřednictvím badatelsky orientované výuky.*

Literatura

1. HOŠPESOVÁ, A. 2014. Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ a příprava učitelů. In: UHLÍŘOVÁ, M. *Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace: Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí.* Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, s. 8-14. ISBN 978-80-244-4062-0.
2. SAMKOVÁ, L., HOŠPESOVÁ, A., ROUBÍČEK, F., TICHÁ, M. 2015. Badatelsky orientované vyučování matematice. *Scientia in educatione*, 6(1), s. 91-122. ISSN 1804-7106.
3. SAMKOVÁ, L., TICHÁ, M. 2016a. Developing views of proof of future primary school teachers. In Balko, L., Szarková, D., Richtáriková, D. *Proceedings, 15th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2016*, Bratislava, s. 987-998. ISBN 978-80-227-4531-4.
4. SAMKOVÁ, L., TICHÁ, M. 2016b. *On the way to enhance future primary school teachers' beliefs about mathematics via inquiry based university courses.* Výzkumná zpráva přijatá jako příspěvek na konferenci 13th International Congress on Mathematical Education (ICME-13), červenec 2016, Hamburk.
5. SAMKOVÁ, L., TICHÁ, M. 2016c. *Developing open approach to mathematics in future primary school teachers.* Výzkumná zpráva v recenzním řízení na konferenci 13th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2016 (ERIE 2016), červen 2016, Praha.
6. TICHÁ, M., SAMKOVÁ, L. 2016. Badatelsky orientované vzdělávání jako jedna z cest ke zkvalitňování profesionality učitelů. In *EME 2016.*

Kontaktní adresa

RNDr. Libuše Samková, Ph.D.
Jihočeská univerzita v Č. Budějovicích, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky
Jeronýmova 10, 371 15 České Budějovice
Telefon: +420 387 773 091, E-mail: lsamkova@pf.jcu.cz

PRIMÁRNE MATEMATICKÉ VZDELÁVANIE V MEDZINÁRODNOM KONTEXTE - PODNETY PRE SKVALITNENIE VÝUČBY

Iveta SCHOLTZOVÁ

Abstrakt

Medzinárodné merania výsledkov a kontextu vzdelávania zaznamenávajú a analyzujú výsledky vzdelávacích systémov participujúcich krajín a monitorujú ich zmeny v čase. Identifikujú silné a slabé stránky edukačných systémov a poskytujú zúčastneným krajinám podnety pre skvalitnenie vzdelávania. Pod gesciou IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) sa v štvorročných cykloch realizuje štúdia TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), ktorá zisťuje výsledky vzdelávania vzhľadom na predpísaný obsah vzdelávania. Jej súčasťou je aj zisťovanie vedomostí a zručností z matematiky u desaťročných žiakov. Analýza vybraných aspektov primárneho matematického vzdelávania v medzinárodnom kontexte môže byť zdrojom informácií pre skvalitnenie matematickej edukácie na národnej úrovni.

Klíčová slova: matematika, primárne vzdelávanie, medzinárodná komparácia, kvalita výučby

PRIMARY MATHEMATICAL EDUCATION IN INTERNATIONAL CONTEXT – INSPIRATION FOR ENHANCING TEACHING

Abstract

International measurement of outcomes and educational context record and analyze the performance of the education systems in the participating countries and monitor their changes over time. Such measurements identify the strengths and weaknesses of the education system and provide participating countries inspirations for improving the quality of education. Under the auspices of the IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) conducts assessment in four-year cycles to survey learning outcomes with respect to the prescribed curriculum. It includes the survey of knowledge and skills of students (ten years old) in mathematics. Analysis of selected aspects of primary mathematical education in an international context can provide valuable information for improving mathematical education of the national level.

Key words: mathematics, primary education, international comparison, the quality of teaching

1. Úvod

Kvalitatívna analýza dvoch aspektov edukácie, kurikulum primárnej matematickej edukácie a používané didaktické prostriedky (učebné texty), vo vybraných krajinách (Austrália, Fínsko, Francúzsko, Chorvátsko, Írsko, Japonsko, Nemecko, Taliansko) napomáha lepšie pochopiť implikácie a možné dopady zavedených edukačných reforiem v danej problematike v národnom kontexte (Slovensko). Zdrojom relevantných dát sú oficiálne kurikulárne dokumenty a učebné texty z matematiky používané v jednotlivých krajinách. Výber daných dvoch aspektov – kurikulum primárnej matematickej edukácie a učebné prostriedky – je determinovaný teoretickými východiskami štúdie TIMSS. Jedným z troch aspektov štúdie TIMSS je zamýšľané kurikulum (intended curriculum), ktoré reprezentuje ciele a obsah vzdelávania v matematike jednotlivých krajín a pre jeho identifikovanie je potrebná analýza učebných osnov a učebníc.

Komparácia ako výskumná metóda (v pedagogických vedách) je považovaná za adekvátny ekvivalent experimentálnej metódy, ktorá sa využíva prevažne v prírodných vedách. (Bray et al., 2007) Pre získavanie relevantných dát sú používané verejne dostupné zdroje (informačné databázy).

Komparatívna analýza, z hľadiska typológie edukačného výskumu, sa vyznačuje systémovým prístupom. (Švec, 1998) Je charakterizovaná ako skúmanie závislostí medzi edukačnými efektmi ako závislými premennými na jednej strane a kontextovými determinantami ako nezávislými premennými na strane druhej. Obsah vyučovacieho predmetu, jeden z kontextových determinantov, patrí so štrukturálne komplexnejšieho mechanizmu, ktorý je známy pod pojmom kurikulum. Kurikulum je jedným z primárnych kontextových determinantov edukačných efektov. (Kresila, 2014)

2. Obsah matematického vzdelávania

Východiskovou bázou pre komparatívnu analýzu primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a vo vybraných krajinách boli výsledky štúdie TIMSS (Galádová, 2013; Mullis et al., 2012) z roku 2011 pre populáciu 1 (desaťroční žiaci). V tomto kontexte sú analyzované výsledky, ktoré vybrané krajiny – Austrália, Fínsko, Chorvátsko, Írsko, Japonsko, Nemecko, Taliansko – dosiahli v porovnaní so Slovenskom.

Krajina	Poradie	Priemerná úspešnosť
Japonsko	5.	585
Fínsko	8.	545
Nemecko	16.	528
Írsko	17.	527
Priemer krajín OECD	-	*521*
Priemer krajín EÚ	-	*519*
Austrália	19.	516

Taliansko	24.	508
Slovensko	**25.**	**507**
Priemer škály TIMSS	-	*500*
Medzinárodný priemer	-	*491*
Chorvátsko	30.	490

Tabuľka 1 Celkové výsledky (bodový zisk) vybraných krajín v TIMSS 2011 v matematike

V rámci štúdie TIMSS je hodnotenie v matematike realizované na základe dvoch dimenzií:

- Obsahová dimenzia – definované sú jednotlivé skúmané oblasti matematiky.
- Kognitívna dimenzia – popisuje procesy myslenia, ktoré žiak používa pri riešení úloh.

V obsahovej dimenzii sú definované tri obsahové oblasti (a v nich tematické okruhy):

- **Čísla:** Prirodzené čísla, Zlomky a desatinné čísla, Výrazy s prirodzenými číslami, Rady a vzťahy (pochopenie pojmu číslo, spôsob jeho znázornenia, vzťahy medzi číslami, matematické operácie sčítanie, odčítanie, násobenie, delenie).
- **Geometrické útvary a meranie:** Bod, priamka, uhol; Dvojrozmerné a trojrozmerné útvary (zisťovanie dĺžky, obsahu, obvodu, používanie adekvátnych jednotiek, používanie súmerností, vlastnosti geometrických útvarov – dĺžka strany, veľkosť uhla, obsah a obvod útvarov, identifikácia rôznych geometrických dvojrozmerných a trojrozmerných útvarov, jednoduchý súradnicový systém).
- **Zobrazovanie údajov:** Čítanie a interpretácia, Zobrazovanie a zapisovanie (zápis, čítanie, a interpretácia údajov z tabuliek a grafov, porovnávanie a zapisovanie rovnakej skupiny údajov rôznym spôsobom – graf, tabuľka, vyvodzovanie záverov na základe zobrazených údajov).

Krajina	Priemerné skóre	Čísla	Geometrické útvary a meranie	Zobrazovanie údajov
Japonsko	585	584	589	590
Fínsko	545	545	543	551
Nemecko	528	520	536	546
Írsko	527	533	520	523
Austrália	516	508	534	515
Taliansko	508	510	513	495
Slovensko	**507**	**511**	**500**	**504**
Chorvátsko	490	491	490	488

Tabuľka 2 Výsledky vybraných krajín v matematike podľa priemerného skóre a dosiahnutého skóre v obsahových oblastiach

Podľa obsahových oblastí je možné výsledky slovenských žiakov charakterizovať nasledovne:

- Čísla – štatisticky významne vyššie skóre v danej oblasti ako je dosiahnuté priemerné skóre.
- Geometrické útvary a meranie – štatisticky významne nižšie skóre v danej oblasti ako je dosiahnuté priemerné skóre.
- Zobrazovanie údajov – skóre v danej oblasti na úrovni dosiahnutého priemerného skóre.

Dosiahnuté výsledky žiakov vybraných krajín v daných obsahových oblastiach ukazujú niektoré špecifické faktory.

- Žiaci danej krajiny dosiahli vo všetkých troch obsahových oblastiach porovnateľné výsledky – Japonsko, Fínsko, Írsko, Slovensko, Chorvátsko.
- Žiaci danej krajiny dosiahli v niektorej obsahovej oblasti výrazne lepšie/horšie výsledky vzhľadom na zostávajúce dve oblasti:
  Nemecko – výrazne lepšie výsledky v obsahovej oblasti Zobrazovanie údajov,
  Austrália – výrazne lepšie výsledky v oblasti Geometrické útvary a meranie,
  Taliansko – výrazne horšie výsledky v oblasti Zobrazovanie údajov.

Uvedené výsledky sú východiskom pre komparáciu kontextových charakteristík primárnej matematickej edukácie v jednotlivých krajinách a na Slovensku.

ČÍSLA

V obsahovej oblasti Čísla (v kontexte štúdie TIMSS) analýza kurikulárnych dokumentov v porovnaní s dosiahnutými výsledkami v štúdii TIMSS 2011 ukázala:

Krajina	***Priemerné skóre***	***Obsahová oblasť Čísla podľa kurikulárnych dokumentov (poznatky desaťročných žiakov)***
Japonsko	584	prirodzené čísla do 10^{12}, kladné racionálne čísla (zlomky, desatinné čísla), sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, písomné násobenie viacciferným činiteľom, písomné delenie dvojciferným deliteľom bez zvyšku a so zvyškom, sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie desatinných čísel s presnosťou na dve desatinné miesta, sčítanie a odčítanie zlomkov s rovnakým menovateľom
Fínsko	545	prirodzené čísla do 10^6, kladné racionálne čísla (zlomky, desatinné zlomky), sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, písomné násobenie dvojciferného čísla jednociferným číslom, delenie prirodzených čísel v obore do 100, delenie so zvyškom, sčítanie zlomkov s rovnakým menovateľom

Írsko	533	prirodzené čísla do 9 999, racionálne čísla (desatinné čísla s presnosťou na dve desatinné miesta), zlomky s menovateľmi 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 a 12, sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, násobenie trojciferného čísla dvojciferným číslom, delenie trojciferného čísla jednociferným číslom bez zvyšku a so zvyškom, sčítanie a odčítanie desatinných čísel, násobenie a delenie desatinného čísla jednociferným číslom, počítanie s desatinnými zlomkami
Nemecko	520	prirodzené čísla do 1 000 000, racionálne čísla (desatinné čísla, zlomky), sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, sčítanie a odčítanie desatinných čísel (s presnosťou na dve desatinné miesta), násobenie trojciferného čísla trojciferným číslom, delenie štvorciferného čísla jednociferným číslom bez zvyšku a so zvyškom, násobenie desatinného čísla dvojciferným číslom, delenie desatinného čísla jednociferným číslom
Slovensko	**511**	**prirodzené čísla do a nad milión, sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, násobenie prirodzeného čísla trojciferným násobiteľom, delenie prirodzeného čísla jednociferným číslom bez zvyšku a so zvyškom**
Taliansko	510	obor prirodzených čísel, racionálne čísla (zlomky, desatinné zlomky, desatinné čísla), sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, sčítanie, odčítanie, násobenie desatinných čísel, delenie desatinných čísel jednociferným deliteľom
Austrália	508	prirodzené čísla do 10 000, kladné racionálne čísla (zlomky, desatinné čísla s presnosťou na dve desatinné miesta), sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, násobenie a delenie prirodzených čísel v obore do 100, sčítanie a odčítanie desatinných čísel
Chorvátsko	491	prirodzené čísla do 1 000 000, sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, písomné násobenie viacciferného čísla dvojciferným číslom, písomné delenie viacciferného čísla jednociferným číslom bez zvyšku a so zvyškom, písomné delenie viacciferného čísla dvojciferným číslom bez zvyšku
Francúzsko*	-	prirodzené čísla do miliardy (aj nad miliardu), kladné racionálne čísla (zlomky, desatinné zlomky, desatinné čísla), sčítanie a odčítanie prirodzených čísel, písomné násobenie viacciferného čísla jednociferným číslom, písomné delenie viacciferného čísla jednociferným číslom

* Francúzsko sa nezúčastnilo testovania TIMSS 2011. Do komparácie bolo zaradené z dôvodu, že postup a spôsob zoznamovania sa s názvani jednotlivých čísel v primárnom

matematickom vzdelávaní je odlišný ako v iných krajinách, vzhľadom na špecifiká názvoslovia čísel vo Francúzsku. (Bližšie v Tomková, 2014a.)

Rezultátom komparácie kontextových charakteristík pre obsahovú oblasť Čísla u vybraných krajín a Slovenska sú nasledovné skutočnosti:

- v obsahu matematickej edukácie na Slovensku neboli témy týkajúce sa zlomkov a desatinných čísel (Učebné osnovy matematiky pre 1. stupeň základnej školy), napriek tomu dosiahli desaťroční slovenskí žiaci v oblasti Čísla lepšie výsledky ako žiaci niektorých krajín, v ktorých je táto problematika súčasťou primárneho matematického vzdelávania,
- *Štátny vzdelávací program MATEMATIKA (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1* (2009), podľa ktorého sa v súčasnosti realizuje primárne matematické vzdelávanie na Slovensku, priniesol redukciu obsahu v oblasti Čísla (v kontexte štúdie TIMSS) v nasledovných intenciách: číselný obor prirodzených čísel iba do 10 000, násobenie a delenie iba v obore násobilky do 100.

GEOMETRICKÉ ÚTVARY A MERANIE

Pre obsahovú oblasť Geometrické útvary a meranie (v kontexte štúdie TIMSS) analýza kurikulárnych dokumentov v porovnaní s dosiahnutými výsledkami v štúdii TIMSS 2011 ukázala:

Krajina	***Priemerné skóre***	***Obsahová oblasť Geometrické útvary a meranie podľa kurikulárnych dokumentov (poznatky desaťročných žiakov)***
Japonsko	589	priamka, rovnobežné a rôznobežné priamky, kolmice, štvorec, obdĺžnik, kružnica, trojuholník, lichobežník, uhol a meranie jeho veľkosti; meranie dĺžky v mm, cm, m, km; obvod a obsah štvorca a obdĺžnika, premieňanie jednotiek dĺžky; priestorové útvary kocka, kváder, guľa, pojmy vrchol, stena, hrana, strana útvaru
Fínsko	543	bod, priamka, polpriamka, úsečka, lomená čiara, uhol, klasifikácia uhlov, štvoruholníky, päťuholníky, šesťuholníky, obdĺžnik štvorec, kruh, pojmy vrchol, strana, propedeutika zhodných zobrazení (osová súmernosť, posunutie), guľa, kocka, kváder, kužeľ, valec, meranie dĺžky, jednotky dĺžky, premieňanie jednotiek dĺžky, obvod rovinných útvarov, obsah rovinných útvarov

Nemecko	536	bod, priamka, úsečka, štvorec, obdĺžnik, trojuholník, kruh, kružnica, kocka, valec, guľa, kužeľ, ihlan, hranol, pojmy vrchol, strana, susedné a protiľahlé strany, polomer, priemer, hrana, stena, vzťahy rovnobežnosť, kolmosť, siete kocky a kvádra, stavby telies z kociek, propedeutika zhodných zobrazení (osová súmernosť, stredová súmernosť), propedeutika podobného zobrazenia (zväčšenie, zmenšenie, mierka), meranie dĺžky, jednotky dĺžky, meranie obsahu, jednotky obsahu, propedeutika objemu priestorových útvarov, jednotky objemu
Austrália	534	štvorec, trojuholník, obdĺžnik, kruh, ovál (elipsa), uhol, kužeľ, valec, kocka, guľa, kváder, pojmy strana, vrchol, hrana, stena, rovnobežné strany, siete telies (kocka, kváder, ihlan trojboký, štvorboký, päťboký, šesťboký), jednotky dĺžky a ich premieňanie, obsah pravidelných a nepravidelných útvarov, spájanie a rozdeľovanie útvarov, symetrické útvary
Írsko	520	štvorec, obdĺžnik, trojuholník, kruh, polkruh, elipsa, uhol (pravý, ostrý, tupý), šesťuholník, rovnobežník, kosoštvorec, päťuholník, osemuholník, kocka, kváder, valec, guľa, kužeľ, trojboký hranol, ihlan, siete telies, pojmy vrchol, strana, uhlopriečka, hrana, stena, rovnobežné/nerovnobežné línie, rôznobežky, klasifikácia trojuholníkov, vzťahy medzi rovinnými a priestorovými útvarmi, symetria v geometrických útvaroch a v okolí, os súmernosti (vertikálna, horizontálna, diagonálna), meranie dĺžky, jednotky dĺžky, premieňanie jednotiek dĺžky, meranie obsahu, jednotky obsahu
Taliansko	513	priamka, polpriamka, úsečka, vzájomná poloha priamok (rovnobežné, rôznobežné, kolmé), trojuholník, štvorec, obdĺžnik, kruh, kocka, kváder, kužeľ, ihlan, guľa, polygóny, pojmy vrchol, strana, výška a základňa v trojuholníku, stena, hrana, klasifikácia trojuholníkov, uhol a jeho meranie, propedeutika symetrie, rotácie, translácie, meranie dĺžky úsečky, jednotky dĺžky, odmeranie a vypočítanie obvodu rovinných útvarov, obsah útvarov v štvorcovej sieti
Slovensko	**500**	**bod, priamka, úsečka, trojuholník, kruh, kružnica, štvorec, obdĺžnik, kocka, guľa, valec, pojmy vrchol, strana, kolmica, pravý uhol; dĺžka úsečky, jednotky dĺžky, premieňanie jednotiek dĺžky, obvod trojuholníka, obdĺžnika a štvorca (obsah trojuholníka, štvorca a obdĺžnika vo štvorcovej sieti –** ***odporúčaná téma rozširujúceho učiva*****)**

Chorvátsko	490	bod, rovné, krivé a lomené čiary, úsečka, priamka, polpriamka, rovina, kruh, štvorec, obdĺžnik, trojuholník, kružnica, uhol, rovnobežné a kolmé priamky, klasifikácia trojuholníkov, meranie dĺžky, jednotky dĺžky, obsah rovinných útvarov, guľa, valec, kocka, kváder, ihlan, vlastnosti a charakteristika telies, objem kvádra a kocky, jednotky objemu
Francúzsko	-	bod, kolineárnosť bodov, úsečka, priamka, rovnobežné priamky, uhol, pravý uhol, klasifikácia uhlov, kocka, kváder, valec, štvorsten, pojmy strana, vrchol, stred útvaru, stena, hrana, vrchol, sieť kocky a kvádra, propedeutika karteziánskeho súradnicového systému, osovo súmerné útvary, meranie dĺžky, jednotky dĺžky, premieňanie jednotiek dĺžky, obvod štvorca a obdĺžnika, obsah rovinného útvaru

Rezultátom komparácie kontextových charakteristík pre obsahovú oblasť Geometrické útvary a meranie vybraných krajín a Slovenska sú nasledovné skutočnosti:

- v obsahu matematickej edukácie na Slovensku (v kontexte štúdie TIMSS) neboli témy uhol a jeho veľkosť, používanie súmerností, zisťovanie obsahu, jednoduchý súradnicový systém, ale tieto témy boli súčasťou obsahu geometrického učiva vybraných krajín,
- propedeutika zhodných zobrazení (Učebné osnovy matematiky pre 1. stupeň základnej školy) nebola v kurikulárnom dokumente exaktne uvedená, ale v učebných textoch sa nachádzali jednotlivé úlohy na propedeutiku osovej súmernosti, stredovej súmernosti, rotácie a translácie,
- obsah rovinných útvarov bol zaradený medzi odporúčané témy rozširujúceho učiva, a teda mohol, ale nemusel byť súčasťou primárnej matematickej edukácie; v učebných textoch boli uvedené úlohy na určovanie obsahu rovinných útvarov v štvorcovej sieti (obsah rovinného útvaru bol charakterizovaný ako počet štvorcov štvorcovej siete, z ktorých rovinný útvar pozostáva), bez použitia štandardných jednotiek obsahu,
- výsledky desaťročných slovenských žiakov v obsahovej oblasti Geometrické útvary a meranie v porovnaní s vybranými krajinami boli na výrazne nižšej úrovni, v značnej miere to mohol spôsobiť aj výrazne užší obsah geometrického učiva v primárnom vzdelávaní na Slovensku,
- *Štátny vzdelávací program MATEMATIKA (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1* (2009), podľa ktorého sa v súčasnosti realizuje primárne matematické vzdelávanie na Slovensku, nepriniesol obohatenie obsahu v oblasti Geometrické útvary a meranie (v kontexte štúdie TIMSS), čiastočne novou témou sú stavby z kociek (podľa vzoru, podľa obrázka, podľa plánu).

ZOBRAZOVANIE ÚDAJOV

Pre obsahovú oblasť Zobrazovanie údajov (v kontexte štúdie TIMSS) analýza kurikulárnych dokumentov v porovnaní s dosiahnutými výsledkami v štúdii TIMSS 2011 ukázala:

Krajina	*Priemerné skóre*	*Obsahová oblasť Zobrazovanie údajov podľa kurikulárnych dokumentov (poznatky desaťročných žiakov)*
Japonsko	590	zbieranie údajov a ich zaznamenanie do tabuľky, tabuľka s viacerými štatistickými údajmi, interpretácia údajov z tabuľky, stĺpcový, čiarový a pruhový graf, interpretovanie údajov z grafu
Fínsko	551	zaznamenanie údajov do tabuľky, diagram, histogram, stĺpcový graf
Nemecko	546	zhromažďovanie, spracovanie, interpretovanie a znázornenie údajov z pozorovania, z textov, vytváranie záznamu, tabuľky, nákresu, plánu, grafu
Írsko	523	zhromažďovanie, organizovanie a zobrazenie dát pomocou piktogramov, stĺpcových, čiarových a koláčových grafov, čítanie a interpretovanie tabuliek a grafov
Austrália	515	zbieranie údajov, obrázkové diagramy, zaznamenanie údajov do tabuľky, stĺpcový graf, čítanie údajov z grafov
Slovensko	**504**	-
Taliansko	495	zhromažďovanie a organizovanie údajov a informácií, prezentácia informácií vo forme tabuliek, grafov
Chorvátsko	488	schopnosť pracovať s údajmi, čítanie údajov z tabuľky
Francúzsko	-	vyhľadať informácie a zaznamenať ich do tabuľky a grafu, interpretovať údaje z tabuľky a grafu, porozumenie informáciám sprístupneným v rôznych podobách (tabuľky, grafy, plagáty, poznámky a pod.)

Rezultátom komparácie kontextových charakteristík pre obsahovú oblasť Zobrazovanie údajov vybraných krajín a Slovenska sú nasledovné skutočnosti:

- Učebné osnovy matematiky pre 1. stupeň základnej školy neuvádzali žiadnu tému z oblasti Zobrazovanie údajov a aj napriek tomuto faktu slovenskí žiaci disponovali schopnosťami riešiť úlohy z oblasti Zobrazovanie údajov,
- jednotlivé úlohy z danej problematiky (údaje zaznamenané v tabuľke, jednoduché grafy) sa nachádzali v učebných textoch z matematiky,
- v predmetoch prírodoveda a vlastiveda sa žiaci mohli stretnúť s informáciami prezentovanými v tabuľkách, resp. v grafoch,
- *Štátny vzdelávací program MATEMATIKA (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1* (2009), podľa

ktorého sa v súčasnosti realizuje primárne matematické vzdelávanie na Slovensku, definuje v tematickom celku Riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie pre jednotlivé ročníky odporúčané témy z oblasti Zobrazovanie údajov: úlohy na zbieranie a zoskupovanie údajov, vytváranie tabuliek z údajov získaných žiakmi, vytváranie stĺpcových diagramov z údajov získaných žiakmi.

(Spracované podľa: Mokriš, 2014; Palková, 2014; Prídavková, 2014; Scholtzová, 2014a,b,c; Šimčíková, 2014; Tomková, 2014a,b; Vašutová, 2014; *Učebné osnovyy pre 1. stupeň základných škôl – matematika*)

Komparácia kontextových charakteristík primárnej matematickej edukácie vo vybraných krajinách a na Slovensku dokumentuje jeden záver. Slovenské kurikulum matematiky v minulosti (v rokoch 1995 – 2008) aj v súčasnosti (od roku 2008), na úrovni ISCED 1 – pre žiakov vo veku 6 – 10 rokov, bolo a je v každej z troch sledovaných oblastí (Čísla, Geometrické útvary a meranie, Zobrazovanie údajov) obsahovo menej nasýtené ako kurikulum vo väčšine porovnávaných krajín. Aj tento aspekt primárnej matematickej edukácie môže byť jedným z determinujúcich činiteľov horších výsledkov slovenských žiakov v medzinárodných testovaniach v porovnaní s priemerom krajín Európskej únie, resp. krajín OECD.

3. Obsahová analýza učebných textov

Učebné texty obsahujú didaktické spracovanie učiva vymedzené učebnými osnovami a sú teda základným didaktickým prostriedkom vstupujúcim do realizácie výchovnovzdelávacieho procesu. (Petlák, 1997) Podľa Šedivého a Križalkoviča (1990) sú učebnice matematiky základnou učebnou pomôckou žiaka i učiteľa. Učebné texty sú neoddeliteľnu súčasťou vyučovania matematiky a môžu ovplyvňovať postoje učiteľov aj žiakov k vzdelávaciemu procesu a tiež k matematike ako predmetu.

V dokumente *Matematické vzdělávání v Evropě: Společná úskalí a politiky jednotlivých zemí* (2011) sa uvádza, že vzdelávacie orgány väčšiny krajín Európy deklarujú, že monitorujú súlad učebných textov z matematiky s oficiálnymi vzdelávacími programami pre matematiku.

Jednou z tradičních domén výskumu učebníc je ich obsahová analýza. Obsahové analýzy môžu dokumentovať vzájomnú odlišnosť učebníc pre rovnaký ročník a typ školy, zastúpenie obrazových dokumentov v učebniciach, didaktickú vybavenosť učebníc, náročnosť textu učebníc, nadväznosť učebníc na kurikulum a ďalšie parciálne aspekty učebníc. (Knecht a Janík, 2008) Analýza učebných textov môže poskytnúť informácie o didaktickej interpretácii obsahu matematiky. Gavora (2000) uvádza, že pri vykonaní väčšieho počtu obsahových analýz učebných textov sa získa veľmi rozsiahly materiál na komparáciu. Takto môžu byť porovnávané učebné texty niekoľkých ročníkov, typov škôl alebo aj štátov.

V rámci výskumu bola realizovaná obsahová analýza učebných textov matematiky pre 1. – 4. ročník základnej školy vo vybraných krajinách (Austrália, Fínsko, Francúzsko, Chorvátsko, Írsko, Japonsko, Nemecko, Taliansko) v komparácii s učebnými textami z matematiky používanými v primárnej edukácii na Slovensku. Cieľom analýzy a následnej komparácie bola identifikácia špecifických elemementov didaktickej interpretácie obsahu matematiky v primárnom vzdelávaní. (Detailne spracované v publikácii Scholtzová, ed., 2014b.)

Problematika postavenia učebných textov vo vyučovaní matematiky bola aj jedným zo skúmaných aspektov v rámci štúdie TIMSS 2011. Prostredníctvom dotazníkov pre učiteľov sa zisťovala frekvencia používania učebníc, pracovných zošitov, pracovných listov (aj ďalších učebných materiálov) v procese vyučovania matematiky. Na Slovensku má používanie učebných textov v rámci primárnej matematickej edukácie dlhoročnú tradíciu a významnú pozíciu. Dokumentujú to aj zistenia štúdie TIMSS 2011, podľa ktorých je percento slovenských žiakov, ktorých učitelia používajú učebné texty ako hlavný zdroj pri vyučovaní matematiky, vyššie ako medzinárodný priemer. Evidentné je to najmä pri pracovných zošitoch, ktoré sa v slovenských podmienkach používajú vo výraznej miere. Špecifická situácia je v tejto oblasti napríklad v Taliansku, kde je percento žiakov, ktorých učitelia používajú učebnicu ako hlavný zdroj vo vyučovaní matematiky, výrazne nižšie ako medzinárodný priemer. (Galádová, 2013)

4. Záver

Komparácia kontextových charakteristík primárnej matematickej edukácie v medzinárodnom kontexte môže byť zdrojom nových originálnych poznatkov pre primárnu matematickú edukáciu v tej-ktorej krajine. V dokumente *EACEA; Eurydice. Matematické vzdělávání v Evropě: Společná úskalí a politiky jednotlivých zemí* (2011) je konštatované, že v posledných rokoch bol vo väčšine európskych štátov revidovaný obsah matematického vzdelávania. Cieľom bolo sústrediť pozornosť viac na kompetencie a schopnosti, posilniť vzťahy s inými vyučovacími predmetmi a klásť väčší dôraz na využitie matematiky v každodennom živote. Tieto tendencie by mohli byť determinujúcimi činiteľmi pre skvalitňovanie výučby matematiky aj v primárnom stupni vzdelávania.

Literatura

1. BRAY, M. a R. THOMAS. Levels of Comparison in Educational Studies: Different Insights from Different Literatures and the Value of Multilevel Analyses. In *Harvard Educational Review*, *Volume 65, Number 3.* p 472-490. Fall 1995. ISSN-0017-8055.
2. *EACEA; Eurydice. Matematické vzdělávání v Evropě: Společná úskalí a politiky jednotlivých zemí.* Brusel: Eurydice, 2011. ISBN 978-92-9201-247-2. Dostupné na World Wide Web: http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132CS.pdf
3. GALÁDOVÁ, A. et al. *Trendy úrovne kľúčových kompetencií žiakov 4. ročníka základných škôl.* Bratislava: NÚCEM, 2013. ISBN 978-80-89638-10-9. Dostupné na World Wide Web: http://www.nucem.sk/documents//27/medzinarodne_merania/timss/publikacie/20131015_Klucove_kompetencie_web.pdf

4. GAVORA, P. *Úvod do pedagogického výzkumu.* Brno: Paido, 2000. ISBN 80-85931-79-6.
5. KNECHT, P. JANÍK, T. *Učebnice z pohledu pedagogického výskumu.* Brno: Paido, 2008. ISBN 978-80-7315-174-4. Dostupné na World Wide Web: http://www.paido.cz/pdf/ucebnice_z_pohledu_pedagogickeho_vyzkumu.pdf
6. KRESILA, J. Teoretické a metodologické východiská pre komparatívnu analýzu matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí, 2014. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s.11-32.
7. *Matematické vzdělávání v Evropě: Společná úskalí a politiky jednotlivých zemí.* Brusel: Eurydice, 2011. ISBN 978-92-9201-247-2. Dostupné na World Wide Web: http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132CS.pdf
8. MOKRIŠ, M. Nemecko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 279-316.
9. MULLIS, I. V. S., M. O. MARTIN, P. FOY & A. ARORA. *TIMSS 2011 International Results in Mathematics. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center.* Lynch School of Education, Boston College, 2012. ISBN 978-90-79549-17-7. Dostupné na World Wide Web: http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf
10. PALKOVÁ, V. Austrália a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 33-74.
11. PETLÁK, E. *Všeobecná didaktika.* Bratislava: Iris, 1997. ISBN 80-88778-49-2.
12. PRÍDAVKOVÁ, A. Taliansko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 317-354.
13. SCHOLTZOVÁ, I. Írsko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014a. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 195-238.
14. SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PU v Prešove. PF, 2014c. ISBN 978-80-555-1204-4.

15. SCHOLTZOVÁ, I. Komparácia kontextových charakteristík primárnej matematickej edukácie vo vybraných národných prípadových štúdiách, 2014b. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 355-374.
16. ŠEDIVÝ, P. a K. KRIŽALKOVIČ. *Didaktika matematiky pre štúdium učiteľstva I. stupňa ZŠ.* Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1990. ISBN 80-08-00378-2.
17. ŠIMČÍKOVÁ, E. Japonsko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 239-278.
18. *Štátny vzdelávací program MATEMATIKA (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1.* Bratislava: ŠPÚ. 2009. Dostupné na World Wide Web: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/1stzs/isced1/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced1.pdf
19. ŠVEC, Š. *Metodológia vied o výchove: Kvantitatívno-scientistické a kvalitatívno-humanistické prístupy v edukačnom výskume*. Bratislava: IRIS, 1998. ISBN 80-88778-73-5.
20. TOMKOVÁ, B. Francúzsko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014a. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 119-158.
21. TOMKOVÁ, B. Chorvátsko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014b. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 159-194.
22. *Učebné osnovy pre 1. stupeň základných škôl (matematika).* Bratislava: Príroda, a. s., 1995. ISBN 80-07-00748-2.
23. VAŠUTOVÁ, A. Fínsko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie, 2014. In: SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* Prešov: PF PU v Prešove, 2014. ISBN 978-80-555-1204-4. s. 75-118.

Kontaktní adresa

Iveta Scholtzová, doc. RNDr. PhD.
Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. novembra 15, 080 01 Prešov, Slovensko
Telefon: +421 51 7470541
E-mail: iveta.scholtzova@unipo.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

MATHEMATICAL GENERALIZATION AT EARLY EDUCATIONAL STAGE

Ewa SWOBODA

Abstract

Generalization is the heartbeat of mathematics. Primary education students are able to make generalizations. It is necessary to prepare teachers for situations where the student goes beyond the narrow goals that the teacher intends to pursue. The elementary principle*: teach and asses for understanding* must be interpreted very broadly. In this article I will present the analysis of the examples showing how 6 – 10 years-old children make generalization.

Key words: aims of mathematical education, early educational stage, generalization

1. Theoretical background of mathematical generalization

In everyday life we generalize very often, using phrases like: "everybody”, “always.” Our daily activities are regulated by our specific own rules. Some of them are more reasonable than others. For example, we carry an umbrella in a bag, because "always when I have gone out without an umbrella – is raining." When you hear the doorbell, we get up to open the door - this is also action in accordance with a certain rule. Regardless of whether the rules are reasonable, or not, we believe that the ability to generalize is useful, acting in accordance with the rules is much easier than action without rules.

Dörfler (1991) assumes *generalizing as a social-cognitive process which leads to somethig generel (or more general) and whose product consequently refers to an actual or potencial manifold (collecion, set, variety) in a certain way* (1991, p.63). Generalization is one of the basic mathematical activity. Mason (1996) claims that ***generalization is the heartbeat of mathematics.*** In Hejný’s (1993) theory on construction of mathematical knowledge, generalization occupies a special place. In this theory which capture the process of learning mathematics in six stages, he underlines generalization as the basic element [1].

There is a very broad literature that creates a theoretical foundation of mathematical generalization.

We can talk about different types of generalizations. Very often, a distinction between the empirical and theoretical generalization is made. According Dörfler (1991), a basic operation in the process of empirical generalization is :

- To find a common property y or quality among several or many object or situations and

- To notice and record these qualities as being common and general to those objects or situations.

In the theoretical generalization, the starting point is a series of actions which Dörfler defines as a constructive abstraction. It can be characterized as follows:

- The starting point is an action or a system of actions. Elements of this actions are certain objects.
- Course of this action directs one's attention to some relation between the elements of the actions. This relation is proved to be steady when the actions are repeated. They are called **invariats** of schema of the action.
- Stating invariants need a symbolic description ; one has to introduce symbols for the elements of the actions and then describes invariants stated by means of these symbols;

This stating of invariants and their symbolic description have the character of the process of abstraction. It is constructive abstraction because what is abstracted is constituted by the action.

In (Harel, Tall, 1991) we can find three types: *expansive generalization* (when one extend his or her scheme without reconstructing them) *reconstructive generalization* (conncted with the reconstruction of existed schema for make it broaden) *disjunctive generalization* (related to creation of the new schema to deal with the new context) .

In Polish tradition, the most popular is the approach developed by Krygowska that generalizations combined with the creation of theorems. Krygowska (1979) pointed the following types of generalizations:

- through induction,
- through generalizing the reasoning,
- through unifying specific cases,
- through perceiving recurrence.

In the school reality we repeatedly observe how students make generalizations. In general, however, they are doing them too fast, or take as the base vague assumptions. Checking a few examples inly they argue that "it will always be like this," or build their own strange rules for mathematical operations (Żeromska 2015, Demby, 2001). Such action are obviously ineligible. So, the situations where generalization created by the child are legitimate, are more worth seeing, where the proper analysis of an example is the basis for generalization.

In the teaching of mathematics the students have to be brought to gain a double awareness

- of seeing the particular in the general
- of *seeing the general through the particular*

The first concerns the ability to apply general definition or theorem or formula in a special situation for solving a particular problem. This is a simple application of mathematical knowledge. The latter, realization is associated with the fact, that by the analysis of the specific situation you may experience a glare: a certain property may take place regardless of the size of the numbers used (like: *in addition to change the order of components is allowed*) or, that some relations are independent of the specific shape of the particular figure (like: *for each triangle the sum of the interior angles is* 180^0)

About that last situation Mason (1996) writes: One of the fundamental forms or experiences of a shift in the locus, focus, or structure of attention is the sense of ‘examplehood’: suddenly seeing something as ‘merely’ an example of some greater generality *To experience examplehood, in which what was previously disparate are now seen as examples of something more general, has an effect like cristallization or condensation.* (p.21)

2. The teacher's role in the implementation of generalization

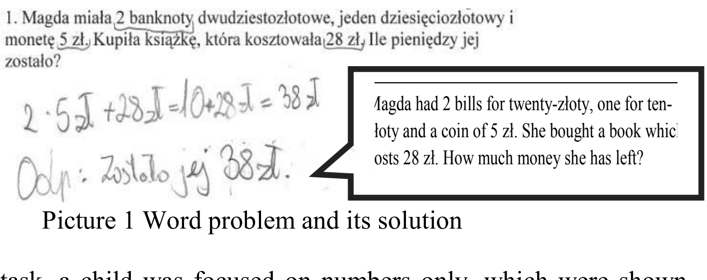
A. Cockburn (2012) quotes *The strategies of successful teachers*, recognized for over 100 years with William James (1899):

- Capture the child’s interest
- Build on what the know
- Teach and asses for understanding
- Provide plenty of oral and practical experience
- Adopt of varied approach
- Foster children’s confidence in their mathematical abilities.

This list is still valid. The phrase "teach for understanding" and "adopt varied approach of" invariably points out to the need to leave the open road for student to find their own way for discoveries and exploration. Such an approach, however, is by many teachers still considered as incompatible with their own mission of Being the Teacher.

Still too often teachers believe that a child cannot work himself, that far-reaching help done by adults is needed. Preferred form of ‘the help” is the direct teaching of fixed, step-by-step procedures for solving various types of math problems. To make children’s life easier during math classes, they suggest "shortcuts" by teaching techniques, while not expecting deep and individual approach to mathematical problems.

One of these methods is the technique to work on the word problem which consists of highlighting occurring numbers, or to focus on “key-words". Here is an example of such an approach, and its negative results:



Picture 1 Word problem and its solution

While solving a task, a child was focused on numbers only, which were shown digitally. So the first product of 2 x 5 was created. Then there was the key-word: "bought" and the child complied an addition. There were no more numbers in the text, and therefore the result of the action has been recognized as the answer to the question, although the key-word in the final questions could suggest an subtraction.

Narrow and restrictive attitude of the teacher may be related to their own bad experiences with learning mathematics, often - with experienced setbacks. Some researchers (Cockburn 2012, Rosenthal, Jacobson 1968) believe that this create the need to build their own position in the class and raise a low self-esteem in the area of math skills (*I was weak in mathematics, but now I will be your (the student's) guide*); some form of proof that I am wiser from another person.

Additionally in the Polish mathematics curriculum for primary education there is no reference to the higher mathematical goals such as generalization, formulating rules, perceiving relationships. Perhaps this is also the reason why these targets are far from expectations, posed by the teachers of initial classes.

The result of such behavior is very bad: such teachers do not look at the possibility of their students, but rather on a framework indicated by the curriculum. They feel that they are doing what they should, but they do not notice that their students may have much more potential.

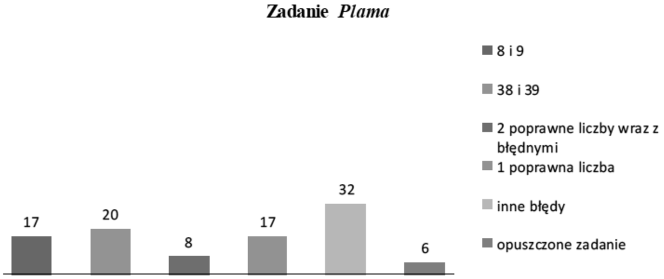
The consequences of such actions can be seen in the higher grades. Research conducted in Poland by the Institute for Educational Research clearly show the negative consequences of teaching narrowly understood activity. The authors of the Report (Karpinski et al, 2014) formulated the aims of the research in the following way:

> The results of the study OBUT^{m}2014 allow us to evaluate to which extent the provisions of the current curriculum of early childhood education are implemented, including:
>
> - goals of general education in primary school (eg. achievement the ability to use gathered knowledge while performing tasks and solving problems)
> - such skills as reasoning (ability to use the basic of mathematical tools in everyday life and conduct elementary mathematical reasoning);
> - selected teaching content of mathematics education at the first educational stage

Here's one of the tasks used in the study:

> *In addition 55 + 3█ one digit has been covered by a stain. The result of this addition is greater than 92. What digit can have been hidden? Give all the possibilities*

This task required students to check different possibilities and selecting those that met the conditions specified in the task. Therefore it required some general view. The research, conducted on a large group of students of classes III indicate that only a small group of students is capable of such approach - a total of 37% (see Graph 1).



Graph 1 Results of solution for the task „ A stain”

3. Do primary education students are able to make generalizations?

There is no doubt that the answer to this question should be positive. In everyday life, all small children spontaneously make generalizations based on observations and - accumulated experience - make up the rules. Learning depends on perceiving relationships, and children are capable of such observations and inferences.

Mathematical activity of a child should not be much different from the activity of an adult. Teaching mathematics from the very beginning should be aimed at developing the ability to recognize the general rules. Steinbring (2005) expresses this in a clear way: *children should learn - and they are able to do it in their own way - to perceive general in details.* The whole program MATHE2000 is based on the ability to perceive a common pattern or structure an underlying “big idea”, that has to be discovered, explored, understood, expressed, formalized, generalized…, by the learner, and that should become part of his or her conceptual toolbox.

Let's get back to the task of test OBUT^{m}2014, analyzing the course of the work of one of the students (girl, 10 years-old). In the teacher’s opinion she presented an "average" level. This is one of the examples showing that students are able to build their own comprehensive strategies, based on a well understood mathematical relationships.

Example 1. Sandra (10 years-old girl) [2]

Immediately, after reading the task she wrote:

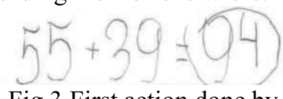
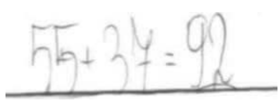


Fig.3 First action done by Sandra

Sandra received an output bigger than 92, so, as it was an expected solution of the task. You could say – she guessed once. But the further course of her work shows a very deliberate action towards reducing the number of solutions. In the next step, Sandra wrote down:



Picture 4 The second approach done by Sandra

After doing this Sandra once again reads the task. The experimenter asks her the question:

Ex: Sandra, did you find all the possibilities?

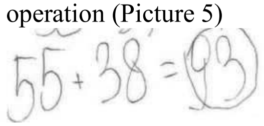
S:No.

Ex: Do you think that there are any else?

After a short break, she responds:

Ex: Yes, it could be 38.

And then she puts in another operation (Picture 5)



Picture 5 The third record done by Sandra

For a while she looks at the card and marks with the circle the first and the third solutions. She states that her work is over.

This solution is very logic. At the beginning the girl typed the greatest possible digit (9). As the result she got the value that is expected, namely- greater than 92. In this way she indicates the maximum amount that can be obtained by this addition. Her second proposal suggests that she applies the trial and error – method. She decreases the value in unity by two. By making addition she gets the second "limit" value: 92 and she concludes that there is only one additional solution. She is aware of the number of solutions and clearly separates them from the auxiliary accounts, specifically interesting number in the ovals.

Example 2

Among 9 years-old students the problem of intuition of arithmetic regularity based on recursion was analyzed [3]. One of the tasks that students were asked to solve was as follows:

Fela was picking apples from the tree. On Monday she picked 6 apples, in the coming days she picked 5 more than in the previous day. How many apples did Fela pick on Saturday?

A girl Ola successively calculated the number of apples collected on consecutive days. From the very beginning it was obvious that she has noticed the regularity.

Ex: Do you have any idea how to solve this task?

Ola: I can try.

Ola wrote that on Monday Fela picked 6 apples.

Ex: Yes, and on Tuesday?

Ola: You need to add six plus five.

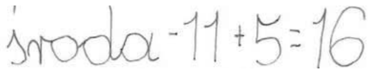
Picture 6 First step for finding solution

Ex: You know how to count the number of apples collected on Wednesday?

Ola: We must **again** to add five to eleven.

Ex: Can you explain why?

Ola: Because it is written that five more than in the previous day.



Picture 7 The second step done by Ola while solving the task “apples”

From the above discussions it is visible that Ola understood the content of the task very well. In her speech the word "again". is very characteristic. It demonstrates that the girl noticed a certain regularity.
Ola wrote not only the results of calculations, but she wrote down the whole operation. Presumably, she was able to carry out these calculations in a head, she had no problems in obtaining the correct result. The fact that she carefully conducted calculations may be confirmation that she was very aware of ongoing regularity, which she stressed through a systematic record of compounds.

After solving this task, an attempt of generalizing took place. Ola heard the question:

Ex: Could you count how many apples could Fela pick up in 11^{th} day?

Ola: **Again,** you need to increase by five to 11 days.

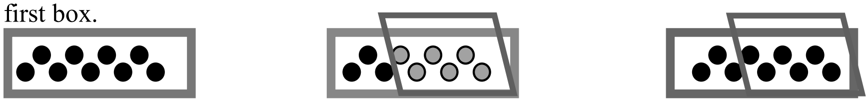
This statement is general. It proves a full understanding of all the compounds that occur in such a situation. Ola perceived the recursion, she used it in the arithmetic description and additionally she formulated it in a verbal expression. She did not have the algebraic symbols yet, but the relationship that "it will be always like this" she was able to pursue in an appropriately structured sequence of activities.

Example 3

Many arithmetic compounds can be generalized during exercises related to increasing accounting skills. For example, it is worth to use the *compensation principle* when it is necessary to perform two mutually opposite actions on the same numbers. This approach is not popular among students - but it is possible. This is shown in the following example.
7 years-old students (class I) have solved the task:

Klara collects magnets on the fridge. She keeps them in three boxes. She has 9 magnets in the green box. In the gray box there are 6 magnets less than in the green box. In the blue box there are 6 magnets more than in the gray box. How many magnets are in each box?

Before starting solving the problem each student had read carefully the text. Analyzing this task, the student should note that there is one number which does not need to be calculated. Number of magnets in successive boxes is described firstly by "6 less "and then by "6 more". Therefore, to calculate the number of magnets in the second (gray) box, it is necessary to subtract from to the first volume (9) which is the amount of magnets in a first box. Number of the last magnets (in the blue box) is associated with a going back to the quantities in the first box.



9   9 – 6   9 – 6 + 6

Picture 8 . Relationship between number of magnets in boxes

Paying attention to the following numerical values and relationships between activities can lead to a better insight into the problem. Such situation could be observed in the course of the work of one of the students – Antoś [4].
Student reads the task aloud. In his mind, sometimes whispering, he starts counting. Then, he says:

> Antoś: In the first box, which is green, there are nine magnets. In the gray box are 3 magnets. And in the blue box there are nine magnets.
> Ex: Well Antos, So you didn't have to write anything and still you could deal with the solution of this task?
> Antos: Yes, I count in my mind, because, as in this box, there is 6 less than this, then here there is 3, and here there is 6 more, than this is the same as in the green.

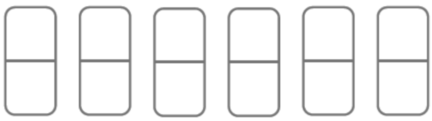
By this expression student testified that he "feels" the principle of compensation perfectly. He is aware that the adding and subtracting (or subtracting and adding) of the same component cause that the final amount will not be changed.

Example 4

Even pre-school children are able to perceive relationships. It is shown in the following example [5].

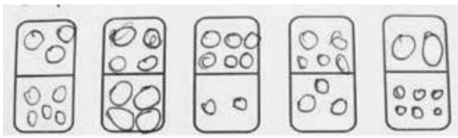
Zuzia is 6 years-old. She is a very shy, but smart and ambitious girl. She likes creating puzzles, mosaics and drawing patterns. She attend the kindergarten, where she becomes familiar with the numbers of the first ten (observation is conducted in January, the girl has been learning in the kindergarten for 5 months). Zuzia got the following task to solve:

> *Draw dots on the dice domino so that there will be a total of 8 dots on both fields.*



Picture 9 Task „domino" presented to Zuzia

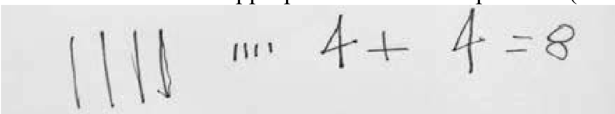
The girl was able to cope with its solution. Detailed analysis of the workflow shows that she could also *see the general through the particular*. Here is the description of her work.



Picture 10 Final Zuzia's solution

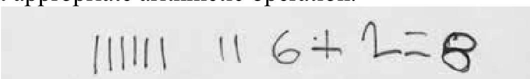
A girl started to calculate by counting on her fingers. She counted eight fingers: 5 on one hand and 3 on the other, holding two remaining. She looked at her hands, which naturally formed the distribution of the number 8 on the two components. In the domino fields, she drew a corresponding arrangement of dots: 3 above and 5 below. Again, she supported the solution by counting the fingers and drew 4 dots at the top and 4 on the bottom. This configuration clearly shows the shift of one

dot from the lower field to the top. However, the next step does not continue such a shift. Now there are 6 dots at the top and 2 at the bottom.
There were six dots at the top - the girl knew that this is the maximum amount that may be presented on the domino's field. Perhaps that's why she decided to change the representation of the distribution of the number 8. Zuzia drew 4 higher scotches, 4 smaller ones, counted them in silence checking if they are 8 altogether. Beside the pictures she wrote the appropriate arithmetic operation (Picture 11).



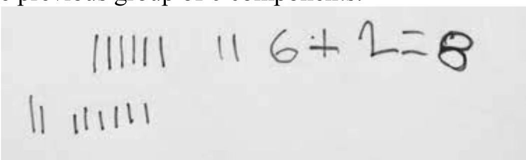
Picture 11 Zuzia checks an addition 4 + 4

In the next stage she wanted to draw lines in reverse order: 4 smaller at the front and 4 bigger on the back, but she gave up. Looking at her next action we can assume why: probably she noticed that the arithmetic record of this representation would be the same as earlier. The record and the result of this action would be repeated, so she was not interested in its creation.
Now, by the drawing she interpreted the distribution of the number 8 which she had already presented: 6 and 2, firstly putting the 6 scotches, then two, and entering the next appropriate arithmetic operation.



Picture 12 Initial visualization of distribution 6 and 2

She has changed a color of a pen and, underneath, she drew the same group of scotches, but in reverse order. Interestingly, the group consisting of 6 scotches was exactly under the previous group of 6 components:



Picture 13 Commutative law for 6 and 2 discovered by Zuzia

She did not write any arithmetic operation next to it. She silently counted the amount of all lines. Apparently she decided that the result matched. So, she drew dots on domino: two at the top and six at the bottom.
At the fourth domino, already without counting and without conversion she drew 5 dots at the top and 3 at the bottom. Conversely as with the first one.

Ex: Zuzia, you already have such a domino, where there are 5 and 3 dots.

Zuzia: Yes I have, but there is 3 at the top and now I have 3 at the bottom. I'll show you that it can be like this. Then it will be 8, too. (The girl counted the dots on the first and on the fourth domino and she was proud that the result matched).

Analyzing the current course of the Zuzia's work, you can notice the following stages:

1. Natural distribution of the number 8 into components, forced by the number of fingers on your hands. (5 + 3)
2. The movement of one element of one component from the bottom field to the second field: configuration 4 + 4
3. Random configuration 6 + 2
4. Possible decision of systematical study of the possibilities of distribution of the number 8 by changing the order of components. Visualization which refers to distribution of 4 + 4 is supported by a record of operation and by counting. Conclusion that the change of the order of the numbers does not lead to another record.
5. Conscious study of the alternation of the distribution for the components 6 and 2.
6. The use of the observed fact for the elements 3 and 5.

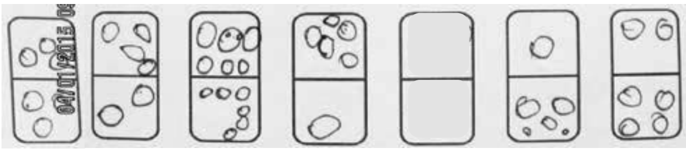
While working on the task, Zuzia was able to spread the number 8 easily. But her work is much deeper – she discovered the commutative law of addition. She was clearly fascinated by the perceived regularity!

In the next stage of observation, we wanted to know whether such action was only incidental, or just the opposite – she is able to transfer the perceived regularity on other numbers. Therefore, the girl got a similar task, but for the number 6.

Ex: Zuzia, I will read you the next part of this task. Listen: "draw as many on the both fields that will be a total of 6."

Zuzia: It is easy, as I did before, only now there have to be 6 dots together.

Here's the final result of her work and below there is a detailed description (Picture 14)



Picture 14 Zuzia's solution concerns the second part of the task

Zuzia put down her pen, she pulled her fingers as before. She calculated 6, the rest she bent. In silence she counted something and drew 3 dots at the top and 3 at the bottom. She looked at me, smiled.

Ex: are you ready?

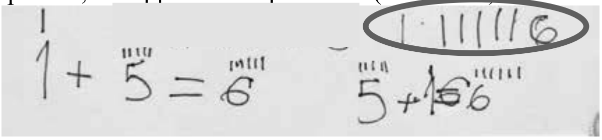
Zuzia: Not yet.

Again, she stretched her fingers, silently counted and drew 4 dots at the top and two at the bottom, and then she went to the last domino and drew in the reverse order 4 dots at the bottom and two on the top. She put down her pen and continued to count on her fingers. As the result of counting she filled the third domino: she drew 5 dots at the top and one at the bottom. Immediately after that she moved to the penultimate domino and she drew dots in reverse order: 5 dots at the bottom and one at the top.

Ex: Zuzia, the 5 dots at the top and 1 at the bottom is as much as 5 at the bottom and one at the top?

Zuzia: Yes, look

Zuzia drew a picture, to support the explanation (Picture 15):



Picture 15 Zuzia’s proof for comutative law for additon

Firstly, Zuzia drew the distribution of the number 6 on the two sets: with one-piece and five pieces (Fig. 15, record in the oval). Then she decided to write arithmetic operations: 1 + 5 = 6 and 5 + 1 = 6. The result of each action she received by counting dashes, which she drew over each of the written numbers.

When we make a similar analysis as with the distribution of the number 8, we get the following stages:

1. The distribution of the number 6 on two equal components (3 + 3). The girl does not analyze this distribution further, as she is aware that the alternation here does not lead to a new form of adding.
2. Distribution of the number 6 on the components 4 and 2 (possibly as a result of "displacement" of one element within the prior distribution). Instantaneous use of alternation, and visualization for both: 4 + 2 and for 2 + 4.
3. Distribution of the number 6 on the components 5 and 1 instantaneous use of alternation, and visualization for both the 5 + 1 and for 1 + 5.

The girl is convinced of the existence of realized regularity. She clearly separates the fact of distribution of the number on the components (which is supported by counting on fingers) from the use of alternation addition (simultaneous encoding of the discovered distribution as a + b and dependence resulting from the alternation, that is, b + a). This is also visible from the method of selecting the domino’s stone: compounds a + b recorded on the stones in order from left to right and symmetrical compounds b + in order from right to left.

Final conclusion

It is necessary to prepare teachers for situations where the student goes beyond the narrow goals that the teacher intends to pursue. The elementary principle*: teach and asses for understanding* must be interpreted very broadly. Understanding in mathematics does not mean that I know the result of addition: two plus two, but I know – why it is four. This well-known truth must be reiterated. We should trust in children's mathematical sensibility, should not be afraid, that they will exceed our expectations. If the analysis of the examples displayed here, bring even one teacher closer to the problem of children's mathematical activity, then I have the feeling that the time I spent for this article’s preparation was not lost.

References

1. CIOSEK, M. Generalization in the process of defining the concept and exploring it by students. [in] Bożena Maj-Tatsis, Konstntinos Tatsis (Eds.) *Generalization in mathematics at all educational levels*. Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2012, pp. 38-56
2. COCKBURN, A.D. „To generalise, or not to generalise, that is the question" (with apologies to Hamlet and William Shakespeare). [in] Bożena Maj-Tatsis, Konstntinos Tatsis (Eds.) *Generalization in mathematics at all educational levels.* Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2012, p.11-20
3. DEMBY, A. Typy procedur algebraicznych stosowanych przez uczniów 13 – 15 lat, *Annals Of The Polish Mathematical Society 5th Series: Didactica Mathematicae,* 22(2001), pp. 45 – 74.
4. Dörfler, W. Forms and means of generalization in mathematics, [in] A. Bishop (Ed.) *Mathematical knowledge: its growth through teaching.* Mahwah, NJ, Erlbaum, 1991, pp.63-85.
5. HAREL, G., TALL, D. The general, the abstract, and the generic, *For the Learning of Mathematics*, *11*, 1991, 38-42
6. HEJNÝ, M. Understanding and Structure, [in] M. A. Mariotti (Ed.) *Proceedings of CERME3*, Bellaria, 2003, pp.1-8.
7. JAMES, W. Talks to Teachers. Holt, 1899, New York.
8. KARPIŃSKI, M., NOWAKOWSKA, A., ORZECHOWSKA, M., SOSULSKA, D., ZAMBROWSKA, M. *Raport Badania OBUT2014*, Instytut Badań Edukacyjnych, 2014, Warszawa.
9. KUCHARSKA, P. *Strategie stosowane przez uczniów klasy III podczas pracy nad zadaniem posiadającym kilka rozwiązań.* Unpublished Bachelor Thesis. 2015, The Bronisław Markiewicz State Higher School of Technology and Economics in Jarosław.
10. KOTLIŃSKA, J. *Kształtowanie umiejętności rachunkowych z wykorzystaniem domina jako pomocy dydaktycznej.* Unpublished Bachelor Thesis. 2015, The Bronisław Markiewicz State Higher School of Technology and Economics in Jarosław.
11. KRYGOWSKA, A. Z. *Zarys Dydaktyki Matematyki*, cz. 3. WSiP, 1979, Warszawa.
12. MASON, J. Expressing generality and roots of algebra, [in] N. Bednarz, K.Kieran, L. Lee (eds.), *Approaches to Algebra*. Dordrecht: Kluver Academic Publisher, 1996, pp.65-86.
13. Malara, N.A. Generalization proces in the teaching/learning algebra: students behaviour and teacher role. [in] Bożena Maj-Tatsis, Konstntinos Tatsis (Eds.) *Generalization in mathematics at all educational levels.* Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2012, p.57-90.
14. PIETRASZEK, M. *Intuicje regularności arytmetycznych opartych o rekurencję w percepcji uczniów nauczania wczesnoszkolnego.* Unpublished Master Thesis. 2016, The Bronisław Markiewicz State Higher School of Technology and Economics in Jarosław.

15. ROSENTHAL, R., JACOBSON, L. *Pygmalion in the Classroom: teacher expectation and pupils' intellectual development.* Holt, Rinehart and Winston, 1986, New York.
16. STEINBRING, H. *The construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interactions, an Epistemological Perspective*. Mathematics Education Library, 2005. Springer, New York
17. WIGLUSZ, M. *Rozumienie zasady kompensacji działań wyrażanych w zadaniach tekstowych.* Unpublished Bachelor Thesis. 2015, The Bronisław Markiewicz State Higher School of Technology and Economics in Jarosław.
18. ŻEROMSKA, A.Z. Proving general sentences in mathematics and justification of mathematical statements by learners of mathematics. The anthropomathematical studies. *Annals Of The Polish Mathematical Society 5th Series: Didactica Mathematicae* 37 (2015) pp.114-140.

Notes:

[1]. The stages of development and structuring of knowledge in Hejný's model: 1) Motivation. 2) Stage of isolated (mental) models. 3) Stage of generalization. The obtained isolated models are mutually compared, organized, and put into hierarchies to create a structure. A possibility of the transfer between the models appear and a scheme that generalizes all these models is discovered. The process of generalization does not change the level of abstraction of thinking. 4) Stage of universal (mental) model(s). 5) Stage of abstraction. 6) Stage of abstract knowledge.

[2] The observation was carried out by student Paulina Kucharska as a part of her bachelor thesis written under my supervision.

[3] The observation was carried out by student Monika Pietraszek as a part of her master thesis written under my supervision.

[4] The observation was carried out by student Mariola Wiglusz as a part of her bachelor thesis written under my supervision.

[5] The observation was carried out by student Jadwiga Kotlińska as a part of her bachelor thesis written under my supervision.

Contact address

Dr hab. Ewa Swoboda, prof. UR
University of Rzeszów,
Department of Mathematics and Natural Sciences
35 959 Rzeszów,
Pigonia 1A
Phone: +48 609 73 54 50
E-mail: eswoboda@ur.edu.pl

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

MEASURING CONCEPT DEFINITIONS AND IMAGES OF MATHEMATICAL CONCEPTS

Timo TOSSAVAINEN

Abstract

In this paper, I discuss how to examine students' knowledge about mathematical concept. We do it relying on theory of concept definitions and images by Tall and Vinner (1981) and by summing up the experiences and findings of a few recent studies by the author and his collaborators.

In designing questionnaires to measure the differences between concept definitions and images of a mathematical concept or which aspects are principal in students' concept images, it is useful first to represent the concept as a concept map and then, for each circle, include a few test exercises to measure how that aspect of the concept is reflected off the students' definitions and their performance in the test exercise. A contradiction between a student's definition and solution to the test exercise reveals a difference between his/her concept definition and image.

The essential findings so far are the following. It is common that students' concept definitions and images of mathematical concepts differ from one another remarkably. It is possible that a student can repeat a correct definition of a mathematical notion and yet he/she uses a radically different kind of mental construct in mathematical tasks involving the same notion. On the other hand, it is also possible that a student cannot give a meaningful description of a notion but his/her concept image of the notion is applicable to that degree that he/she can solve ordinary tasks involving the notion. Generally, the quality of students' definitions correlates to a certain degree with their performance in solving tasks involving the concepts in focus.

Key words: concept definition, concept image, mathematical concepts.

1. Concept definitions and images

The Tall and Vinner (1981, p. 152) say that *concept definition* is "a form of words used to specify that concept". A student may have learnt it only by rote from textbooks but it can be also a product of a more conscious construction by him/her. Most essentially, it is the student's own verbal expression of the concept in focus. (ibid). Further, *concept image* describes "the total cognitive structure that is associated with the concept, which includes all the mental pictures and associated properties and processes". In other words, concept image represents those conceptions and beliefs about the concept that a student actually relies on while solving a mathematical task.

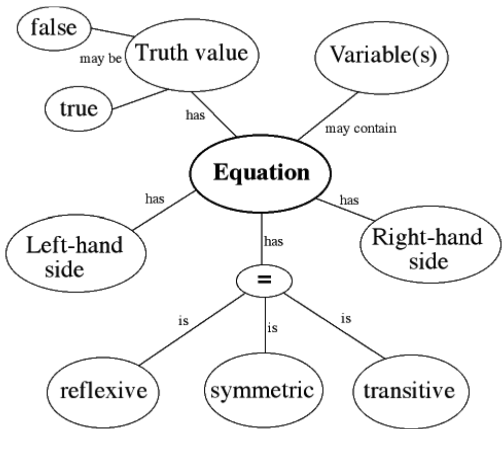
There are also other theories of mathematical knowledge, for example, comprehending mathematical notions both as static and dynamic (Sfard, 1991).

Students' concept definitions of a mathematical notion can be examined simply by asking them explicitly to define the notion in their own words. However, the concept images cannot be mapped in the same way but only indirectly by surveying how students solve problems involving the notion. Luckily, this method allows us to gain essential information about the differences between definitions and images. For example, if a student says that "*area means a size of a bounded figure*" and, on the other hand, he/she concludes in a test exercise that the area between two parallel lines is infinite, we notice a difference between his/her concept definition and image of area with respect to the boundedness.

2. A method to design a measurement of definitions and images

In Attorps and Tossavainen (2008, 2009) and Tossavainen, Attorps and Väisänen (2011), we examined the differences between students' concept definitions and images of equation. Our questionnaire contained, in addition to usual questions surveying background information, a section for a student's own definition for equation and 24 mathematical expressions to be judged as examples or non-examples of equation. The students were asked to literally justify their answers in each case. Each answer was scored on the scale of 0–3, according to the correctness of explanation.

The test items were designed with the goal that every essential aspects of the equation concept must be covered. In order to guarantee that, we first created a concept map (e.g. Novak, 2009) of equation and then designed, at least, two test items related to each circle in the map, see Picture 1. For example, to test what role truth value plays, we asked students to judge whether or not 1+2=5 and y+1=y are equations. A half of students said that these are not equations because they are not true, yet only very few of them referred in any way to truth value in their definitions.



Picture 1 The concept map of the equation concept

In Tossavainen, Attorps and Väisänen (2011, 2012) and Tossavainen, Haukkanen and Pesonen (2013), we noticed that the quality of concept definitions of a mathematical notion may be significantly related to the participants' success in solving typical problems (i.e., scores in problems) involving the use of the notion. The Spearman correlation is an appropriate tool to analyse this relationship assuming that students' concept definitions can be categorized on an ordinal scale in respect of the quality. Of finitely many different orderings of a finite number of categories, it is always possible to choose the best one to meet the chosen criteria of quality. In the above-mentioned studies, the ordinal scale was quite easily found as an unanimous view of all involved researchers. Table 2 below demonstrates such an ordering.

The categories of concept definitions in descending order	Properties of category	A quotation of students' definitions
Equality	- explicit reference to the equality relation - vague or seriously incorrect terminology unaccepted - structural aspect	"Is a statement with the left-hand and right-hand side which are equal to each other."
Variable/ Formula/ Dependence	- necessity for the presence of a variable or solving equations mentioned - representational terminology allowed	"Equation has got a variable that should be solved."
Undeveloped	- vague, incorrect or a meaningless definition	"It is an expression which is defined at certain values."

Table 2 The categorization of concept definitions of equation (Tossavainen, Attorps and Väisänen, 2011)

In some cases, it is also possible to survey which aspects of a concept are most dominant in students' concept images. The method for designing an applicable questionnaire is similar to that above: using the concept maps one should be able to design test exercises that a) are neutral and allow the use of various different solving methods and b) are not neutral but emphasize certain aspects and diminish other aspects of the concept. For example, in the examination of students' concept images of monotonicity (Tossavainen, Haukkanen and Pesonen, 2013), we focused on the square function. The neutral test exercise was the one in which students were asked to examine the monotonicity of $f(x) = x^2 - 5$ without giving any suggestion how to do it and the one that emphasized the algebraic aspect was such that students were asked to show that $0 < x < y \Box \ 0 < x^2 < y^2$. The most dominant aspects of concept images were noticed by looking at how the distribution of different solving methods varied across the test exercises. Table 3 below demonstrates how the categories of concept images ordered according to the principal aspect can also correlate with the success in test exercises.

The categories of concept images of monotonicity measured on a neutral item	N	Monotonicity items mean (max 12)	Std. Deviation	Minimum	Maximum
Algebraic	4	8.75	2.87	5	12
Analytical	36	8.22	2.93	2	12
Geometric	9	6.89	2.20	4	10
Experimental	4	4.25	1.71	2	6
Erroneous	18	4.44	2.09	1	8
Blank answer	18	2.94	1.55	0	6
Total	89	6.10	3.24	0	12

Table 3 The categories of the concept images and the description of the participants' total success in four exercises involving monotonicity (Tossavainen, Haukkanen and Pesonen, 2013)

3. Some results and conclusions

The common finding in our studies was that there are students who can repeat a correct definition of a mathematical concept but, at the same time, they rely on radically different kinds of images in solving mathematical tasks. On the other hand, we met many students who cannot give a meaningful description of a concept but their concept images were correct to that degree that they could solve ordinary tasks. A possible explanation is that the former students' mathematical thinking is more based on rote learning than understanding and the latter students rely more on intuition and informal thinking than on correct communication in mathematics. In general, students' performance in test exercises seems to correlate with the quality of their definitions but the correlation coefficient depends much on the concept.

Generally speaking, it seems that only a minority of teacher students can give a correct definition even for the most common concepts in school mathematics. Of those who cannot, approximately half of them can apply those concepts correctly in most ordinary routine exercises. This raises a question how they can communicate in a correct way on mathematical concept with their prospective pupils. This problem may be one reason for that the procedural knowledge and the computational aspect of mathematics is so often emphasized in classroom.

Another worrying finding is that teacher students' success to find a correct solution easily decreases if an ordinary exercise is even slightly modified, for example, the variable *x* is replaced by variable *z*, or a computational exercise is replaced by an equivalent reasoning task. In other words, students' concept images of mathematical notions seem to be very dependent on archetypal representations of those notions. For example, in Tossavainen, Haukkanen and Pesonen (2013), a clear majority of students considered that decreasing functions must also be continuous, differentiable or even polynomial. Only three out of 89 participants judged that the claim "*the graph of a strictly decreasing function is a downward straight line or other descending curve*" is not correct because a decreasing function need not be continuous.

Definitely, we need more research on differences between students' concept definitions and images in order to know how students really use mathematical concept in solving mathematical tasks. It is not sufficient that they can repeat the definitions from their textbooks.

References

1. ATTORPS, I., TOSSAVAINEN T. Is there equality in equation? In D. Pitta–Pantazi & G. Philippou (Eds.), *The proceedings of CERME 2007 The Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 22–26 February 2007 in Larnaca, Cyprus, ERME. 2008, pp. 2250–2259.
2. ATTORPS, I., TOSSAVAINEN, T. Is there always truth in equation? In C. Winsløw (Ed.), *Nordic Research In Mathematics Education, Proceedings from NORMA08 in Copenhagen, April 21 - April 25, 2008.* Rotterdam: Sense Publishers. 2009, pp. 143–150. ISBN 9789087907815.
3. NOVAK, J. D. *Learning, Creating, and Using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations* (2nd ed.). Routledge, 2009. ISBN 0415991854.
4. SFARD, A. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics.* 1991, Vol. 22, pp. 1–36. ISNN 0013-1954.
5. TALL, D., VINNER, S. Concept image and concept definition with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*. 1981, Vol. 12, pp. 151–169. ISNN 0013-1954.
6. TOSSAVAINEN, T., ATTORPS, I., VÄISÄNEN, P. On mathematics students' understanding of the equation concept. *Far East Journal of Mathematical Education*. 2011, Vol. 6, pp. 127–147. ISNN 0973-5631.
7. TOSSAVAINEN, T., HAUKKANEN, P., PESONEN, M. Different aspects of the monotonicity of a function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2013, Vol. 44, pp. 1117–1130. ISNN 0020-739X.

Contact address

Timo Tossavainen, Ph.D. Docent
University of Eastern Finland
P.O. Box 86, FI-57101, Savonlinna, Finland
Phone: +358 50 321 8972
E-mail: timo.tossavainen@uef.fi

PŘÍSPĚVKY

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ V RÁMCI TESTOVANIA 5

Ingrid ALFÖLDYOVÁ, Viera RINGLEROVÁ

Abstrakt

V novembri 2015 realizoval Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania celoslovenské testovanie žiakov 5. ročníka základnej školy. V príspevku sa zaoberáme testovaním matematiky, ktorého súčasťou boli aj testové úlohy z matematickej gramotnosti a analýzou vybraných úloh z matematickej gramotnosti.

Kľúčové slová: testovanie, testy z matematiky, matematická gramotnosť

MATHEMATICAL LITERACY IN TESTING 5

Abstract

In November 2015 the National Institute for Certified Educational Measurements carried out nation-wide testing of the 5th grade pupils at primary schools. In our paper we deal with testing of mathematics that included also the mathematical literacy tasks and analysis of the selected items of the mathematical literacy.

Key words: testing, mathematics tests, mathematical literacy

1. Úvod

Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania (ďalej NÚCEM) uskutočnil 25. novembra 2015 po prvýkrát celoslovenské testovanie žiakov 5. ročníka základnej školy (T5-2015), ktorého cieľom bolo získať objektívne informácie o výkone žiakov pri vstupe na vzdelávací stupeň ISCED 2.

Test z matematiky písalo celkovo 43 134 žiakov, z toho 40 911 žiakov v papierovej forme a 2 223 žiakov v elektronickej forme. Priemerná úspešnosť v teste z matematiky bola 62,0 %. Túto úspešnosť dosiahli dievčatá aj chlapci. Priemerná úspešnosť žiakov v papierovej forme bola 61,5 % a v elektronickej forme 70,4 %.

Úlohy v teste z matematiky boli zamerané na porozumenie textu, overovanie hĺbky vedomostí a zručností, aplikáciu poznatkov v praktických súvislostiach, a taktiež logické myslenie. Súčasťou niektorých úloh boli grafy a tabuľky.

Matematická gramotnosť je podľa OECD PISA chápaná, ako *schopnosť jedinca rozpoznať a pochopiť úlohu matematiky vo svete, robiť zdôvodnenie hodnotenia, používať matematiku a zaoberať sa ňou spôsobmi, ktoré odpovedajú potrebám života konštruktívneho, zaujatého a rozmýšľajúceho občana. Zahŕňa kombináciu znalosti matematickej terminológie, faktov a procedúr, zručností vo vykonávaní istých operácií a realizácií určitých postupov.*

Pri zostavovaní testov z matematiky sme vychádzali zo skutočnosti, že matematické vzdelávanie na 1. stupni ZŠ je podľa **Štátneho vzdelávacieho programu** “*založené na realistickom prístupe k získavaniu nových vedomostí a na využívaní manuálnych a intelektových činností pre rozvíjanie širokej škály žiackych schopností. Na rovnakom princípe sa pristupuje k aplikácii nových matematických vedomostí v reálnych situáciách. Takýmto spôsobom nadobudnuté základné matematické vedomosti umožňujú žiakom získať matematickú gramotnosť novej kvality, ktorá by sa mala prelínať celým základným matematickým vzdelaním a vytvárať predpoklady pre ďalšie úspešné štúdium matematiky a pre celoživotné vzdelávanie.*” (ŠVP Matematika – príloha ISCED 1, 2009, s. 2)

2. Rozdelenie úloh v teste z matematiky v rámci T5-2015

Súčasťou testu z matematiky boli úlohy s matematickým a s reálnym kontextom. Úlohy z matematickej gramotnosti boli práve zo skupiny úloh s reálnym kontextom. Boli to slovné úlohy, ktoré nie sú štandardne formulovanými jednoduchými, či zloženými slovnými úlohami. Išlo o tzv. problémové úlohy, ktoré vychádzali z reálnych situácií, s ktorými sa žiaci môžu stretnúť a pri ich riešení je nevyhnutné využiť nadobudnuté poznatky z matematiky. Podľa situácií, resp. kontextu, úlohy vychádzali z osobného života a spoločnosti. Z dôvodu získania presnejších informácií o schopnostiach žiakov, sme použili členenie podľa revidovanej Bloomovej taxonómie kognitívnych cieľov z hľadiska obsahovej a kognitívnej oblasti.

3. Ukážky vybraných testových úloh z matematickej gramotnosti

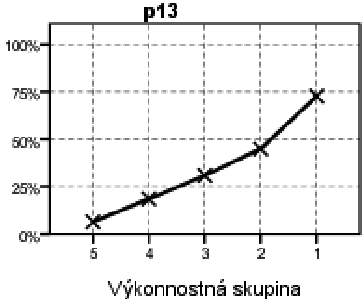
V tejto časti uvádzame ukážky troch vybraných úloh z matematickej gramotnosti zaradených do testu z matematiky v T5-2015.

Úloha č. 1 (v teste – úloha číslo 13)

Obrázok 1 Ukážka úlohy č. 1

Úloha je z tematického okruhu *logika, dôvodenie, dôkazy* a z tematického celku *riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie.* Úlohu sme zaradili do kategórie *konceptuálnych poznatkov* a do kategórie *analyzovať*. Krátky nesúvislý text vyžadoval čítanie s porozumením, pričom údaje o sume mali určiť z údaja uvedeného pod jednotlivými obrázkami. Na základe údajov uvedených v jednotlivých obrázkoch mali žiaci najskôr zistiť ceny za jednotlivý druh tovaru (vajcia, mlieko, maslo) a následne určiť celkovú sumu za nákup. Žiaci na 1. stupni ZŠ pracujú len z prirodzenými číslami, preto autori neočakávali iný výsledok ako vo forme prirodzeného čísla.

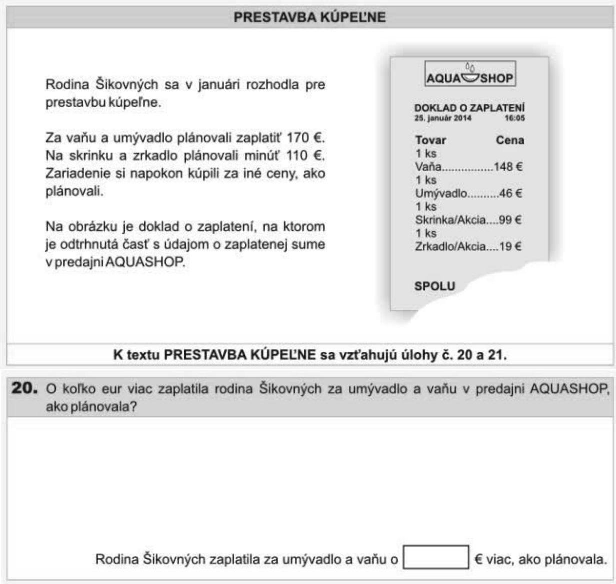
Správnu odpoveď (8) uviedlo celkovo 43,6 % žiakov. Úloha bola pre žiakov stredne obťažná. Úlohu vôbec neriešilo (vynechalo ju) 6,0 % žiakov. Najčastejšie z nesprávnych odpovedí žiaci uvádzali výsledok 7 (14,9 % žiakov). Predpokladáme, že uviedli počet kusov tovaru, ktorý videli na obrázkoch. Medzi často uvádzané nesprávne odpovede patril výsledok 6 (9,2 % žiakov), výsledok 11 (7,1 % žiakov) a 9 (6,6 % žiakov). Nakoľko žiaci prevažne uviedli v teste priamo výsledok, z nesprávnych odpovedí žiakov môžeme predpokladať, že len mechanicky sčítali ľubovoľné dve až tri čísla uvedené pod niektorým z obrázkov.



Graf 1 Distribúcia úspešnosti úlohy č. 1 podľa výkonnostných skupín

Úloha pomerne dobre rozlišovala žiakov všetkých výkonnostných skupín. Čím žiaci dosiahli celkovo vyššiu úspešnosť, tým boli úspešnejší aj v tejto položke. Najúspešnejší žiaci v teste (skupina 1) dosiahli úspešnosť cca 75 % a najmenej úspešní žiaci (skupina 5) cca 5 %. Stredná výkonnostná skupina (skupina 3) dosiahla úspešnosť cca 30 %.

Úloha č. 2 (v teste – úloha číslo 20)



PRESTAVBA KÚPEĽNE

Rodina Šikovných sa v januári rozhodla pre prestavbu kúpeľne.

Za vaňu a umývadlo plánovali zaplatiť 170 €. Na skrinku a zrkadlo plánovali minúť 110 €. Zariadenie si napokon kúpili za iné ceny, ako plánovali.

Na obrázku je doklad o zaplatení, na ktorom je odtrhnutá časť s údajom o zaplatenej sume v predajni AQUASHOP.

AQUASHOP

DOKLAD O ZAPLATENÍ

25. január 2014 16:05

Tovar	Cena
1 ks Vaňa	148 €
1 ks Umývadlo	46 €
1 ks Skrinka/Akcia	99 €
1 ks Zrkadlo/Akcia	19 €
SPOLU	

K textu PRESTAVBA KÚPEĽNE sa vzťahujú úlohy č. 20 a 21.

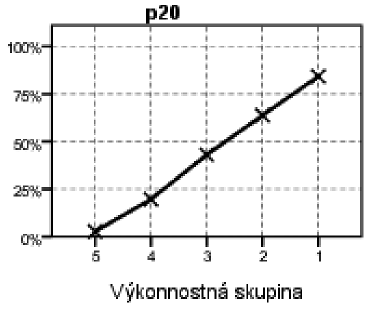
20. O koľko eur viac zaplatila rodina Šikovných za umývadlo a vaňu v predajni AQUASHOP, ako plánovala?

Rodina Šikovných zaplatila za umývadlo a vaňu o ☐ € viac, ako plánovala.

Obrázok 2 Ukážka úlohy č. 2

Úloha je z tematického okruhu *čísla, premenná a počtové výkony s číslami* a z tematického celku *sčítanie a odčítanie prirodzených čísel v obore do 10 000.* Úlohu sme zaradili do kategórie *procedurálnych poznatkov* a do kategórie *analyzovať*. Krátky nesúvislý text vyžadoval čítanie s porozumením, pričom údaje o sume mali žiaci určiť z údaja uvedeného v spoločnom texte s nasledujúcou úlohou a z dokladu o zaplatení.

Správnu odpoveď (24) uviedlo celkovo 42,7 % žiakov. Úloha bola pre žiakov stredne obťažná, vynechalo ju 5,9 % žiakov. Najčastejšie z nesprávnych odpovedí žiaci uvádzali výsledok 194 (9,1 % žiakov), čiže len čiastočný výsledok.



Graf 2 Distribúcia úspešnosti úlohy č. 2 podľa výkonnostných skupín

Úloha veľmi dobre rozlišovala žiakov všetkých výkonnostných skupín. Čím celkovo vyššiu úspešnosť žiaci dosiahli, tým boli úspešnejší aj v tejto položke.

Najúspešnejší žiaci v teste dosiahli úspešnosť cca 80 % a najmenej úspešní žiaci cca 5 %. Stredná výkonnostná skupina dosiahla úspešnosť cca 45 %.

Úloha č. 3 (v teste – úloha číslo 21)

21. Jeden týždeň vo februári budú predávať v predajni AQUASHOP tovar so zľavou. Z údajov o cenách v týždni zliav zisti, či by sa rodine Šikovných oplatilo počkať s nákupom vane, umývadla, skrinky a zrkadla na zľavy vo februári.
V ktorej možnosti je uvedené správne zdôvodnenie?

VYUŽITE FEBRUÁROVÝ TÝŽDEŇ ZLIAV V PREDAJNI

AQUASHOP

Názov tovaru	Cena
Vaňa	136 €
Sprchovací kút	199 €
Umývadlo	44 €
Skrinka	89 €
Vešiak do kúpeľne	15 €
Zrkadlo	29 €

A Neoplatilo by sa im počkať, zaplatili by o 14 € viac ako v januári.

B Neoplatilo by sa im počkať, zaplatili by o 200 € viac ako v januári.

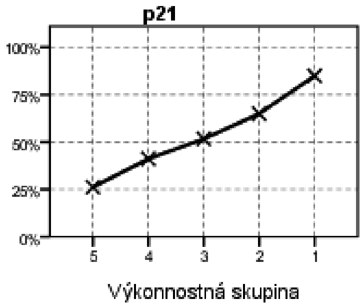
C Oplatilo by sa im počkať, zaplatili by o 14 € menej ako v januári.

D Oplatilo by sa im počkať, zaplatili by o 200 € menej ako v januári.

Obrázok 3 Ukážka úlohy č. 3

Úloha je z tematického okruhu *logika, dôvodenie, dôkazy* a z tematického celku *riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie.* Úlohu sme zaradili do kategórie *konceptuálnych poznatkov* a do kategórie *hodnotiť.* Rovnako ako v predchádzajúcej úlohe, krátky nesúvislý text vyžadoval čítanie s porozumením, pričom sumu za nákup mali určiť z tabuľky pod textom úlohy a pri druhej časti výpočtu mali žiaci vychádzať z údajov uvedených v doklade o zaplatení v spoločnom zadaní. Žiaci mali zistiť rozdiel v celkovej sume a vybrať správne zdôvodnenie.

Správnu odpoveď (C) označilo celkovo 53,8 % žiakov. Úloha bola pre žiakov stredne obťažná, vynechalo ju 3,2 % žiakov. Rovnako (po 15 % žiakov) si žiaci vyberali distraktor A a B.



Graf 3 Distribúcia úspešnosti úlohy č. 3 podľa výkonnostných skupín

Úloha veľmi dobre rozlišovala žiakov všetkých výkonnostných skupín. Najúspešnejší žiaci v teste dosiahli úspešnosť cca 80 % a najmenej úspešní žiaci cca 25 %. Stredná výkonnostná skupina dosiahla úspešnosť cca 50 %.

4. Záver

V príspevku sme sa zamerali na úlohy z matematickej gramotnosti z T5-2015. Na základe najčastejšie sa vyskytujúcich nesprávnych odpovedí pri otvorených úlohách a voľby distraktorov pri uzavretých úlohách môžeme konštatovať, že k riešeniu úloh žiaci často pristupovali mechanicky, nedočítali zadanie, realizovali ľubovoľnú matematickú operáciu s číselnými údajmi uvedenými v zadaní alebo len čiastočne vyriešili úlohu. Nižšia úspešnosť pri úlohách z matematickej gramotnosti mohla byť aj dôsledkom slabších čitateľských zručností žiakov.

V rámci vyučovania matematiky na 1. stupni ZŠ je žiaduce pri riešení jednoduchých i zložitejších úloh viesť žiakov k dôslednému čítaniu zadania úloh a k získavaniu väčších skúseností s významom matematizácie reálnej situácie. Pri riešení zložitejších úloh je dôležité vytvoriť priestor na rozanalyzovanie úlohy a určiť kroky, ktoré majú žiaci urobiť pre úspešné vyriešenie úlohy. Odporúčame učiteľom zaraďovať do vyučovania matematiky viac aplikačných úloh vyššej kognitívnej úrovne, a taktiež úlohy z matematickej gramotnosti vyžadujúce analýzu a hodnotenie zo strany žiaka.

Literatura

1. PISA 2012 Národná správa. Slovensko. Bratislava : NÚCEM, 2015. 60 s. ISBN 978-80-89638-21-5 Dostupné na World Wide Web: http://www.nucem.sk/documents//27/medzinarodne_merania/pisa/publikacie_a_diseminacia/1_narodne_spravy/N%C3%A1rodn%C3%A1_spr%C3%A1va_PISA_2012.pdf
2. RINGLEROVÁ, V. *Testovanie 5-2015. Správa zo štatistického spracovania testu z matematiky*. NÚCEM, Bratislava, 2015. (interný materiál NÚCEM)
3. Štátny vzdelávací program pre 1. stupeň základnej školy v Slovenskej republike. ISCED 1 – Primárne vzdelávanie. [online] Štátny pedagogický ústav: Bratislava, 2008. 38 s. Dostupné na World Wide Web: http://www.statpedu.sk/buxus/docs//kurikularna_transformacia/isced1_jun30.pdf
4. *Štátny vzdelávací program. Matematika. Príloha ISCED 1.* [online] Bratislava : Štátny pedagogický ústav, 2009. 35 s. Dostupné na World Wide Web: http://www.statpedu.sk/sites/default/files/dokumenty/statny-vzdelavaci-program/matematika_isced1.pdf
5. Test z matematiky. Testová forma A. Kontrolné číslo 1221. Testovanie žiakov 5. ročníka ZŠ T5-2015. [online] Bratislava: NÚCEM, 2015. 12 s. Dostupné na World Wide Web: http://www.nucem.sk/documents//46/testovanie_5_2015/testy_t5_2015/T5-2015_Mat-SJ-fA.pdf
6. Výsledky celoslovenského testovania žiakov 5. ročníka ZŠ 2015/2016. Dostupné na World Wide Web: http://www.nucem.sk/documents//46/testovanie_5_2015/Prezent%C3%A1cia_T5_januar2016_final.pdf

Kontaktní adresa

PaedDr. Ingrid Alföldyová, PhD., RNDr. Viera Ringlerová, PhD.
Národný ústav certifikovaných meraní vzdelávania
Žehrianska 9, 851 07 Bratislava
E-mail: ingrid.alfoldyova@nucem.sk, E-mail: viera.ringlerova@nucem.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

SKÚSENOSTI Z IMPLEMENTÁCIE ELEKTRONICKÝCH EDUKAČNÝCH TESTOV Z MATEMATIKY V PRÍPRAVE BUDÚCICH UČITEĽOV

Mária BENIAČIKOVÁ

Abstrakt

V príspevku prezentujeme koncepciu súboru elektronických edukačných testov v príprave budúcich učiteľov predprimárneho a primárneho vzdelávania. Súbor elektronických edukačných testov z matematiky bol prístupný pre študentov prostredníctvom elektronického kurzu v prostredí LMS Projekty. Zaoberáme sa stručným pohľadom na študentské riešenia jednotlivých testov, ako aj porovnaním výsledkov testov v jednotlivých úrovniach. V závere uvádzame vyjadrenie študenta k elektronickým edukačným testom, ktoré sme získali prostredníctvom dotazníkov.

Klíčová slova: e-learning, elektronický edukačný test, matematika

EXPERIENCES FROM IMPLEMENTATION OF ELECTRONIC EDUCATION TESTS FROM MATH IN TEACHER TRAINING

Abstract

In this contribution we present conception of set of electronic education tests in teacher training of preprimary and primary education. The set of electronic education tests from math was available by electronic course in software tool LMS Projekty. We presented short view on student´s solutions of individual tests. We present comparison of results of tests in three levels. At the end we present expression by student to electronic education tests. This expression we receive by questionnaire.

Key words: e-learning, electronic education test, math

1. Úvod

Niekoľko ostatných rokov je príprava budúcich učiteľov predprimárneho a primárneho vzdelávania na väčšine pedagogických fakúlt na Slovensku dopĺňaná elektronickými kurzami. Elektronická podpora jednotlivých kurzov prebieha nielen na Slovensku, ale aj v Česku a ďalších zahraničných krajinách. Podľa Mokriša (2011) vzniklo elektronické vzdelávanie ako „konvergencia dvoch dlhodobo existujúcich vzdelávacích trendov: dištančného vzdelávania a vzdelávania pomocou technológií.“ Pri vzdelávaní pomocou technológií využívame najmä počítač, ktorý je dnes už bežnou študijnou pomôckou každého študenta. Vytvorením elektronického kurzu majú študenti vo svojich počítačoch stále dostupný študijný materiál, ktorý môžeme v kurze sprístupniť. Elektronické kurzy ponúkajú širokú možnosť využitia. Jednou z takých možností je vytvoriť v e-kurze test, ktorý nemusí slúžiť len na overovanie vedomostí, ale aj na precvičenie a upevňovanie vedomostí. Robová (2012) uvádza, že „prostredia webových stránok umožňujú v priebehu riešenia úloh používať ďalšie prístupy a formy, ktoré súvisia predovšetkým s poskytovaním pomoci a spätnou väzbou.“ Spätná väzba v elektronických testoch posilňuje práve edukačný charakter testov. Rozhodli sme sa preto poskytnúť študentom elektronický kurz, ktorý by obsahoval väčšie množstvo elektronických edukačných testov z matematiky.

2. Koncepcia súboru elektronických edukačných testov

Pri tvorbe elektronických edukačných testov z matematiky sme vychádzali z požiadavok ponúknuť študentom čo najviac možností prípravy z matematiky a to nielen v rámci prípravy na skúšku z daného predmetu, ale aj prípravy pre budúcu prax. Z našich prieskumov v roku 2015 vyplynulo, že študenti pri štúdiu a pri príprave na skúšku najčastejšie využívali skriptá, preriešili úlohy z prednášok a seminárov, menej využívali štúdium z prednášok a riešenie úloh z internetu. Najmenej študenti využívali doučovanie a riešenie úloh zo zbierok úloh. Preto sme považovali za dôležité ponúknuť študentom súbor elektronických edukačných testov, ktoré na jednom mieste sústreďujú úlohy z oblastí daného predmetu a zároveň pri riešení poskytujú okamžitú spätnú väzbu. Študenti môžu riešiť testy kedykoľvek, akokoľvek dlho a môžu ich opakovať. Spätná väzba v prípade správnej odpovede ponúka študentom ďalšie informácie o riešení úlohy, prípadne navádza prostredníctvom otázok na ďalšie zamyslenie sa nad úlohou. V prípade nesprávnej odpovede získa študent nápovedu, akým spôsobom by mohol danú úlohu riešiť, prípadne mu je ponúknutá definícia, ktorá by ho mala naviesť na riešenie, alebo je v spätnej väzbe identifikovaná chyba, ktorú študent urobil.

Súbor elektronických edukačných testov z matematiky je vytvorený a prístupný pre študentov predškolskej a elementárnej pedagogiky všetkých vysokých škôl na portáli LMS Projekty. Súbor je implementovaný v kurze *Edukačné testy*. Obsahuje 36 testov rozdelených do štyroch častí, pričom každý test má 10 testových úloh (spolu 360 testových úloh). Vytvorené testy sú z oblastí výrokovej logiky, množinovej teórie, relácií a testy určené špeciálne pre študentov magisterského študijného programu predprimárna pedagogika (okrem výrokovej logiky, teórie množín a relácií obsahujú aj geometriu a riešenie slovných úloh). V každej časti sa nachádza 9 testov rôznych úrovní.

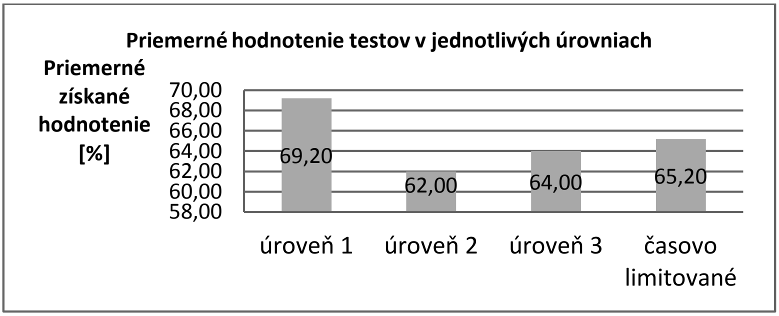
Prvé dva testy sú najnižšej úrovne – Úroveň 1. Obsahujú úlohy zamerané na nižšie úrovne dimenzie kognitívneho procesu podľa revidovanej Bloomovej taxonómie vzdelávacích cieľov (zapamätanie a porozumenie). Nasledujúce dva testy (Úroveň 2) sú zamerané na úlohy vyššej úrovne dimenzie kognitívneho procesu podľa revidovanej Bloomovej taxonómie vzdelávacích cieľov (aplikácia, analýza a hodnotenie). Tri ďalšie testy (Úroveň 3) sú zmiešané z oboch úrovní – obsahujú niekoľko úloh nižšej úrovne a niekoľko úloh vyššej úrovne. Študenti tak môžu riešiť úlohy, s akými sa môžu stretnúť aj na skúške. Každá časť obsahuje dva časovo limitované testy – 10 úloh je potrebné vyriešiť za 20 minút. V týchto testoch sú úlohy oboch úrovní. V časovo limitovaných testoch nazvaných ako A-čkové je okamžitá spätná väzba (ihneď po zodpovedaní otázky sa zobrazí, či je úloha riešená správne a ako úlohu riešiť), v testoch s názvom B nie je spätná väzba okamžitá, ale až po ukončení testu. V časovo limitovaných testoch majú študenti možnosť vyskúšať si, na akej úrovni sú ich vedomosti, pričom si vyskúšajú časové obmedzenie, ktoré býva pri skúške.

3. Stručný pohľad do študentských riešení elektronických edukačných testov

Elektronické edukačné testy z matematiky sme ponúkli na riešenie budúcim učiteľom predprimárneho a primárneho vzdelávania. Celkovo v zimnom semestri akademického roku 2015/ 2016 riešilo testy 88 účastníkov kurzu, pričom sme zaevidovali 1 663 riešení testov. Účastníkmi elektronického kurzu boli študenti prvého ročníka bakalárskeho študijného programu Predprimárna a primárna pedagogika (66 študentov) a študenti prvého ročníka magisterského študijného programu Predprimárna pedagogika (22 študentov). Takmer každý zo zapísaných študentov riešil aspoň jeden z testov viac ako raz (Graf 1), pričom väčšina študentov získala v nasledujúcom pokuse lepšie hodnotenie ako v predchádzajúcom (86,5 %).

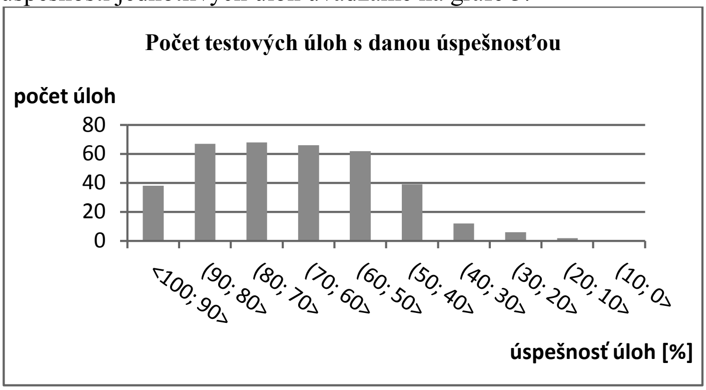
Graf 1 Počet študentov, ktorí opakovane riešili testy

Priemerná úspešnosť všetkých úloh bola 67,1 %. Medzi úspešnosťou riešenia testových úloh v jednotlivých tematických častiach sme nevideli významný rozdiel. Rozdiel priemernej úspešnosti sme však zaznamenali pri riešení prvých pokusov a pri riešení ďalších pokusov, teda po prečítaní spätnej väzby k jednotlivým testovým úlohám. Priemerná úspešnosť testových úloh pri prvých pokusoch bola 63,7 %, pri nasledujúcich pokusoch to bolo o 12,6 % viac, teda 76,3 %. Tento výsledok je očakávaný, nakoľko by študent mal po prečítaní spätnej väzby dosiahnuť v nasledujúcom pokuse lepšie hodnotenie. Rozdiel medzi priemernou úspešnosťou je viditeľný aj medzi jednotlivými úrovňami, teda medzi testami s testovými úlohami nižších poznávacích dimenzií a vyšších poznávacích dimenzií podľa revidovanej Bloomovej taxonómie vzdelávacích cieľov. Testy úrovne 1 majú lepšiu priemernú úspešnosť (69,2 %) ako testy úrovne 2 (62,0 %). Ako sme už vyššie uviedli, testy úrovne 3 tvoria úlohy z nižšej aj vyššej úrovne. Priemerná úspešnosť testov 3. úrovne je 64,0 %, čo je takmer priemer z úspešností úrovne 1 a 2. Bližšie uvádzame priemerné úspešnosti jednotlivých úrovní na grafe 2.



Graf 2 Hodnotenie testov z hľadiska úrovní testov

Najčastejšie riešené testy boli z tematickej časti výrokovej logiky (587 riešení testov). Najmenej často riešené boli testy zamerané pre študentov magisterského študijného programu predprimárna pedagogika (255), čo bolo pravdepodobne spôsobené menším počtom študentov a tým, že študenti z uvedeného študijného odboru nemali potrebu riešiť testy dovtedy, kým nezískajú plný počet bodov (predmet nebol ukončený skúškou, ale seminárnou prácou). Naopak, študenti, ktorí riešili elektronické edukačné testy z tematických častí výroková logika, množinová teória a relácie často testy opakovali, kým sa ich bodové hodnotenie nezlepšilo, prípadne, kým nedosiahli plný počet bodov. V jednotlivých opakovaných riešeniach sme zaznamenali najviac 9 pokusov riešení, pričom táto študentka získala plný počet bodov (10 bodov za test) až v poslednom pokuse. Vyskytli sa aj prípady, keď študent opakovane riešil len časovo limitované testy. V jednom prípade študentka opakovane riešila len testy, kde získala nízke hodnotenie. V prípade, že dosiahla hodnotenie aspoň 80 %, test neopakovala. Traja študenti opakovali testy dovtedy, kým nezískali hodnotenie 100 %. Zaujímavá bola klesajúca tendencia riešenia testov so stúpajúcou náročnosťou – čím vyššia úroveň testov, tým menej riešení. Posledné tri testy v danej tematickej časti riešilo len niekoľko študentov. Rozdelenie priemernej úspešnosti jednotlivých úloh uvádzame na grafe 3.



Graf 3 Počet testových úloh s danou úspešnosťou

Úspešnosť hodnotenia 100 % mali tri úlohy z celého súboru. Dve z týchto úloh boli z časovo limitovaného testu, teda je možné predpokladať, že študenti získali riešením predchádzajúcich úloh dostatočné vedomosti a zručnosti, aby všetci zodpovedali danú testovú úlohu správne. V testových úlohách sa nevyskytla úloha, ktorú by všetci študenti zodpovedal nesprávne. Najnižšia úspešnosť úloh bola 11 % a 17 % a to pri dvoch úlohách.

4. Záver

Výhodou elektronických edukačných testov z matematiky je, že študenti majú možnosť riešiť úlohy kedykoľvek, majú možnosť si ich zopakovať, pričom vždy po načítaní nového testu je poradie testových úloh zmenené, rovnako ako je zmenené poradie ponúkaných možností. Dôležitou súčasťou je okamžitá spätná väzba, ktorá poskytuje študentovi možnosť zistiť, či danú úlohu vyriešil správne, a ak nie, kde v riešení urobil chybu, prípadne, ako chybu odstrániť. Vďaka tomu poskytujú elektronické testy okrem možnosti preverovania vedomostí aj upevňovanie vedomostí a ďalšie vzdelávanie v danej téme. Študenti majú o testy záujem – z dotazníkového prieskumu, ktorý sme realizovali v roku 2016, vyplynulo, že najčastejšia forma prípravy študentov predprimárnej a primárnej pedagogiky na skúšku je prostredníctvom elektronických edukačných testov. Viac elektronických edukačných testov by uvítalo 80,8 % účastníkov kurzu. Prekvapilo nás, že 84,6 % študentov diskutovalo so spolužiakmi po riešení elektronických testov o úlohách a ich riešeniach. O dôležitosti vytvárania elektronických edukačných testov svedčí aj množstvo záujemcov o riešenie testov a frekvencia navštevovania elektronického kurzu, ako aj časté riešenie testov, pričom niektoré testy študenti riešili dovtedy, kým nedosiahli plný, alebo aspoň vyšší počet bodov. Z našich prieskumov vyplynulo, že študenti považujú elektronické edukačné testy za prínosné (uviedlo to 94,2 % respondentov). Na záver ponúkame vyjadrenie študentky k elektronickým edukačným testom: *„Elektronické edukačné testy mi skutočne veľmi pomohli pri štúdiu počas semestra, ale aj pri príprave na skúšku. Sú veľmi nápomocné a odporučila by som ich každému, kto má problém s porozumením učiva, alebo aj tým, ktorí sa chcú utvrdiť vo svojich vedomostiach. Ja osobne by som uvítala, keby mám boli takéto elektronické edukačné testy najmä so spätnou väzbou prístupné aj počas ďalšieho štúdia v ďalších semestroch."*

Literatura

1. MOKRIŠ, M. *Elektronicky podporované vyučovanie matematiky.* 1.vyd. Prešov: Prešovská univerzita v Prešove, 2011. 163 s. ISBN 978-80-555-0446-9.
2. ROBOVÁ, J. *Informační a komunikační technologie jako prostředek aktívního přístupu žáků k matematice.* 1.vyd. Praha: Univerzita Karlova v Praze, 2012. 300 s. ISBN 978-80-7290-583-6.

Kontaktní adresa

Mgr. Mária Beniačiková
Katedra matematiky FPV UMB
Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica
Telefon: +421 048 446 7240
E-mail: maria.beniacikova@umb.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

MATEMATICKÁ GRAMOTNOST JAKO NEZBYTNÝ PŘEDPOKLAD GRAMOTNOSTI FINANČNÍ

Růžena BLAŽKOVÁ, Milena VAŇUROVÁ

Abstrakt

V současné době se zvyšují požadavky na úroveň gramotností v obecném významu (funkční gramotnost) ve všech oblastech života člověka. V příspěvku se zaměřujeme na gramotnost matematickou a finanční a uvádíme některé náměty a postupy k jejich rozvíjení na 1. stupni základní školy. Přitom úroveň finanční gramotnosti závisí mimo jiné na úrovni gramotnosti čtenářské a matematické.

Klíčová slova: čtenářská gramotnost, matematická gramotnost, finanční gramotnost, výuka matematiky na 1. stupni ZŠ

MATHEMATICAL LITERACY AS A PREREQUISITE FINANCIAL LITERACY

Abstract

Currently, there are increasing demands on the level of literacy in the general meaning (functional literacy) in all areas. In this paper, we focus on mathematics and financial literacy. Some ideas and practices to their development at primary school are in the article. The level of financial literacy depends on the level of reader;s skills and matematical literacy.

Key words: reading literacy, mathematical literacy, financial literacy, teaching mathematics at primary school

1. Úvod

Pojem gramotnosti je v Evropě znám již více než 500 let a historicky znamená znalost čtení a psaní. Se zvyšováním vzdělanosti se pohled společnosti na gramotnosti měnil a vyvíjel. V dnešním pojetí chápeme gramotnost jako schopnost zpracovat informace a používat je v běžném životě pro efektivní začlenění člověka do společnosti a pro zvládnutí každodenních situací. Ve druhé polovině 20. století se začíná užívat pojem funkční gramotnost, která je charakterizována jako postačující úroveň kvality znalostí, schopností, hodnotových postojů a dalších osobnostních charakteristik, která se požaduje na plné zapojení se dospělého do hospodářského, sociálního a kulturního života dané společnosti a na plnění pracovních funkcí i funkcí mimopracovních sociálních rolí a životních aktivit.

2. Oblasti funkční gramotnosti

Za základní oblasti funkční gramotnosti jsou považovány:
Literární gramotnost – schopnost nalézt a porozumět informacím z textů, vybrat z textu podstatné a s informacemi správně nakládat a také schopnost vytvářet srozumitelné texty.
Dokumentová gramotnost – schopnost porozumět informacím v konkrétních dokumentech (např. návody k obsluze, jízdní řády, různé formuláře, žádosti, atd.) a schopnost tyto dokumenty správně použít, vyplnit atd.
Numerická (kvantitativní) gramotnost – schopnost pracovat s číselnými údaji, správně je aplikovat a interpretovat.

V těchto oblastech jsou zahrnuty specifické gramotnosti, které jsou v literatuře označovány podle daných oborů jako je gramotnost čtenářská, matematická, ekonomická, finanční, informační, přírodovědná, počítačová, kulturní, atd.

Stěžejní postavení mezi gramotnosti má gramotnost čtenářská, která je definována jako *„komplex vědomostí a dovedností jedince, které mu umožňují zacházet s písemnými texty běžně se vyskytující v životní praxi (např. železniční jízdní řád, návod k užívání léku). Jde o dovednosti nejen čtenářské, tj. umět texty přečíst a rozumět jim, ale také o dovednosti vyhledávat, zpracovávat, srovnávat informace obsažené v textu, reprodukovat obsah textu aj.* (Průcha, Mareš, Walterová 2009). Veškeré informace z jiných oblastí získává člověk právě prostřednictvím čtenářské gramotnosti.

3. Matematická gramotnost

Matematická gramotnost je definována např. pro potřeby PISA jako *„Schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého člověka“* (Straková, 2002, Palečková, Tomášek, PISA 2005).
PISA (2002) uvádí tři dimenze matematické gramotnosti:

- **Matematické postupy** (reprodukce a výpočty, propojení a integrace při řešení problémů, matematizace, matematické myšlení, zobecňování, proniknutí do podstaty matematiky).
- **Matematický obsah** (témata tradiční i netradiční).
- **Situace a kontexty** (užití matematiky v nejrůznějších situacích a kontextech).

Faktory, které ovlivňují matematickou gramotnost, souvisejí jednak s osobností žáka (jeho genetickými předpoklady, úrovní jeho intelektových schopností, charakterových vlastností, zájmu o matematiku, schopností pracovat s matematickými objekty apod.), jednak s vnějším okolím (rodinným prostředím, školním prostředím, mimoškolními aktivitami, vztahu společnosti k matematice apod.).

Rozvoj matematické gramotnosti v širším kontextu zahrnuje:

- Schopnost chápat abstraktní matematické pojmy v jejich správném významu.
- Schopnost chápat vztahy mezi matematickými objekty, zejména mezi jednotlivými pojmy, operacemi, závislostmi apod.
- Schopnost práce s matematickými objekty, s jejich symbolickým vyjádřením.
- Schopnost matematizovat reálné situace, vytvářet jejich vhodné matematické modely a tyto modely prezentovat různými vyjádřeními, např. textem, graficky, symbolickým zápisem, aj.
- Schopnost využít matematických poznatků v nových situacích.
- Využít matematických poznatků k řešení praktických problémů.
- Schopnost vyhledat optimální strategii při řešení problémů, provádět analýzu, propojovat jednotlivé vědomosti, zobecňovat.

V devadesátých letech formuloval Steen (1990) pět aspektů numerické gramotnosti:

- **Praktická** – zaměřená na matematické a statistické vědomosti a dovednosti, které lze okamžitě použít v každodenním životě.
- **Profesní** – zaměřená na matematické vědomosti vyžadované v určitých povoláních.
- **Občanská** – zaměřená na prospěch společnosti.
- **Rekreační** – zaměřená na roli matematických představ a postupů při hrách, skládankách, sportu, loteriích a jiných odpočinkových aktivitách.
- **Kulturní** – zaměřená na matematiku jako univerzální součást lidské kultury (a spjatá s oceňováním matematických aspektů v kulturních i uměleckých artefaktech).

4. Finanční gramotnost

Finanční gramotnost je „*soubor znalostí, dovedností a hodnotových postojů občana nezbytných k tomu, aby finančně zabezpečil sebe a svou rodinu v současné společnosti a aktivně vystupoval na trhu finančních produktů služeb. Finančně gramotný občan se orientuje v problematice peněz a cen a je schopen odpovědně spravovat osobní a rodinný rozpočet, včetně správy finančních aktiv a finančních závazků*“. (*Národní strategie finančního vzdělávání, 2010).*

Finanční gramotnost zahrnuje*:*

Peněžní gramotnost *– zahr*nuje kompetence pro správu hotovostních a bezhotovostních peněz a správu příslušných nástrojů (běžný účet aj.).

Cenovou gramotnost – obsahuje kompetence pro porozumění cenovým mechanismům a inflaci.

Rozpočtovou gramotnost – obsahuje kompetence pro správu osobního a rodinného rozpočtu a zvládání různých životních situací z finančního hlediska, kompetence pro správu finančních aktiv (např. vkladů, investic, pojištění) a správu finančních závazků (např. hypoték, úvěrů, leasingu aj.).

Jestliže chceme rozvíjet finanční a ekonomickou gramotnost žáků, musíme především rozvíjet jejich gramotnost matematickou. Aby žák chápal zákonitosti na finančních trzích, musí ovládat, mimo jiné, procentový počet. Aby žák uměl počítat s procenty, musí ovládat počítání s desetinnými čísly a se zlomky. Aby žák zvládl toto učivo, musí bezpečně ovládat počítání s čísly přirozenými. Přitom je nutné, aby s porozuměním přečetl text, kterým jsou úlohy zadávány. Takže veškeré další gramotnosti spočívají na rozvoji gramotnosti čtenářské a matematické.

5. Jak přispívat k rozvoji matematické gramotnosti žáků

Matematickou gramotnost žáků můžeme rozvíjet tak, že budeme respektovat následující postupy:

- Vytvářet správně matematické pojmy v duchu matematických definic a přiměřeně věku a jazyku žáků na příslušném stupni vzdělávání. Přitom je třeba vycházet z předčíselných představ žáků, vybudovat pojem čísla přirozeného a postupně, na základě porozumění, budovat další číselné obory. Přitom je třeba respektovat etapy pojmotvorného procesu od konkrétních modelů k abstraktním představám a postupnému zařazování pojmů do systému a vytváření systému.
- Správně chápat vztahy mezi matematickými objekty. Vést žáky k tomu, aby sledovali vztahy mezi jednotlivými pojmy, operacemi, funkčními vztahy apod.
- Učit žáky vytvářet vhodné matematické modely určité reálné situace. Danou situaci může žák vyjádřit např. číselným výrazem, algebraickým výrazem nebo geometrickou prezentací.
- Učit žáky využívat získané matematické poznatky v jiných, nových situacích. To, že žáci zvládnou určité učivo pamětně (např. základní spoje operací s přirozenými čísly) ještě nezaručuje, že je umí použít např. při řešení slovních úloh. Správné pochopení matematického pojmu usnadňuje jeho využití v nových situacích.
- Učit žáky využívat matematické poznatky při řešení praktických, aplikačních úloh, učit je pracovat s různými reprezentacemi dat, např. pracovat s jízdními řády, tabulkami dat, diagramy, grafy, ale i s texty různých nabídek a smluv obsahujících číselné údaje často nevýrazně prezentované.
- Učit žáky hledat posloupnost kroků k řešení problémů, provádět analýzu, kombinovat různé způsoby uvažování, propojovat jednotlivé vědomosti, zobecňovat, abstrahovat, hledat optimální strategie k řešení problémů a ověřovat reálnost řešení v praxi.

Všechny tyto aspekty jsou konkretizovány při výuce matematiky na všech typech škol a zejména pak při výchově budoucích učitelů v rámci výuky didaktiky matematiky.

Vychováváme tím matematicky gramotného žáka, který:

- neustále přemýšlí, zkoumá,
- dokáže formulovat myšlenky vlastními slovy,

- využívá různých způsobů komunikace,
- má rozvinuté funkční a kombinační myšlení,
- využívá vhledu, intuice, kreativity,
- dokáže zobecňovat,
- dokáže vidět souvislosti,
- má dokonale vytvořené matematické představy.

Přitom sledujeme i morální hledisko, neboť matematicky gramotný člověk vědomě neošidí, nepodvede a finančně nepoškodí jiného člověka.

6. Závěr

Z uvedených poznámek k některým typům gramotností a k možnostem jejich rozvíjení vyplývá, že není možné rozvíjet je izolovaně, ale že spolu úzce souvisejí, jedna je předpokladem k rozvoji druhé a je tedy nezbytné v rámci výuky všech předmětů na základní i střední škole neustále respektovat potřebu rozvoje celé osobnosti žáka z tohoto hlediska. Současné nároky společnosti na úroveň všech typů gramotností a zejména na dovednosti dospělých v oblasti používání textových i kvantitativně vyjádřených dokumentů se neustále zvyšují. Kromě rozvíjení gramotností je však třeba mít na také mysli i výchovu k morálnímu jednání dospělých, aby se v rámci různých finančních transakcí neuchylovali k podvodům a nepřiváděli svým vědomým jednáním ostatní občany do neutěšených situací.

Literatura

1. BLAŽKOVÁ, R.: *Jak přispívat k rozvoji matematické gramotnosti dětí.* In Sborník příspěvků 7. Žilinské didaktické konference DIDZA 2010. Žilina 2010. ISBN 978-80-554-0216-1.
2. HARTL, P., HARTLOVÁ, H.: *Velký psychologický slovník.* Praha: Portál 2010. 800 s. ISBN 978-80-7367-686-5.
3. HAVEL, J., NAJVAROVÁ, V.: *Rozvíjení gramotnosti ve výuce na 1. stupni ZŠ.* Brno: Masarykova univerzita 2011, 110 s. ISBN 978-80-210-5714-2.
4. PRUCHA, MAREŠ, J., WALTEROVÁ *Pedagogický slovník.* Praha: Portál 1998. ISBN 80-7178-252-1.
5. PALEČKOVÁ, J., TOMÁŠEK, V.: Učení pro zítřek: výsledky výzkumu OECD PISA 2003. Praha: UIV, 2005.
6. STEEN, L. A. (ed.) *Oh the shouders of giants: New approaches to numeracy.* Washington, D.C.: National Research Council, 1990.

Kontaktní adresa

RNDr. Růžena Blažková, CSc., RNDr. Milena Vaňurová, CSc.
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta MU
Brno, Poříčí 31, 603 00
Telefon: +420 549 491 678
E-mail: blazkova@ped.muni.cz
vanurova@ped.muni.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

UČEBNICE PRO INDIVIDUALIZOVANOU A DIFERENCOVANOU PRÁCI V ELEMENTÁRNÍ MATEMATICE

Miroslava BROŽOVÁ

Abstrakt

V příspěvku nahlédneme do problematiky individualizace a vnitřní diferenciace ve vyučování. Je uveden cíl, který si autorka kladla při tvorbě učebnice matematiky pro 3. ročník základní školy. Podrobněji je nastíněn záměr a některé konkrétní znaky učebnice, která je dle autorky vhodná pro uvedenou formu vyučování.

Klíčová slova: individualizace, diferenciace, učebnice, elementární matematika

THE TEXTBOOK FOR INDIVIDUALIZED AND DIFFERENTIATED WORK IN ELEMENTARY MATHEMATICS

Abstract

In this paper, we will look into the issue of individualization and internal differentiation in the classroom. It stated the goal that the author put in the development of mathematics textbook for the third grade of elementary school. The objectives and some specific elements of textbook, which, according to the author, are suitable for given type of teaching, are outlined in detail.

Key words: individualization, differentiation, textbook, elementary mathematics

1. Úvod

Desetiletá praxe v přísně individualizovaném prostředí alternativní základní školy s pedagogikou podle Marie Montessori vedla autorku tohoto příspěvku k tvorbě učebnice matematiky pro 3. ročník základní školy. V současnosti vychází široká škála učebnic, nicméně cílem zde bylo vytvořit koncepčně odlišný materiál, který by odpovídal potřebám dnešních učitelů a žáků, vedl systematicky žáky k navrhování vlastních řešení a umožnil tak rozvoj kognitivních schopností jednotlivých žáků s možností individualizace a diferenciace práce (podrobněji viz níže).

2. Individualizace a diferenciace

O potřebě vnitřní diferenciace ve školách mluví Příhoda již v roce 1929 v projektu školské reformy. *„Důsledně je spojován s vnitřní (tedy uvnitř školy prováděnou) tzv. přirozenou diferenciací, tj. diferenciací podle nadání, která má* *nahradit dosavadní diferenciaci podle společenského postavení, tedy selekci.“* (Cach, Váňová, 2000, s. 5) Od počátku devadesátých let dvacátého století u nás i v zahraničí publikuje o individualizaci a vnitřní diferenciaci celá řada autorů (např. Cedrychová, Krestová, Raudenský, 1991; Blížkovský, 2001; Vališová, Kasíková, 2007; Tomlinson, 2001). Stále častěji se i v praxi setkáváme s nejrůznějšími formami výuky zaměřené na žáka, respektující jeho individuální zkušenosti, potřeby, zájmy i kulturní a sociální prostředí, z něhož jednotliví žáci přicházejí. Takové vyučování klade zvýšené nároky na práci učitele. *„Řeší-li žáci stejné úkoly, má to zřejmě výhody: společné podklady pro diskusi, snazší zhodnocení výsledků, získání společného základu pro další různorodé úkoly. Současně učitel může lépe rozeznat úroveň uchopení situace žáky, případně pokrok, kterého žáci dosáhli. Individualizace úkolů podporuje tvořivost a samostatnost žáků při řešení úloh.“* (Novotná, 2004, s. 365) Zdá se ale, že typ individualizace i realita organizace práce se liší. Podle Vališové a Kasíkové podléhají návrhy na individualizaci dvěma základním individualizačním principům:

„Princip zvládnutého učení *lze vyložit tak, že každý z žáků bude mít šanci dosáhnout stanoveného výukového cíle nezávislou odlišnou cestou. Tak například pomalejší žáci mohou mít k dispozici více času k dosažení cíle než žáci rychlejší, žákům jsou poskytovány variantní vyučovací prostředky, přizpůsobené jejich schopnostem a učebním stylům, nabízeny – v případě potřeby korekce jejich postupů.*

Princip kontinuálního pokroku v učení *lze vyložit tak, že každý žák by se měl pohybovat stále k novým učebním požadavkům, aby dosáhl všeho, čeho je schopen v určitém čase za daných podmínek dosáhnout. Například nemělo by se očekávat, že rychlejší a motivovanější žáci budou čekat na žáky slabší, až budou moci přejít k úkolům pro pokročilé, a také žádný žák by neměl tratit čas opakováním úkolů, které již zvládl.“* (Vališová, Kasíková, 2007, s. 155)

První z uvedených principů chápeme tak, že žáci pracují na stejných úlohách, někteří jedinci mají více času a rychlejším žákům mohou být nabízeny náročnější části nebo varianty úloh. Hejný a kol. uvádí v Příručce učitele 2. stupně a víceletých gymnázií pod pojmem individualizace: *„Při objevování nové matematické myšlenky se využívají úlohy z různých prostředí - například řešení rovnic je připravováno v prostředí krokování, hadů, šipkových grafů, vážení na vahách, součtových trojúhelníků, mincí a mnoha dalších. Může se stát, že se najde žák, kterému určité prostředí nevyhovuje – nejde mu to, a tím ho řešení nebaví. Pokud je to možné, učitel žáka do takových úloh nenutí, ale nabídne mu odpovídající úlohy z jiného prostředí.“* (Hejný a kol., 2015, s. 9)

Druhý výše uvedený princip je zřejmě v souladu s naší představou individualizace a diferenciace práce. Dva žáci stejného věku mohou řešit různé úlohy, pracovat na různých úkolech, tématech, na zcela různých stranách v učebnici. Žádoucí je i model, kdy žáci pracují zároveň v různých předmětech. Učitel respektuje potřeby a zájmy každého dítěte a podporuje ho v jeho celkovém rozvoji, aby dosáhl svého potenciálu. *„Čekají-li v unifikovaném postupu výuky ti rychlejší na* *pomalejší, dochází k výraznému zpomalení výuky a k silné demotivaci.*“ (Hejný, Kuřina, 2009, s. 143)

Mnozí učitelé se opakovaně zamýšlejí nad organizací a realizací diferencovaného vyučování. Existuje jistě celá řada možností. *„Sem náleží i tvorba kvalitních učebnic, založená na současné nejen odborné, ale také didaktické úrovni. Dále pak příprava vhodného doplňujícího didaktického materiálu rozličné náročnosti a charakteru, který bude pružně a trvale к dispozici jak učiteli, tak i žákům a uložen ve třídě к okamžitému použití.*“ (Skalková, 2002, s. 14)

3. Učebnice elementární matematiky využitelná při individualizaci a diferenciaci práce

Autoři učebnic řady Lili a Vili jsou učitelé z praxe, kteří píší učebnice pro sebe a své kolegy. Obdobně vznikala i učebnice matematiky pro třetí ročník základní školy Lili a Vili (Brožová, 2015). Ze slovinského originálu (Žic, Rajšp, 2013) bylo převzato téma dvou včelích postaviček, průvodců Lili a Vili, překlad některých úloh a vybrané ilustrace. Do české verze učebnice byly přidány mnohé fotografie a náměty úloh, kde se projevila snaha o modernější pojetí, odpovídající potřebám a zájmům dnešních žáků (např. prostředí koncertu v úloze na s. 20, psího útulku a internetu na s. 74).

Učebnice je rozdělena do deseti kapitol, k souboru patří deset mezipředmětových pracovních sešitů a metodická příručka. České vydání se od originálu liší v mnoha směrech. Autorka upraveného textu pro české vydání se snažila o izolaci obtížnosti, kterou chápe jako práci, kde jsou všechny postupy a informace, které mohou vést ke komplikacím, izolovány a vyučovány odděleně. Možnost individualizace práce dle Principu zvládnutého učení (Vališová, Kasíková, 2007) je zřejmá například na s. 14 a s. 29, kde autorka klade důraz na to, že při počítání můžeme postupovat různě, ale přesto správně, že si každý musí najít ten svůj nejrychlejší a nejsnazší způsob počítání. Úlohy jsou koncipovány tak, aby žáci mohli pracovat samostatně, každý na jiné stránce a učitelé mohli používat různé metody (např. slovní, dialogické, aktivizující, didaktické hry) a různé metody práce (individuální, v párech, skupinové).

V úvodu učebnice se zabýváme systematickou prací s tabulkami a grafy. Žáci se učí číst údaje z tabulky, daný problém analyzují a interpretují vlastními slovy. Další kapitoly jsou zaměřeny na číselné operace. Autorka zvolila následující pořadí číselných operací: sčítání, násobení, dělení a odčítání. To vychází z přesvědčení, že vyvození násobení jako opakovaného sčítání ještě před prací s operacemi odčítání a dělení je pro mnohé žáky snazší. Po práci s jednotlivými operacemi následuje jejich kombinace (nejprve sčítání a odčítání jako opačné početní operace (s. 66), poté násobení a dělení). V učebnici je proveden transfer dosavadních poznatků do dosud neprobíraného číselného oboru. Počítáme např. $3 + 4 = 7$ a $300 + 400 = 700$ (s. 18). Z důvodu zachování kontinuity řady učebnic nebyl ve třetím ročníku rozšířen číselný obor do milionu, a to i přesto, že žáci dle autorčiny zkušenosti projevují zájem o velká čísla už od prvního ročníku. Na s. 69 je zaveden algoritmus písemného odčítání. Dle Paulssona (Paulsson, 1990, s. 20) jde o Metodu půjčování či přeskupování. Tato metoda je v Evropě používána např. v Belgii, Anglii, Finsku a mnoha dalších zemích. Algoritmus odpovídá manipulaci s předměty, kde „rozměňujeme“ v menšenci. Počítáme například 62 – 37 tak, že si v menšenci „vypůjčíme“ jednu desítku a „přidáme“ ji k jednotkám. Při počítání přeškrtneme číslici 6 v menšenci a zapíšeme místo ní 5 (dostaneme 5 desítek a 12 jednotek). Postupně pak odčítáme 12 – 7 = 5, na místo jednotek zapíšeme 5, 5 – 3 = 2, na místo desítek napíšeme 2, rozdíl je 25 (62 – 37) = (50 + 12) – (30 + 7) = (50 – 30) + (12 – 7) = 20 + 5 = 25. (Coufalová, Chmelová, Hrabětová, 2010) Izolovaně žáci pracují s číslem nula a s pojmy svisle a vodorovně. Strany 42-48 učebnice jsou věnovány tématu zlomky. Zlomek zavádíme jako část celku a vycházíme z představy, kterou si dítě přináší ze života (např. půl hrušky na s. 42). Tuto představu zpřesňujeme, uvádíme, kdy jde skutečně např. o polovinu, a klademe důraz na naprostou shodu částí. Součástí obsahu učebnice jsou i kombinatorické úlohy (s. 76), Vennovy diagramy, kde žáci rozčleňují prvky podle různých kritérií a rozčlenění znázorňují (s. 79) a neurčité rovnice (s. 95), témata, která jsou běžná spíše pro vyšší ročníky základní školy.

4. Závěr

Tvorba učebnice je pro každého autora v současné době náročným úkolem. Realizace individualizace a diferenciace, vytváření podmínek a prostředí pro takovou formu práce je úkolem zřejmě ještě těžším. Kvalitní učebnice může učiteli v tomto nelehkém úkolu pomoci. Možnosti realizace individualizace a diferenciace v elementární matematice jsou a budou předmětem dalšího autorčina studia a zkoumání.

Literatura

1. BLÍŽKOVSKÝ, B. *Dočkáme se vnitřně diferencované integrované školy?* In: Pedagogika. Praha: UK, roč. 51, č. 3, 2001. s. 259-263.
2. BROŽOVÁ, M. *Lili a Vili ve světě matematiky: učebnice matematiky pro 3. ročník ZŠ.* 1. vyd. Praha: Klett nakladatelství, 2015. ISBN 978-807397-152-6.
3. CÁCH, J., VÁŇOVÁ, R. *Václav Příhoda (1889-1979) Život a dílo pedagoga a reformátora školství.* In: Pedagogika. Praha: UK, roč. 50, č. 1, 2000. s. 3-12.
4. CEDRICHOVÁ, V., KRESTOVÁ, J., RAUDENSKÝ, J. *Možnosti diferenciace žáků na základní škole.* Praha: H&H, 1991. s. 68.
5. COUFALOVÁ, J., CHMELOVÁ, M., HRABĚTOVÁ, R. *Žáci, učitelé a algoritmy.* In: Matematika 4. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010. s. 84-87. ISBN: 978-80-244-2511-5.
6. HEJNÝ, M. a kol. *Matematika, Příručka učitele 2. stupně a víceletých gymnázií, Hejného metoda AB.* 1. vyd. Praha: H-mat o.p.s., 2015. ISBN 978-80-905756-2-2.
7. HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola, matematika (Konstruktivistické přístupy k vyučování).* 2. vyd. Praha: Portál, 2001. ISBN 978-80-7367-397-0.
8. NOVOTNÁ, J. *Matematické objevování založené na řešení úloh.* In: 25 kapitol z didaktiky matematiky. Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N. (Eds.). Praha: UK, 2004. s. 357-366. ISBN 80-7290-189-3.

9. PAULSSON, K.-A. *How do you people count?* Sweden: Centre of Didactic, Hogskolan for Lararutbildning, 1990. ISBN: 91-7656-176-3.
10. RAJŠP, M., ŽIC, J. *Lili in Bine 3 – Učbenik za matematiko v tretjem razredu osnovne šole.* Ljubljana: Rokus Klett, 2013. ISBN 978-961-271-279-2.
11. SKALKOVÁ, J. *Zkvalitňování úrovně vyučování na nižším sekundárním stupni vzdělávání prostřednictvím vnitřní diferenciace.* In: Pedagogika. Praha: UK, roč. 52, č. 1, 2002. s. 4-15.
12. KASÍKOVÁ, H., DITTRICH, P., VALENTA, J. *Individualizace a diferenciace ve škole.* In: Pedagogika pro učitele. Vališová, A., Kasíková, H. (Eds.). Praha: Grada Publishing, a.s., 2007. s.153-164. ISBN 978-80-247-174-0.
13. TOMLINSON, C. A. *The Differentiated Classroom: Responding to the Needs of All Learners*. Alexandria, VA USA: Association for Supervision & Curriculum Development 1999. ISBN 978-0-87120-342-7.

Příspěvek byl zpracován s podporou projektu SVV 260 337/2016 *Výchova a vzdělávání dětí, mládeže i dospělých.*

Kontaktní adresa

Mgr. Miroslava Brožová
Katedra matematiky a didaktiky matematiky PedF UK
Magdalény Rettigové 4, 116 39 Praha 1
Telefon: +420 608 583 308
E-mail: c.mirka@seznam.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

GRADOVANÉ UČEBNÍ ÚLOHY Z POHLEDU UČITELŮ A STUDENTŮ UČITELSTVÍ MATEMATIKY

Nikola BRTVOVÁ

Abstrakt

Gradované úlohy se zařazují jako prostředek při využívání konstruktivismu na školách. Mezi gradované úlohy podle literatury patří úlohy, při kterých náročnost stoupá (graduje) podle určitých kritérií. Pro konstruktivistické přístupy je příznačné aktivní vytváření poznatků v mysli žáka. Dominantní je žák, který objevuje (buď sám, nebo za pomoci učitele) nové poznatky. Od žáků se očekává, že budou učivo používat a tím si ho zapamatují. Zaměřuji se i na porovnání a využívání konstruktivismu a transmisivního přístupu. Propojení obou přístupů a jejich využití.

Klíčová slova: gradované úlohy, postoje, konstruktivismus, heuristika

GRADED LEARNING TASKS FROM THE PERSPECTIVE OF TEACHERS AND STUDENTS OF MATHEMATICS TEACHING

Abstract

Graded learning tasks are classified as a means of applying constructivism at schools. According to the literature, graded tasks include the tasks which demands rise (grade) in accordance with certain criteria. The constructivist approaches are typical for an active acquisition of knowledge in the pupil's mind. Dominant pupil is the pupil who discovers (either alone or with the help of teachers) new knowledge. The pupils are expected to apply the curriculum and so memorize it. I focus on a comparison and a use of constructivism and a transmisive

Key words: graded tasks, attitudes, constructivism, heuristics

1. Gradované úlohy z pohledu učitelů a studentů učitelství matematiky

Předložený text je věnován jedné dosud málo výzkumně zpracované oblasti gradovaných učebních úloh. Je východiskem k zamyšlení nad možností realizace efektivního vyučování nejen matematiky. Toto téma jsem si vybrala, protože jsem vystudovala obor Učitelství matematiky a výchovy ke zdraví pro 2. stupeň základní školy a chtěla bych prostřednictvím svého výzkumu dílčím způsobem přispět ke zkvalitnění výuky hlavně na základních školách v České republice. Teoretické studie i praxe edukace potvrzují, že na všech základních školách se ve větší míře využívá transmisivního vyučování než konstruktivistického. Právě širší využití řešení gradovaných učebních úloh ve výuce matematiky lze považovat za vhodnou cestu naplňující základní myšlenky pedagogického konstruktivismu.

2. Transmisivní a konstruktivistický přístup

Transmisivní přístupy ve vyučování spočívají v předávání hotových poznatků. Tento způsob vyučování se zdá řadě učitelů jako nejefektivnější a jako časově nejkratší cesta k poznávání. Dominantní je učitel, žákům je vše vysvětlováno a očekává se od nich, že si budou učivo pamatovat.

Pro konstruktivistické přístupy je příznačné aktivní vytváření poznatků v mysli žáka. Dominantní je žák, který objevuje (buď sám, nebo za pomoci učitele) nové poznatky a od žáků se očekává, že budou učivo používat a tím si ho zapamatují. Při tomto přístupu se uplatňují metody, kdy žáci pracují samostatně, experimentují, modelují, provádějí manipulativní činnosti. Získané poznatky ověřují a využívají k řešení úloh různého typu a obtížnosti. Je známou zkušeností, že to, co žák získá vlastní myšlenkovou činností, nebo prostřednictvím zážitků, si snadněji zapamatuje. (Hejný, Kuřina, 2001), (Bertrand, 1998)

Na oba tyto přístupy by se však nemělo nahlížet jako na protikladné. Ve výuce by se oba přístupy měly vhodně doplňovat, neboť žáci by měli mít zásobu určitých faktů, které mohou získat bez konstruktivních přístupů, avšak s porozuměním. Jako příklad z praxe lze uvést např. řešení úloh „o pohybu“. Mnoha žákům zpočátku vyhovoval přístup, který jim poskytoval instrukce, jak při řešení postupovat. Až vyřešili několik analogických úloh, začali o problematice přemýšlet, vnikli do problému a byli pak schopni řešit i úlohy náročnější. (Bertrand, 1998)

Pro učitele je velmi důležité sledovat, jak se vytváří jednotlivé pojmy u žáků na základě jejich vlastního poznání, bez přispění dalších osob. Příkladem může být vytvoření pojmu přirozeného čísla, kdy tříleté až čtyřleté dítě začne chápat kvantitu a postupně si vytváří, zcela samostatně, představy přirozených čísel do pěti. Skutečnost, že jej dospělý učí číselnou řadu („počítat do deseti“) na to nemá žádný vliv. Poznávací proces prochází několika etapami, z nichž k základním můžeme uvést motivaci, zkušenosti, poznání. (Hejný a kol., 2004)

3. Gradované úlohy

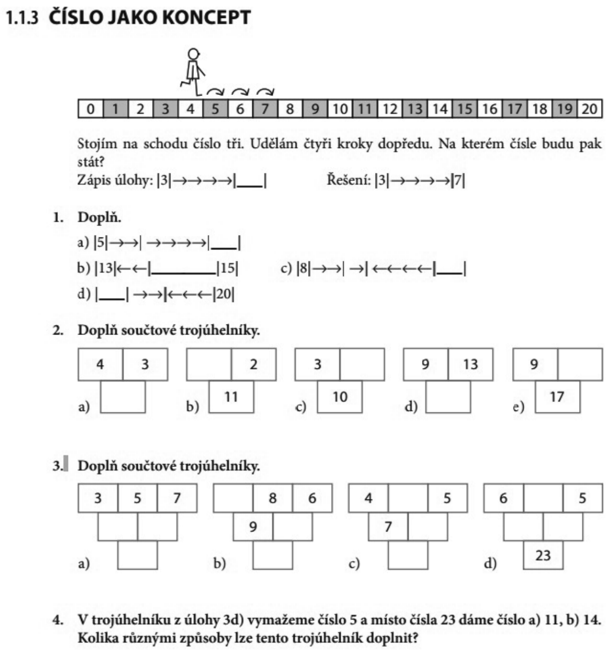
Gradované úlohy se zařazují jako prostředek při využívání konstruktivismu na školách. Mezi gradované úlohy podle literatury (Stehlíková, 2000) patří úlohy, při kterých náročnost stoupá (graduje) podle určitých kritérií. Každý žák tak má možnost řešit úlohy odpovídající úrovně. Pokud tyto úlohy zvládne, postupuje do vyšší kategorie, jinak zůstává v kategorii nebo klesá do nižší kategorie. Tyto způsoby prezentace úloh jsou vhodné tím, že umožňují individualizaci a zároveň pomáhají pedagogovi postřehnout nedostatky svých žáků. Žák, jenž řeší úlohy příliš jednoduché, nemůže zažít radost, protože práce jej nudí, až otravuje. Na druhé straně žák, který již při přečtení úlohy ztrácí naději, že by ji vyřešil, nemůže zažít radost, protože rezignuje nebo je dokonce frustrován. Z toho plyne první důležitá úloha učitele: znát schopnosti svých žáků a dávat každému přiměřené úlohy, které mu umožní zažít radost z úspěchu.

Gradovat, znamená postupně stupňovat náročnost úloh v jedné sérii úloh, ve které každá úloha obsahuje dle Brinckové (2006) tři různé náročné varianty. Nejsou označené stupnici, ale jako a, b, c – varianty. Nejlehčí úlohu v sérii označujeme jako variantu „a“, středně těžkou jako variantu „b“ a nejtěžší jako variantu „c“. Úlohy můžou být zadané jako formou příkladu, písemného počítání algoritmu. Gradovaná série úloh umožňují v souladu se vzdělávacím cílem procvičit učivo tak, aby žák ukázal schopnost dobře aplikovat naučený postup na jemu přiměřené úrovni. (Brincková, 2006)

Novotná, Hofmannová a Pípalová (2008). Navrhují sérii gradovaných úloh s rozdílnou náročností v jazykové i obsahové rovině a podle výkonu žáků v jednotlivých testových úlohách určují, co stálo za příčinou neúspěchu. Jejich studie je především důležitým impulzem pro hodnocení v integrované výuce: autorky na základě svého výzkumu zdůrazňují nutnost komplexního přístupu jak k vytváření testových úloh, tak k jejich vyhodnocování.

Často se objevují tzv. gradované řetězce matematických úloh. Jedná se o posloupnosti několika úloh, kde vždy následující úloha tematicky navazuje na úlohu předcházející, přičemž vyžaduje objevení a zvládnutí nových poznatků, které v předcházející úloze použity nebyly. Nejčastěji se objevují gradované řetězce o dvou až čtyřech úlohách.

Ráda bych při své práci na disertační práci zpracovala gradované úlohy již vytvořené do jednoho celku a utvořila tzv. databázi úloh. Níže přikládám malou ukázku, jak úlohy gradované mohou vypadat. Chtěla bych tímto pomoci nejvíce učitelům a začínajícím učitelům ulehčit jejich práci, tím, že by mohli již využívat mnou vzniklý materiál.


1.1.3 ČÍSLO JAKO KONCEPT

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Stojím na schodu číslo tři. Udělám čtyři kroky dopředu. Na kterém čísle budu pak stát?

Zápis úlohy: |3|→→→→|___| Řešení: |3|→→→→|7|

1. Doplň.

a) |5|→→| →→→→|___|

b) |13|←←|________|15| c) |8|→→| →| ←←←←←|___|

d) |___| →→|←←←←|20|

2. Doplň součtové trojúhelníky.

a) 4, 3 b) 2, 11 c) 3, 10 d) 9, 13 e) 9, 17

3. Doplň součtové trojúhelníky.

a) 3, 5, 7 b) 8, 6, 9 c) 4, 5, 7 d) 6, 5, 23

4. V trojúhelníku z úlohy 3d) vymažeme číslo 5 a místo čísla 23 dáme číslo a) 11, b) 14. Kolika různými způsoby lze tento trojúhelník doplnit?

Obrázek 1 Ukázka gradovaných úloh

4. Závěr

Větší využívání gradovaných úloh v matematických disciplínách by mohlo pro většinu žáků být zajímavým zpestřením vyučování a novou motivací pro práci v matematice. Navíc by mohlo dojít i k výraznému zlepšení v jiných oblastech než jen matematické a logické. Nadále budu pokračovat tak, že vytvořím databázi se sérií gradovaných úloh a poskytnu ji učitelům i studentům oboru Učitelství pro 1. stupeň ZŠ a Učitelství matematiky k využití v praxi.

Literatura

1. BERTRAND, Y. *Soudobé teorie vzdělávání*. Praha: Portál, 1998, 247 s. Studium. ISBN 80-7178-216-5.
2. BRINCKOVÁ, J. Gradované série úloh a písomných prác v matematike základnej školy. In: Matematika v škole dnes a zajtra: KATOLÍCKA UNIVERZITA V RUŽOMBERKU PEDAGOGICKÁ FAKULTA 6. ročník KONFERENCIE organizovanej s podporou Európskeho sociálneho fondu Matematika v škole dnes a zajtra Zborník príspevkov Ružomberok, 12. - 14. september 2005. Ružomberok, 2006. ISBN 80-8084-066-0.
3. HEJNÝ, M. a F. KUŘINA. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál. 2001. ISBN 80-7178-581-4.
4. HEJNÝ, M. a kol.: *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Pedagogická fakulta UK. 2004. ISBN 80-7290-189-3.
5. STEHLÍKOVÁ, N.: *Motivační způsoby nácviku základních matematických dovedností,* Učitel matematiky 1(2000), s. 25-36. ISSN 1210-9037.TRCH, M. a E. ZAPOTILOVÁ. Problémy, výzvy a diskuse – prostředky motivace při vyučování matematice. In Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N. Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004, s. 203–212. ISBN 80-7290-189-3.
6. *Matematické a přírodovědné úlohy: pro první stupeň základního vzdělávání* [online]. [cit. 2016-03-09]. Dostupné z: http://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/VVV/VYUZITI-VYSLEDKU-VYZKUMU-PRO-PODPORU-SKOL-A-JEJICH/matem-a-prirod-ulohy-pro-1-stupen-publikace.pdf

Kontaktní adresa

Mgr. Nikola Brtvová
Pedagogická fakulta Univerzity Palackého v Olomouci – Katedra matematiky
Žižkovo náměstí 5
771 40 Olomouc
Telefon: +420 739 814 645
E-mail: Nikola.brtvova@seznam.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

HODNOTENIE KOMPETENCIÍ UČITEĽA

Soňa ČERETKOVÁ, Ivana BOBOŇOVÁ, Dagmar MARKECHOVÁ, Anna TIRPÁKOVÁ

Abstrakt

Problematika hodnotenia kvality učiteľov je jednou z najdiskutovanejších otázok súčasných vzdelávacích systémov. Požiadavky na profesijné kompetencie učiteľa primárneho stupňa sa dramaticky menia, pretože sú dynamicky ovplyvňované najmä rozvojom technológií. 118 učiteľov primárneho vzdelávania na slovenských školách odpovedalo v anonymnom dotazníkovom prieskume na otázku dôležitosti desiatich vybraných profesijných kompetencií. V príspevku sú prezentované výsledky, v ktorých dĺžka praxe učiteľa štatisticky významne vplýva na názor učiteľa na mieru dôležitosti profesijných kompetencií. Získané výsledky budú použité pri príprave hodnotiacich nástrojov profesijných kompetencií učiteľa.

Kľúčová slová: učiteľ, primárne vzdelávanie, hodnotenie, profesijné kompetencie, dĺžka praxe

EVALUATION OF TEACHER´S COMPETENCES

Abstract

Nowadays one of the most discussed issues of educational systems is assessing teachers' quality. Current requirements on professional competences of teachers for primary educational level are rapidly changing, as they are constantly being influenced by the dynamic development of technologies. Altogether 118 Slovak in-service teachers for primary education expressed their opinion on importance of ten selected professional competences within an anonymous questionnaire survey. In this paper are presented the results, according to which the length of the teachers' pedagogical experience significantly affects the teachers' opinion on the level of importance of selected competences. The obtained results will be further used for preparation of tools for teacher professional competences assessment.

Key words: teacher, primary education, evaluation, professional competences, length of pedagogical experience

1. Hodnotenie kompetencií učiteľa

Reformy v školstve v krajinách EÚ za ostatných desať rokov definujú model kľúčových kompetencií učiteľa. V SR sa kompetenčný model učiteľa odvíja od štruktúry karierových pozícií, ktorá je určená v zmysle § 32 – 34 zákona č. 317/2009

Z.z. o pedagogických zamestnancoch a odborných zamestnancoch. Učiteľ je chápaný ako vzdelaný odborník na výchovu a vzdelávanie „vybavený" kompetenciami, ktoré mu umožňujú vykonávať svoje povolanie s vysokou mierou autonómie a zodpovednosti k vychovávaným deťom a mládeži. Kompetencie učiteľa sa orientujú na tri oblasti: na žiaka, na edukačný proces a na profesijný sebarozvoj.

2. Metodika

Výskumná vzorku predstavuje 118 respondentov, učiteľov **primárneho** stupňa zo základných škôl z celého Slovenska. Ide o učiteľov, ktorí reagovali na anonymný dotazník vypracovaný za účelom riešenia vedecko-výskumného projektu: **Hodnotenie kompetencií učiteľa**. Dotazník učitelia vypĺňali v období september 2015 – január 2016.

Tento príspevok obsahuje prezentáciu, analýzu a interpretáciu odpovedí respondentov na mieru dôležitosti vybraných profesijných kompetencií učiteľa pre úspešnosť vlastnej pedagogickej činnosti v závislosti od dĺžky pedagogickej praxe.

Za účelom zistenia, či dĺžka pedagogickej praxe učiteľov štatisticky významne vplýva na názor učiteľa ohľadne miery dôležitosti vybraných profesijných kompetencií (dotazník obsahoval desať vymenovaných profesijných kompetencií učiteľa), bol použitý χ^2 - test nezávislosti dvoch nominálnych znakov *A*, *B*.

Na základe predpokladu, že znak *A* nadobúda *k* úrovní $A_1, A_2, \dots, A_k$ a znak *B* nadobúda *m* úrovní $B_1, B_2, \dots B_m$, pričom $k > 2$ alebo $m > 2$, boli získané dáta usporiadané do kontingenčnej tabuľky typu $k \times m$. Následne bola testovaná nulová hypotéza H_0: znaky *A*, *B* sú nezávislé oproti alternatívnej hypotéze H_1: znaky *A*, *B* sú závislé. Testovacím kritériom bola štatistika χ^2 definovaná vzťahom

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{m} \frac{(f_{ij} - o_{ij})^2}{o_{ij}},$$

kde f_{ij} sú empirické početnosti a o_{ij} sú očakávané početnosti. Testovacia štatistika χ^2 má za platnosti testovanej hypotézy H_0 χ^2- rozdelenie s počtom stupňov voľnosti $r=(k-1)(m-1)$. Testovaná hypotéza H_0 bola zamietnutá na hladine významnosti α, ak hodnota testovacieho kritéria χ^2 prekročila kritickú hodnotu $\chi^2_\alpha(r)$. χ^2 - testom nezávislosti pre kontingenčnú tabuľku $k \times m$ bolo overované, či sú úrovne daného názoru na dôležitosť profesijnej kompetencie učiteľov a dĺžky ich praxe signifikantne rozdielne.

V našom prípade znak *A* – dĺžka praxe – nadobúdal štyri úrovne: prax od 1 do 4 rokov; od 5 do 10 rokov; od 11 do 20 rokov a prax nad 21 rokov. Znak *B* – daná profesijná kompetencia učiteľa nadobúdala 5 úrovni (od 1 málo dôležitá po 5 veľmi dôležitá).

Nulová hypotéza H_0 o nezávislosti pozorovaných znakov *A*, *B* bola testovaná oproti alternatívnej hypotéze H_1, ktorá vyjadruje, že dĺžka praxe učiteľa signifikantne vplýva na ich názor na dôležitosť profesijnej kompetencie učiteľov. χ^2 - test bol realizovaný v programe STATISTICA. Použitie tohto štatistického softvéru umožnilo vyhodnotiť test použitím tzv. hodnoty *p*, čo je pravdepodobnosť chyby, ktorej sa dopustíme, keď je testovaná hypotéza zamietnutá. Ak je hodnota pravdepodobnosti *p* dostatočne malá ($p < 0{,}05$ resp. $p < 0{,}01$), testovaná hypotéza H_0 je zamietnutá (na hladine významnosti 0,05 resp. 0,01). V opačnom prípade hypotézu H_0 nie je možné zamietnuť. V prípade, že testom bola preukázaná štatisticky významná závislosť medzi pozorovanými znakmi, miera intenzity tejto závislosti bola vyjadrená pomocou koeficienta kontingencie, *C*, ktorý definuje vzťah

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}.$$

Koeficient kontingencie *C* nadobúda hodnoty z intervalu $\langle 0,\ 1 \rangle$. Čím viac sa hodnota koeficienta *C* blíži k nule, tým je väčší stupeň nezávislosti medzi znakmi *A*, *B*. Hodnoty blízke jednej vypovedajú o vysokej intenzite tejto závislosti.

3. Výsledky a diskusia

Na základe dotazníkov boli štatisticky vyhodnotené názory respondentov podľa dĺžky ich pedagogickej praxe (znak *A*), na mieru dôležitosti vybraných profesijných kompetencií učiteľa (znak *B*), ktoré sú dôležitým aspektom, ovplyvňujúcim úspešnosť vlastnej pedagogickej činnosti. Nulovú hypotézu H_0 o nezávislosti pozorovaných znakov *A*, *B* sme testovali oproti alternatívnej hypotéze H_1, ktorá vyjadruje, že dĺžka praxe učiteľa signifikantne vplýva na názor učiteľa na mieru dôležitosti vybraných profesijných kompetencií učiteľa.

Po zadaní vstupných údajov sme pre nasledovné hodnotené kompetencie učiteľa: *vie identifikovať vývinové a individuálne charakteristiky žiaka, dokáže vytvoriť pozitívnu klímu v triede, ovláda obsah a didaktiku vyučovaných predmetov, dokáže vybrať a realizovať vyučovacie formy a metódy, dokáže využívať materiálne prostriedky vyučovacieho procesu, vie hodnotiť priebeh a výsledky vyučovania a učenia sa žiaka* vypočítali hodnoty testovacích štatistík χ^2 a hodnoty pravdepodobností *p*.

Keďže hodnota pravdepodobnosti pri hodnotení dôležitosti týchto kompetencií *p* bola vo všetkých prípadoch menšia ako zvolená hladina významnosti $\alpha=0,05$, hypotézu H_0 o nezávislosti pozorovaných znakov sme vo všetkých prípadoch zamietli na hladine významnosti $\alpha=0,05$. Testom bolo preukázané, že **dĺžka praxe učiteľa štatisticky významne vplýva** na názor učiteľov o miere dôležitosti vyššie menovaných profesijných kompetencií. Mieru intenzity tejto závislosti sme vyjadrili pomocou koeficienta kontingencie C. Vypočítané hodnoty koeficientov korelácie vo všetkých prípadoch boli približne rovnaké (C $\approx$ 0,43), čo znamená, že medzi dĺžkou praxe učiteľa a názorom na mieru dôležitosti uvedených profesijných kompetencií je mierny stupeň závislosti.

V nasledujúcej časti uvedieme podrobnú analýzu troch vybraných kompetencií: *Učiteľ vie identifikovať vývinové a individuálne charakteristiky žiaka*, *Učiteľ dokáže vytvoriť pozitívnu klímu v triede* a *Učiteľ dokáže vybrať a realizovať vyučovacie formy a metódy*. Analýza bola realizovaná štatistickou metódou **χ^2 - test nezávislosti a** koeficientom kontingencie *C*. Výsledky analýzy sú prehľadne zapísané v tabuľkách 1 – 3 a podrobne interpretované v kontexte vyučovania matematiky na primárnom stupni. Matematika tvorí 20% z celkového týždenného počtu hodín na primárnom stupni ZŠ.

Kompetencia: *Učiteľ vie identifikovať vývinové a individuálne charakteristiky žiaka.*

		Miera dôležitosti					Spolu
		1	2	3	4	5	
Dĺžka praxe v rokoch	1 - 4	0%	0%	18%	27%	55%	100%
	5 - 10	11%	0%	0%	11%	78%	100%
	11 - 20	0%	0%	0%	18%	82%	100%
	21 a viac	0%	2%	6%	31%	62%	100%

$\chi^2 = 22{,}8199$, p = 0,029307, C= 0,4026,

Tabuľka 1 Učiteľ vie identifikovať vývinové a individuálne charakteristiky žiaka

Na základe výsledkov analýzy môžeme konštatovať, že vyučovanie matematiky na primárnom stupni je dominantne venované vytváraniu základných matematických predstáv a matematických pojmov a získavaniu prvých skúseností s matematickými objektmi. Je to etapa motivačná a etapa tvorby separovaných modelov (Hejný, 1980). Kompetencia učiteľa správne identifikovať vývinové a individuálne charakteristiky žiaka, tak, aby k budovaniu jeho vedomostí následne učiteľ pristupoval individuálne, citlivo, ale pritom dostatočne náročne je prepojená so zásadou vekuprimeranosti a didaktickou výzvou: „Podnecovať – neutlmovať" (Hanuliaková, 2015).

Kompetencia: *Učiteľ dokáže vytvoriť pozitívnu klímu v triede.*

		Miera dôležitosti					Spolu
		1	2	3	4	5	
Dĺžka praxe v rokoch	1 - 4	0%	0%	9%	27%	64%	100%
	5 - 10	11%	0%	0%	0%	89%	100%
	11 - 20	0%	0%	0%	15%	85%	100%
	21 a viac	0%	2%	0%	12%	86%	100%

$\chi^2 = 26{,}1445$, p = 0,010247, C = 0,4259,

Tabuľka 2 Učiteľ dokáže vytvoriť pozitívnu klímu v triede

Aj v tomto prípade sa potvrdilo, že didaktická výzva: „Zaujať – nenudiť" zodpovedá za pozitívnu klímu v triede (Hanuliaková, 2015). Konkrétne sa uvedená výzva týka aktivizujúcich foriem vyučovania matematiky, ku ktorým patria podnetné vyučovanie, objavné ale aj heuristické vyučovanie matematiky (pozri napr. www.primas-project.eu).

Kompetencia: *Učiteľ dokáže vybrať a realizovať vyučovacie formy a metódy.*

		Miera dôležitosti					Spolu
		1	2	3	4	5	
Dĺžka praxe v rokoch	1 - 4	0%	0%	27%	18%	55%	100%
	5 - 10	11%	0%	11%	0%	78%	100%
	11 - 20	0%	0%	3%	27%	70%	100%
	21 a viac	0%	2%	3%	20%	75%	100%

$\chi^2 = 26{,}4139$, p = 0,009382, C = 0,4277,

Tabuľka 3 Učiteľ - *dokáže vybrať a realizovať vyučovacie formy a metódy*

Didaktická výzva „Konštruovať – neinštruovať“ (Hanuliaková, 2015). Na základe výsledkov, uvedených v tabuľke 3 vidíme, že dominantný prístup reprodukovania poznatkov učiteľom smerom k žiakovi v predmete matematika by mal byť už v súčasnosti prekonaný. Výsledok hodnotenia uvedenej kompetencie učiteľmi ukazuje, že si učitelia uvedomujú nutnosť vytvárať na vyučovaní také podmienky pre žiakov, aby žiaci samotní boli pri vyučovaní aktívni v osvojovaní si poznatkov.

V dotazníku boli analyzované aj ďalšie kompetencie učiteľa: *vie identifikovať psychologické a sociálne faktory učenia sa žiaka, dokáže rozvíjať osobnosť žiaka a jeho kompetencie, vie plánovať a realizovať svoj profesijný rast, vie plánovať a projektovať vyučovanie/edukačný proces*. Aj v týchto prípadoch sme pre analýzu odpovedí v uvedených kompetenciách použili metódu - testom nezávislosti pre kontingenčnú tabuľku $k \; x \; m$. Vypočítali hodnoty testovacích štatistík χ^2 a hodnoty pravdepodobností *p*. χ^2- test ani v jednom z uvedených prípadov nepotvrdil štatistickú závislosť medzi dĺžkou praxe a uvedenými kompetenciami učiteľa.

Prezentované výsledky sú prvým výstupom časti dotazníkového prieskumu zameraného na zistenie postojov učiteľov z praxe k svojim kompetenciám. Dotazníkový prieskum tvorí časť vedeckého aparátu projektu. Dôkladné a detailné vyhodnotenie dotazníkového prieskumu, doplnené ďalšími vedeckými metódami, napr. prípadovými štúdiami, analýzami hodnotenia kompetencií učiteľov vo vybraných predmetoch a/alebo vo vybraných krajinách EU bude podkladom k tvorbe nástrojov na hodnotenie kompetencií učiteľa.

4. Poďakovanie

Príspevok vznikol v rámci vedecko-výskumného projektu APVV: Hodnotenie kompetencií učiteľa, č. projektu: APVV-14-0446.

Literatúra

1. HANULIAKOVÁ, J. *Aktivizujúce vyučovanie.* 1.vyd. Bratislava: IRIS 2015. 127 s. ISBN 978-80-8153-036-4.
2. HEJNÝ, M. *Teória vyučovania matematiky 2.* 2.vyd. Bratislava: SPN 1990. 554s. ISBN 80-08-01344-3.
3. STARÝ, K., DVOŘÁK, D., GREGER, D., DUSCHINSKÁ, K. *Profesní rozvoj učitelů, Podpora učitelů pro zlepšování výsledků žáků.* 1. vyd. Praha: Karolinum 2012. 188s. ISBN 978-80-246-2087-9.

Kontaktná adresa

doc. PaedDr. Soňa Čeretková, PhD.
Katedra matematiky FPV UKF v Nitre
Tr. A. Hlinku 1, 949 74 Nitra
Telefón: +421 37 6408 692
E-mail: sceretkova@ukf.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

STUDIE TEDS-M JAKO INSPIRACE PRO PŘÍPRAVU BUDOUCÍCH UČITELŮ MATEMATIKY PRIMÁRNÍ ŠKOLY

Radka DOFKOVÁ

Abstrakt

Příspěvek vychází z poznatků získaných během realizace *Scholarship Programme and Bilateral Scholarship Programme* na univerzitě v norském Oslu pod záštitou EHP a Norských fondů. Jeho těžištěm je mezinárodní studie *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M), která zkoumá připravenost budoucích učitelů matematiky na základních a nižších středních školách. Cílem příspěvku je představit základní aspekty tohoto výzkumu a navrhnout jeho využití v hodinách didaktiky matematiky na pedagogických fakultách.

Klíčová slova: TEDS-M, matematika, učitel, vzdělávání

TEDS-M STUDY AS AN INSPIRATION FOR PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS TRAINING AT PRIMARY SCHOOL

Abstract

The paper is based on knowledge obtained during realization of *Scholarship Programme and Bilateral Scholarship Programme* at university in Norweign Oslo found by EEA Grants and Norway Grants. I tis aimed to international study *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M) focuses on how teachers are prepared to teach mathematics in primary and lower secondary school. This paper aims to introduce the basic aspects of this research and suggest how it can be apply into lessons of mathematics education in faculties of education.

Key words: TEDS-M, mathematics, teacher, education

1. Základní principy výzkumu TEDS-M

Existuje řada různých domácích i mezinárodní šetřeních v matematice poskytujících informace o žácích ze specifické perspektivy. Až do nedávné doby však chybělo takové šetření, které by bylo apriori zaměřeno na druhou stranu edukačního procesu – učitele matematiky. Srovnávací studie *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (*TEDS-M*) je dalším projektem realizovaným mezinárodní organizací *Mezinárodní asociace pro vyhodnocování výsledků vzdělávání* (International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEA), jejíž počátky lze datovat do šedesátých let. Tato instituce realizuje rozsáhlé srovnávací studie vzdělávacích procesů s cílem prozkoumat kromě studentských znalostí například také počítačovou gramotnost i jejich (případně učitelské) postoje a názory na některá témata globálního i lokálního charakteru. Od svého založení již IEA realizovala více než 30 mezinárodních studií, zaměřujících se převážně na matematiku, přírodní vědy, četbu, občanskou výchovu či počítačové vzdělávání studentů (*Sklenařík*, 2003).

TEDS-M zkoumá připravenost budoucích učitelů matematiky různých zemí pro vykonávání jejich budoucího povolání na základních a středních školách. Cílovými skupinami jsou vzdělávací instituce, učitelé z praxe a studenti učitelství matematiky (budoucí učitelé). Klíčové výzkumné otázky jsou tak zaměřené na zkoumání vztahů vzdělávacích systémů jednotlivých zemí, na institucionální postupy a na dosažené matematické a pedagogické znalosti získané studenty v průběhu jejich studia. Hlavní (a zatím jediný) sběr dat byl proveden v letech 2007 - 2008, proto se často hovoří o TEDS-M 2008.

Toho zkoumání se zúčastnilo celkem 17 vzdělávací systémů z celého světa: Botswana, Kanada, Chile, Tchaj-wan, Gruzie, Německo, Malajsie, Norsko, Omán, Filipíny, Polsko, Ruská federace, Singapur, Španělsko, Švýcarsko (německy mluvící kantony), Thajsko a Spojené státy americké.

TEDS-M 2008 sbírala data na třech úrovních vzdělávacích systémů učitelů matematiky napříč zúčastněnými zeměmi (*Tatto, M. T. a kol.*, 2008*):*

1. **Výstupy** jsou zaměřeny na úroveň a hloubku matematických poznatků získaných budoucími učiteli matematiky v průběhu jejich studia, a na to, jak se liší napříč různými zeměmi.
2. **Instituce a programy** zkoumají hlavní charakteristiky vzdělávacích institucí a jejich programů - jaké jsou rozdíly mezi zúčastněnými zeměmi, jaké mají budoucí učitelé možnosti vzdělávání, jaké je jejich struktura a obsah.
3. **Národní politika** popisuje celkový politický kontext vzdělávání učitelů – pracovní příležitosti, kurikulum, zajišťování kvality a financování a rozdíly mezi participujícími zeměmi.

2. Matematické a matematicko-pedagogické položky ve výzkumu TEDS-M

V matematické a matematicko-pedagogické části výzkumu jsou zařazeny položky zkoumající připravenost studentů učitelství matematiky pro výkon jejich povolání v těchto dvou oblastech. Jsou jim předloženy úlohy, které jsou koncipovány na podobném charakteru jako úlohy v mezinárodních srovnávacích studiích PISA a TIMSS. Studenti je mají nejen vyřešit, ale i s nimi dále pracovat (např. odhadnout možná chybná řešení žáků a určit jejich příčinu, přeformulovat zadání pro jinou cílovou skupinu žáků apod.)

Po realizaci vlastního výzkumu bylo postupně uvolněno celkem 25 % položek z každé ze dvou hlavních znalostních dimenzí (*knowledge dimension*) – položky s matematickým obsahem (*mathematics content knowledge - MCK*) a položky s obsahem matematicko-pedagogickým (*mathematics pedagogical content knowledge – MPCK*) tak, aby byla postihnuta co nejširší škála obtížnosti, rozmanitosti a formátu jednotlivých položek používaných celkově ve výzkumu TEDS-M. Každá položka je ještě zařazena do jedné ze čtyř obsahových domén (*content domain*) – algebra, geometrie, číselné operace a práce s daty a subdomén (*sub-domain*) v rámci obsahové domény – v položkách MCK jsou to pochopení (*knowing*), aplikace (*applying*) a zdůvodňování (*reasoning*), v položkách MPCK je to kurikulum/plánování (*curriculum/planning*) a představení (*enacting*). V příručce jsou navíc v úvodní tabulce doplněny pracovní názvy položek, správná odpověď, maximální počet bodů a mezinárodním průměr v úspěšnosti řešení (*TEDS-M 2008 User Guide for the International Database. Supplement 4,* 2012, s. 5).

První sadu zveřejněných položek tvořilo 24 položek typu MCK (10 z oblasti algebry, 6 z geometrie, 6 z číselných operací a 2 z práce s daty) včetně příkladů z kognitivních subdomén – pochopení (15 položek), aplikace (8 položek) a zdůvodňování (1 položka). Dále zde bylo zařazeno 10 položek typu MPCK (2 z algebry, 2 z geometrie, 4 z číselných operací a 2 z práce s daty) doplněné o dvě subdomény – kurikulum/plánování (6 položek) a nařízení (4 položky).

Druhou sadu zveřejněných položek tvořilo 23 položek typu MCK (7 z algebry, 7 z geometrie, 8 z číselných operací a 1 z práce s daty) včetně příkladů z kognitivních subdomén – pochopení (6 položek), aplikace (10 položek) a zdůvodňování (7 položek). Dále pak 9 položek typu MPCK (5 z algebry, 0 z geometrie, 3 z číselných operací a 1 z práce s daty) doplněné o dvě subdomény – kurikulum/plánování (4 položky) a nařízení (5 položek).

Ve výzkumu se objevovaly tři různé formáty položek: *multiple-choice* (uzavřené úlohy s výběrem odpovědí), *complex multiple-choice* (možno charakterizovat jako uzavřené úlohy s výběrem odpovědí, kde se u každého distraktoru musí ještě vybírat z dalších možností, např. pravda – nepravda) a *constructed response* (otevřené položky s vlastní tvorbou odpovědi).

Jako ukázka může sloužit matematická úloha TEDS-M 2008 určena pro studenty učitelství matematiky primární školy (Tatto, M.T., s. 73 - 74)

Úloha – část a): *Učitelka zadala ve třídě následující úlohu: „Čísla v řadě 7, 11, 15, 19, 23, ... se zvětšují o čtyři. Čísla v řadě 1, 10, 19, 28, 37, ... se zvětšují o devět. Číslo 19 je v obou řadách. Pokud by řady dále pokračovaly, jaké by bylo další číslo, které bude v obou řadách?“*

Tato část úlohy je zařazena do kategorie MCK, domény data (podle RVP ZV zřejmě ekvivalent tematického okruhu Závislosti, vztah a práce s daty). V popisu úlohy je uvedeno, že z hlediska požadavků na kognitivní úroveň žáka se jedná o úlohu vyžadující jednoduchou myšlenkovou operaci.

V průvodci hodnocení stojí, že správná odpověď je 55, dále jsou pak uvedeny některé podoby nesprávných odpovědí spolu s možným zdůvodněním. Např. *Výsledek 27 a 46 nebo 19 ukazuje na špatné čtení zadání.* Nebo *Jiná nesprávná hodnota zřejmě ukazuje chybný výpočet.* Je zde ještě možnost jiné nesprávné odpovědi – přeškrtnutá, nečitelná apod.

Úloha – část b): *Pro danou úlohu žáci často uváděli výsledek 27 a 46. Jaká je nejpravděpodobnější příčina jejich odpovědi?*

Tato část úlohy je zařazena do kategorie MPCK, domény analyzování žákovských řešení a zdůvodňování (jde o středně těžkou úroveň).

Za správnou odpověď lze považovat takovou, ve které studenti rozpoznali, že chyba vznikla špatným čtením zadání (chybnou interpretací, nepochopením otázky) a ve které studenti také uvedli možné příčiny omylu. Např. *Žák chybně pochopil* *otázku „Jaké je další číslo v obou řadách?" a výraz v „obou" pochopil jako v každé řadě zvlášť.*

Ve výzkumu TEDS-M je v této doméně také možná částečně správná odpověď. Zde je za ni považována nedostatečná odpověď, ve které student rozpoznal žákovo neporozumění otázce, ale nenapsal jeho pravděpodobnou příčinu. Např.: *Žák špatně pochopil/přečetl zadání*. Nebo taková odpověď, ve které student pouze uvede, že čísla 27 a 46 jsou dalšími čísly v řadě, ale nezdůvodní proč se jedná o chybnou odpověď. Např.: *Jsou to další čísla v pořadí v každé z řad*.

Za špatnou odpověď je považována každá jiná (přeškrtnutá, nečitelná apod.)

3. Didaktické využití výzkumu TEDS-M

Představené úloha má dvě hlavní využití při přípravě budoucích učitelů matematiky. První spočívá v řešení (rozboru) typové úlohy sloužících k rozvoji matematické gramotnosti. Při přípravě studentů učitelství na úlohách a jejich řešení aplikujeme celou šíři poznatků z didaktického systému učiva matematiky. Podle názoru odborníků i zkušených učitelů matematiky je řešení úloh nejdůležitější školskou činností. Studentova vlastní zkušenost s řešením úloh „v roli žáka", od kterého se očekává, že správným vyřešením úlohy prokáže stupeň osvojení učiva, ovšem potvrzuje, že problémem je „jak danou konkrétní úlohu řešit". Jediná cesta k tomu, abychom se v problematice orientovali, je studium jednotlivých typů matematických úloh a vlastní řešení mnoha úloh.

Druhá nesporná výhoda uvedené úlohy spočívá v současném nácviku práce s chybou. V procesu učení, při osvojování matematických pojmů a řešení matematických úloh je chyba přirozeným jevem. Za přesně stanovených podmínek chyba nemusí ohrozit žákovo učení, ba v některých případech je zdrojem trvalejšího a pevnějšího učení. Umět pracovat s chybou žáka, dokonce umět ji využít k jeho osobnostnímu rozvoji, patří mezi významné kompetence učitele matematiky.

Ve školské praxi obecně a ve vyučování matematice v primární škole však stále přetrvává představa chyby jako silné bariéry mezi žákem a předmětem jeho poznávání, ale také mezi žákem a učitelem. Chyba je ve škole stále jevem nepatřičným, kterého je třeba se vyvarovat. Časté opravování chyb, důraz na naprostou správnost řešení je dokonce v některých teoriích vzdělávání kritizováno. Upozorňuje se, že strach z chyby paralyzuje činnost žáka, blokuje aktualizaci jeho schopností. Poukazuje se na nepříjemné pocity žáků spojené s chybou a jejími následky: snížené sebehodnocení, strach ze zesměšnění se v očích učitele a spolužáků, úzkost z dalších možných neúspěchů a ze zhoršené klasifikace, snížení aspirační úrovně. (Novák, 1999).

4. Závěr

Výsledky mezinárodních výzkumů PISA a TIMSS dokládají výrazné zhoršení českých žáků v matematice, proto by měl učitel matematiky u svých žáků rozvíjet vhodné „matematické kompetence" – volit vhodnou vyučovací metodu a vhodné úlohy, které při vyučování bude využívat. Každý učitel matematiky má vybrané matematické úlohy, které s oblibou zadává svým žákům. Otázkou však zůstává, zda se tyto úlohy slouží k rozvoji tolik diskutované matematické gramotnosti a zda s nimi učitelé umí komplexně pracovat. Zda bychom tedy mezi nimi našli zvláště ty úlohy, které nabízejí žákům více cest, jak dojít ke správnému výsledku, nebo úlohy, které ke svému vyřešení potřebují nestandardní postupy.

Kvalifikovaný rozbor typických úloh z mezinárodních srovnávání s ukázkami žákovských řešení a diagnostikou řešení, které jsou doplněny podrobným komentářem, může řadě studentů výrazně pomoci při přípravě na budoucí povolání. Je zřejmé, že implementace výše naznačených principů do seminářů z didaktiky matematiky má nesporně kladný vliv na odborný rozvoj studenta a na budování pozitivního vztahu k jeho budoucí profesi. Je velmi důležité, aby studenti byli přesvědčeni o tom, že poznatky získané během studia didaktiky matematiky jsou užitečné pro jejich budoucí profesi.

Literatura

1. NOVÁK, B. *Matematika III: Několik kapitol z didaktiky matematiky*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, Pedagogická fakulta, 1999. 79 s. ISBN 80-7067-979-4
2. SKLENAŘÍK, P. *International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) jako zdroj sociálně vědních dat*. Data a výzkum – SDA. Info 7 (2). 2003. s. 200 - 204.
3. TATTO, M. T., SCHWILLE, J., SENK, S., INGVARSON, L., PECK, R., & ROWLEY, G. *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary Mathematics: Conceptual Framework*. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University. 2008. 86 s. ISBN 978-90-9023788-7.
4. *TEDS-M 2008 User Guide for the International Database. Supplement 4*. (2012) Edited by Brese, F. with Tatto, M. T. ISBN 978-90-79549-11-5.

Kontaktní adresa

PhDr. Radka Dofková, Ph.D.
Katedra matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Česká republika
Telefon: +420 585 635 709
E-mail: radka.dofkova@upol.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

UČEBNY NOVÉ GENERACE – NOVÉ PŘÍLEŽITOSTI PRO PRIMÁRNÍ MATEMATICKÉ VZDĚLÁVÁNÍ

Radka DOFKOVÁ, David NOCAR

Abstrakt

Příspěvek seznamuje čtenáře s modelem učeben označovaných termínem učebny nové generace (New Generation Classroom) a poukazuje na jejich přínos pro výuku matematiky na prvním stupni základní školy. Hlavní důraz u takto označovaných učeben je v přístupu žáků k moderním digitálním technologiím. Přínos takovéhoto typu učeben je hned v několika faktorech zároveň. Vzbuzuje u žáků motivaci, podporuje konstruktivistické přístupy edukačního procesu a v neposlední řadě může rozvíjet v matematice i cizojazyčné dovednosti.

Klíčová slova: učebny nové generace, digitální technologie

NEW GENERATION CLASSROOM – NEW OPPORTUNITIES FOR PRIMARY MATH EDUCATION

Abstract

The article introduces the classroom model termed as New Generation Classroom and refers to their benefits for primary school mathematics teaching. The main accent at so called classrooms is in pupils' access to modern digital technologies. The benefits of this type of classrooms are in several factors together. It excites pupils' motivation, supports constructivist approach of educational process and last but not least can develop foreign language skills in mathematics.

Key words: new generation classroom, digital technology

1. Úvod

Učebny nové generace (New Generation Classroom) představují model, který by mohly být v primárním matematickém vzdělávání prospěšný jak pro motivaci ve výuce, tak pro vlastní budování nových poznatků žáků. Bylo mnohokrát prokázáno, že vyzývavé a povzbudivé prostředí má přímý vliv na žákovu motivaci k učení. Při výuce se učitelé neustále potýkají s problémem, jak udělat matematiku žákům zajímavější. Zde je úzké propojení moderních didaktických prostředků s principy pedagogického konstruktivismu, který klade důraz na žákovu vlastní zkušenost, která je obecně vnímána jako nepřenosná. Proto musíme dát žákům šanci a prostor k rozvoji tvůrčího myšlení a budování vlastních poznatků. Prostor zde představuje adekvátní prostředí učebny umožňující vlastní bádání. V takové učebně by měli mít žáci veškeré dostupné prostředky a pomůcky pro své vlastní poznávání. Zde dostávají šanci zkoumat, bádat a experimentovat, což má při dosažení požadovaného cíle za následek nejen nově získaný poznatek, ale také pocit úspěchu a radosti.

V souladu s těmito zásadami lze předpokládat, že učebny nové generace jsou vhodným prostorem a nástrojem pro výuku matematiky. Učitelskou rolí je především nastartovat poznávací proces žáků, řídit tento proces a směrovat žáky k budování si vlastních nových poznatků. Učebny nové generace pouze poskytují prostor a prostředky k procesu poznávání. Na rozdíl od běžně vybavené třídy by měl být kladen důraz na takové prostorové uspořádání, aby byl umožněn pohyb žáků po učebně z důvodu různé kooperace, projektové činnosti žáků, přístup k různým pomůckám a hlavně digitálním technologiím. Digitální technologie jsou nedílnou součástí učeben nové generace. Tyto moderní didaktické prostředky nemají pouze motivační charakter. Při správném užívání se učivo stává poutavější, názornější, informace dostupnější a např. při vhodně zvolených softwarových nástrojích může být proces bádání a budování nových poznatků efektivnější – názornější a rychlejší.

2. Učebny nové generace

Hlavním rysem konstruktivismu je důraz na žákovu vlastní konstrukci poznatků, které jsou zde obecně chápány jako nepřenosné. Toto vytváření poznatků se sice opírá o získávané informace, ale je podmíněno kognitivními prekoncepty žáků. V souladu s touto zásadou by měl být poskytnut žákům prostor pro rozvíjení kooperativního a tvořivého myšlení. Jedním z hlavních požadavků na upoutání žákovy pozornosti ve výuce je podnětné prostředí a užití efektivních výukových pomůcek. Již několik desetiletí existuje celá řada těchto pomůcek: mozaiky, skládanky, prostorové modely, didaktické hry, apod. Stejně tak má dlouholetou tradici také využívání ICT technologií ve výuce, a to nejen jako instrumentu motivace, ale také jako prostředek badatelsky orientovaného vyučování.

Badatelsky orientované vyučování je v poslední době velmi silně se rozvíjející směr a pozadu nezůstává ani výuka matematiky na 1. stupni ZŠ. Velmi vhodnou oblastí matematiky pro samostatné bádání a objevování žáky je geometrie, která přímo vybízí zadávat úlohy badatelsky orientované. Situaci ještě umocňuje potenciál softwaru dynamických geometrií, které jsou obzvláště vhodné pro bádání a experimentování. [1].

Potencionál objevitelských aktivit prostřednictvím počítačového softwaru dynamické geometrie v souvislosti s učebnami nové generace ještě více umocnil tým vývojářů programu GeoGebra svými verzemi pro mobilní zařízení (tablety, mobilní telefony). Tyto programy jsou pro samostatné bádání a objevování vhodné nejen z hlediska jejich dynamičnosti, interaktivity a dnes i mobilitě a dostupnosti zdarma kdekoliv, ale také jak uvádí Žilková [2], roli zde hraje i jejich motivační hodnota a přitažlivost.

Relativní novinkou v oblasti edukačního procesu jsou tzv. New Generation Classroom – možno přeložit jako „Učebny nové generace“. Jedná se o využívání tabletů a dalších moderních technologií při výuce. V České republice nemá výuka pod tímto názvem dlouhou tradici, přestože např. zmiňovaných tabletů se již využívá. Koncepčně spadá tento styl pod tzv. Next Generation Learning Challenges (NGLC) využívající k inovaci edukačního procesu aplikované technologie [3].

Učebny nové generace zásadním způsobem také inovují tradiční pojetí výuky. Skutečnost, že v dnešní době má žák možnost dostat se stisknutím jediného tlačítka k nekonečnému množství informací, představuje jakousi zvláštní výzvu pro strukturu vzdělávacího systému. Na základech konstruktivistického pojetí výuky se mění role učitele, který se stává facilitátorem. Žák si zde potom aktivním způsobem řídí tempo svého učení a rozvíjí cenné podněty [3].

Zásadním způsobem se zde také mění vzdělávací obsah. Učebny nové generace jsou totiž schopny zlepšit a urychlit přístup ke kvalitním informacím, který je k dispozici kdykoliv, kdekoliv a na jakémkoliv zařízení, stejně jako přístup k on-line zdrojům. Výuka se tedy stává personalizovaná a rozvíjí nejen odborné znalosti daného předmětu, ale zaměřuje se i na rozvoj dovedností, které žáci musí zvládnout, aby byli úspěšní v dalším vzdělávání.

Za účelem dosažení požadovaných výsledků je nutná i úprava prostředí, kde se koná vlastní výuka, proto je tradiční rozložení třídy poněkud „přebudováno“. Při efektivní výuce spolu žáci musí spolupracovat, komunikovat a rozvíjet kritické myšlení a kreativitu. Proto bývají učební prostory přepracovány, tak aby zahrnovali: otevřené učební prostory s pohyblivými stěnami (pro individuální a skupinovou výuku), učební zóny, místa pro spolupráci, rozmanitost tvaru stolů a výšek sezení (nízká, tradiční a „barová“ úroveň), rozmanitost typů pohodlných křesel (konverzační židle, tradiční židle a měkké sezení) a flexibilní nábytek, který může být umístěn v různých konfiguracích.

Největší pozornost je však upřena na výukové pomůcky (nástroje), se kterými se v učebnách nové generace pracuje. Jedná se především o různé digitální technologie (DT): počítače, tablety, interaktivní tabule, vizualizéry, různé projekce, připojení k internetu a softwarové nástroje.

3. Motivační aspekt učeben nové generace v matematice

„*Motivace je předpokladem zahájení procesu učení, představuje jeho úspěšný start. Může mít různé formy: od vhodně vedené diskuse o zajímavé problematice k dobře položené otázce či formulaci problému, k diskusi o životní strategii…, až např. k zajímavé úloze či podnětné hře. Motivace způsobuje napětí mezi nemám a chtěl bych mít, neumím a potřebuji umět, neznám a potřebuji znát.*“ [4]. Základním úkolem učitele je motivovat žáky k aktivitě. Podaří-li se mu to, je tím nastartován konstruktivní poznávací proces u žáků, kteří si vytvářejí vlastní představy a budují vlastní strukturu poznatků. Ve vnitřním světě žáků se odehrávají procesy porozumění, vznikají představy a krystalizují se pojmy.

Výstavba poznání je tedy procesem aktivním. Je zřejmé, že pro vzbuzení aktivity u žáka je velice důležité ho vhodně motivovat, a tak žák musí dostat možnost pracovat s informacemi a s didaktickým materiálem. Činnosti bývají zprvu fyzické (např. manipulace s předměty), po vytvoření představy probíhají v mysli žáka mentální operace (analýza, syntéza apod.) [5]. Základem je „*respektovat individuální charakteristiky učících se jedinců, což jsou zejména jejich prekoncepty a z nich vycházející individuální zkušenosti, učební styly.*“ [6]

Pokud se zaměříme na motivační aspekt učeben nové generace v matematice s využitím nových digitálních technologií, tak aktuálním trendem je zřejmě výuka s tablety. Ta již má i v České republice několikaletou zkušenost. Domníváme se, že hlavní překážkou plošnějšího využívání tabletů je jejich pořizovací cena, na kterou potom navazují další výdaje na nákup vhodných aplikací. Spousta aplikací je však již volně ke stažení. Dalším úskalím je také fakt, že tyto aplikace jsou často v anglickém jazyce. V této oblasti má však matematika zřejmou výhodu v tom, že žáci k provádění výpočtů nemusí nutně ovládat anglický jazyk na komunikativní úrovni. Při výuce je možné žákům poskytnout základní slovní zásobu, kterou budou v dané aplikaci potřebovat. [7]

Využíváním digitálních technologií (především internetu a aplikací zahraničních autorů) nám do vzdělávacího procesu vstupuje další faktor a tím je propojení s cizím jazykem. Ve výuce matematiky na 1. st. ZŠ se jedná pouze o základní terminologii související s konkrétním učivem a konkrétní použitou aplikací, ale i tím nám automaticky a nenásilně začíná v učebnách nové generace prolínání s dalším inovativním vzdělávacím přístupem označovaným termínem CLIL.

Zkratka CLIL vznikla z anglického „Content and Language Integrated Learning". Volně přeložit se tedy dá jako integrace obsahového a jazykového vzdělávání. Při využití CLILu ve výuce se tedy rozvíjí nejen znalosti v odborné oblasti, ale zlepšuje se i slovní zásoba a schopnost komunikace o konkrétní problematice. [8]

Pro žáky prvního stupně ZŠ je velice dobrá aplikace iMath[1] v anglickém jazyce, která má jasnou strukturu pro rozvoj matematických schopností a rozvíjení zájmu o matematiku. Je však možné najít i zdařilé volně dostupné aplikace v českém jazyce pro děti různých věkových kategorií, např. Učení online[2] nebo MatMat[3].

4. Závěr

Příspěvek reflektuje významné faktory vzdělávacího procesu a jejich dopad na primární matematické vzdělávání. Tyto jednotlivé faktory nejsou nic samy o sobě, netvoří-li součásti celku poznávacího procesu. Konstruktivistické přístupy, jakým je např. badatelsky orientované vzdělávání, kladou hlavní důraz na žákovu vlastní konstrukci poznatku, která ale vyžaduje vysokou úroveň motivace. Tato motivace bývá často nedostatečná z důvodu problematického zázemí jak potřebných matematických znalostí a dovedností, tak podnětného prostředí a takových moderních didaktických prostředků, jakými jsou dnes různé digitální technologie. Tento nedostatek může do určité míry kompenzovat model učebny označovaný jako New Generation Classroom (učebny nové generace).

Vzdělávací proces, který nereaguje na aktuální vzdělávací potřeby a aktuální trendy vedoucí k naplnění těchto potřeb vede ve většině případů ze strany žáků k nezájmu. Jestliže je však žák vystavován novým podnětům, je přirozenou cestou nucen se rozvíjet a učit novým poznatkům. Chápat řešení problému motivace žáků v matematice jako prostor pro vytváření učeben nové generace je velmi slibné, i když z hlediska počáteční realizace velice náročné. Odměnou je pak aktivní práce nadšených žáků, kteří se v příjemném a podnětném prostředí mění v mladé badatele a nadšeně čelí novým výzvám matematického poznávání.

---

[1] iMath. Dostupné z <https://www.microsoft.com/cs-cz/store/apps/imath-free/9wzdncrfjbwj>.

[2] Učení online. Vzdělávací program. Dostupné z <http://www.pripravy.estranky.cz/clanky/matematika/>.

[3] MatMat. Inteligentní procvičování matematiky. Dostupné z <https://matmat.cz/>.

Příspěvek vznikl v rámci realizace projektů Katedry matematiky PdF UP IGA_PdF_2016_009 a Grantového fondu děkana.

Literatura

1. NOCAR, D. - NOVÁK, B. Objevujeme s Cabri. In *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitatis Catholica Ružomberok, Rok 2015, ročník 14, číslo 2*. Ružomberok: Verbum - vydavateľstvo Katolickej univerzity, 2015. ISSN 1336-2232.
2. ŽILKOVÁ, K. *Teória a prax geometrických manipulácií v primárnom vzdelávaní*. Praha: Powerprint, 2013. ISBN 978-80-87415-84-9.
3. Next generation learning challenges. In *EDUCASE* [online]. Dostupné na World Wide Web: <http://www.educause.edu/focus-areas-and-initiatives /teaching-and-learning/next-generation-learning-challenges>.
4. HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování. Druhé aktualizované vydání*. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-262-0901-0.
5. PRŮCHA, J. *Moderní pedagogika. Čtvrté aktualizované vydání*. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0456-5.
6. DOULÍK, P., ŠKODA, J. Reflexe nad základními aspekty konstruktivistického pojetí výuky. In *Pedagogická revue, 2003, vol. LV, č. 5*, s. 470-482. ISSN 1335-1982.
7. DOFKOVÁ, R. *Výukové moduly výuky matematiky v AJ*. [online]. Dostupné na World Wide Web: <http://englishmath.upol.cz/>.
8. WOSSALA, J., JANSKÁ, L., NOCAR, D., RŮŽIČKOVÁ, L. CLIL a motivace ve výuce matematiky. In *Moderní trendy ve vyučování matematiky a přírodovědných předmětů*. Brno: Masarykova univerzita, 2015. ISBN 978-80-210-7598-6.

Kontaktní adresa

PhDr. Radka Dofková, Ph.D.
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, ČR
Telefon: +420 585635707
E-mail: radka.dofkova@upol.cz

Mgr. David Nocar, Ph.D.
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 77140 Olomouc, ČR
Telefon: +420 585635709
E-mail: david.nocar@upol.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

SLOVNÍ ÚLOHY INSPIROVANÉ TEXTY V MÉDIÍCH

Eduard FUCHS, Eva ZELENDOVÁ

Abstrakt

Slovní úlohy patří ke kritickým místům ve výuce matematiky na všech stupních škol. Příspěvek informuje o výsledcích projektu, který byl zaměřen na tvorbu slovních úloh inspirovaných autentickými texty v nejrůznějších typech médií. Důraz je kladen na různorodost motivačních textů: texty z popularizačních médií, texty šířené prostřednictvím internetu (včetně textů multimediálních), nelineární texty jako jsou grafy, diagramy, tabulky, modely, matematické zápisy, ale i obrázky, náčrtky, fotografie. Vytvořené slovní úlohy jsou doplněny metodickými komentáři, ukázkami žákovských řešení, poznatky z pilotáže úloh a doporučeními pro skupinovou práci žáků.

Klíčová slova: matematika, slovní úlohy, čtenářská gramotnost, matematická gramotnost

WORD PROBLEMS INSPIRED BY TEXTS IN MEDIA

Abstract

Word problems are critical points in the teaching of mathematics at all school levels. The paper informs about the results of the project which was aimed at creating word problems inspired by authentic texts in various types of media. The emphasis is put on the diversity of motivational texts: texts from the popularizing media, texts distributed via the Internet (including multimedia texts), nonlinear texts such as charts, diagrams, tables, models, and mathematical notation, but also pictures, sketches, and photographs. Created word problems are accompanied by methodical comments, samples of pupils' solutions, knowledge from the piloting of the tasks and recommendations for pupils' group work.

Key words: mathematics, word problems, literacy, numeracy

1. Úvod

Slovní úlohy patří na základních i středních školách mezi nejobtížnější části učiva a učitelé je vesměs uvádějí jako jedno z kritických míst ve výuce matematiky. (Na seminářích pro učitele základních i středních škol, které v roce 2015 uskutečnili autoři tohoto příspěvku ve všech krajích republiky, se tak vyjadřovala většina z několika set účastníků.)

Na tomto zjištění není nic překvapivého, neboť slovní úlohy v sobě koncentrují řadu úskalí a bariér, které musí žáci překonat.

U slovní úlohy musí žáci:

- porozumět čtenému textu
- přeložit zadaný problém do matematického jazyka
- vyhledat v textu potřebné údaje, případně dohledat údaje chybějící
- zvolit efektivní metodu řešení problému
- vyřešit matematickou úlohu
- přeformulovat matematický výsledek do odpovídající odpovědi.

Kromě matematické gramotnosti tak slovní úlohy v podstatné míře vyžadují i odpovídající gramotnost čtenářskou.

Každý učitel ze své praxe dobře zná, jaké problémy slovní úlohy žákům činí a jakých typických chyb při jejich řešení se žáci dopouštějí. Podstata obtížnosti slovních úloh je však mnohem hlubší, než se na první pohled zdá. Autoři tohoto příspěvku provedli v roce 2014 rozsáhlý výzkum, v jehož průběhu na vzorku 234 učitelů převážně 2. stupně základních škol zkoumali postupy a reakce učitelů při řešení pro ně neznámé slovní úlohy. A výsledek? Všechny typické žákovské chyby, mylné postupy, neschopnost formulace smysluplné odpovědi apod. se až v pozoruhodné shodě objevovaly i v učitelských řešeních. (Více viz článek [1]). Toto zjištění snad dostatečně demonstruje skutečnou obtížnost slovních úloh.

Tato skutečnost byla jedním z hlavních důvodů, proč jsme se problematikou tvorby slovních úloh podrobněji zabývali.

2. Základní informace o projektu

Jedním z klíčových bodů tvorby slovních úloh je jejich tématika. Chceme-li zvýšit aktivitu žáků, je nutné volit tematiku úloh tak, aby je zaujala a podnítila jejich zájem o řešení úloh. Jednou z možností, jak tuto skutečnost realizovat, je brát motivační texty z reálného života, z prostředí, v němž se pohybují a o něž mají primární zájem. Proto jsme se rozhodli volit za výchozí texty materiály z médií – z denního tisku, z časopisů, z internetových zdrojů atd.

Našim cílem přitom bylo vypracovat materiál pro oba stupně základní školy i pro školy střední tak, aby byly postihnuty společné i odlišné rysy dané problematiky na jednotlivých typech škol. Ke zvolenému textu je vždy zformulována gradovaná řada slovních úloh, jsou uvedena vzorová a ukázková žákovská řešení a metodické poznámky. Na výsledné podobě textu se podílela řada autorů, především učitelů příslušného typu školy. Učitelé také byli autory většiny původních námětů slovních úloh a výslednou podobu úloh na školách i ověřovali.

Kolektiv spolupracovníků z 1. stupně ZŠ vedla Mgr. Eva Nováková, Ph.D., z Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity v Brně, členky byly Mgr. Blanka Blažková, Mgr. Jana Duňková a Mgr. Zdeňka Jónová, všechny ze ZŠ v Tanvaldu.

Kolektiv spolupracovníků z 2. stupně ZŠ vedla doc. RNDr. Helena Binterová, Ph.D., z Pedagogické fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, členy byli Mgr. Jitka Mikasová, Mgr. Josef Schánël a Mgr. Michaela Schánělová, všichni ze ZŠ v Českých Budějovicích.

Kolektiv spolupracovníků ze středních škol vedla RNDr. Petra Konečná, Ph.D., z Přírodovědecké fakulty Ostravské univerzity, členy byli RNDr. Eva

Davidová, PhDr. Petr Smolák a RNDr. Michal Vavroš, Ph.D., všichni z Wichterlova gymnázia v Ostravě-Porubě.

3. Různorodost motivačních zdrojů

Při výběru textu je nutné dát pozor na jeho přiměřenost. Vhodné je vyhnout se dlouhým textům s přemírou údajů. Kromě tzv. učebnicového textu bychom měli předkládat žákům i jiné (velmi rozmanité) texty: texty z popularizačních médií různé úrovně spolehlivosti, texty šířené prostřednictvím internetu (včetně textů multimediálních), nelineární texty jako jsou grafy, diagramy, tabulky, modely, matematické zápisy, obrázky, náčrtky, fotografie apod. Využít můžeme i texty, které uvádějí nepřesnou nebo špatně použitou matematickou terminologii, jestliže úkolem žáků bude právě tyto „chyby" nalézt a opravit. Různorodé texty z médií mohou nastartovat zájem žáků o řešené problémy. Zasazením slovní úlohy do různých aktuálních situací a kontextů (sociálních, geografických, historických, technických, uměleckých apod.) lze rozvíjet všechny kompetence a celý matematický obsah. Důraz na porozumění textu, vysuzování z přečteného a sdílení porozumívání a pochopení textu pomáhá rozvíjet gramotnost čtenářskou.

Na základě motivačního textu učitelé mohou tvořit autentické slovní úlohy, které však musí splňovat alespoň některé z následujících požadavků:

- týkají se událostí, které by se mohly stát i v běžném životě
- obsahují otázky, které by mohly v běžném životě zaznít
- jejich účel musí být žákům jasný
- jsou jednoduše formulované
- údaje uvedené v úloze musí být k dispozici nebo musí být snadno dohledatelné
- musí být konkrétní (úlohy se týkají určité konkrétní události), ne obecné.

4. Ukázky z materiálů pro 1. stupeň ZŠ

V aktivitě *Biatlon* byla za motivační text zvolena následující ukázka textu z internetu:

Všech pět českých reprezentantek se postavilo na start desetikilometrového stíhacího závodu finálového kola Světového poháru v ruském Chanty-Mansijsku. Nejvíce se dařilo Veronice Vítkové, která po čtvrtém místě ve sprintu vybojovala tentokráte pátou příčku. Gabriela Soukalová stejně jako ve sprintu uzavírala elitní desítku. Eva Puskarčíková doběhla osmnáctá a zajistila si účast v nedělním závodě s hromadným startem. Jitka Landová si po bezchybné střelbě polepšila o 32 míst až na 24. pozici! A tak nebodovala jen 50. Bára Tomešová. Vyhrála Darja Domračevová z Běloruska před německým duem Laura Dahlmeierová, Franziska Preussová.

Na tento text navazuje celkem devět úloh, z nichž uvádíme ve zkrácené formě pouze tři (u dalších úloh jsou uvedeny doplňující obrázky a tabulky):

- Můžete z textu určit, kolik závodnic se zúčastnilo stíhacího závodu? Kolik bylo našich závodnic?
- Doplňte jména závodnic na stupních vítězů.
- Z textu vypište jména českých závodnic. Zkuste jim zaměnit jména a příjmení. Například máme závodnice Veroniku Vítkovou a Gabrielu

Soukalovou. Záměnou může vzniknout Veronika Soukalová nebo Gabriela Vítková. Najděte co nejvíce různých kombinací všech jmen a příjmení.

Motivační text *Rozměr Země* je velmi stručný: *Obvod Země je 40 076 km. Měří se na r***ovníku***, což je myšlená kružnice, která naši planetu rozděluje na dvě polokoule (hemisféry): jižní a severní.*

Na text navazuje 6 úloh, z nichž uvádíme následující:

- Vysvětlete, co je obvod Země. Využijte glóbus, míč, polystyrenovou kouli, provázek apod.
- Zopakujte si pravidla pro zaokrouhlování. Obvod Země postupně zaokrouhlete na desítky, stovky, tisíce a desetitisíce kilometrů.
- Převeďte obvod Země na metry, decimetry, centimetry a milimetry.
- Představte si, že bychom chtěli obejít Zemi po rovníku pěšky.
  a) Jak dlouho by nám to trvalo, kdybychom se pohybovali průměrnou rychlostí chodce?
  b) Kolik by to bylo hodin, dnů, týdnů, měsíců, roků?
  c) Kolik párů bot bychom spotřebovali za předpokladu, že nám jeden pár vydrží 2 000 km?
  d) Kolik bychom zaplatili za boty, počítáme-li průměrnou cenu za 1 pár 1 000 Kč?
- Za jak dlouho bychom tuto vzdálenost urazili na koloběžce, na kole, v autě, letadlem? K výpočtům použijte tyto průměrné rychlosti: koloběžka 10 km/h, kolo 20 km/h, auto 80 km/h, letadlo 900 km/h.

5. Závěr

CD [2] obsahující kompletní materiály vydala Jednota českých matematiků a fyziků, volně ke stažení je na adrese

http://www.suma.jcmf.cz/projekty/matematika-v-mediich/

Literatura

1. FUCHS, E., ZELENDOVÁ, E. Slovní úlohy – kritické místo ve výuce na ZŠ. In *Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol.* 1. vyd. Plzeň: *Vydavatelský servis, 2014. pp. 69-72. ISBN 978-80-86843-45-2.*

2. FUCHS, E., ZELENDOVÁ, E. (Eds.), Matematika v médiích. Využití slovních úloh při kooperativní výuce na základních a středních školách. 1. vyd. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2015. 121 s. ISBN 978-80-7015-145-7.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc.
Ústav matematiky a statistiky PřF MU
Kotlářská 2
611 37 Brno
Telefon: +420 549 493 858
E-mail: fuchs@math.muni.cz

RNDr. Eva Zelendová
Národní ústav pro vzdělávání
Weilova 127/6
102 00 Praha 10
Telefon: +420 731 813 847
E-mail: Eva.zelendova@nuv.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

METODICKÉ KOMENTÁŘE KE STANDARDŮM PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ – MATEMATIKA

Eduard FUCHS, Eva ZELENDOVÁ

Abstrakt

Článek přináší základní informace o publikaci, která doplňuje závazné kurikulární dokumenty pro první stupeň základní školy metodickými komentáři pro učitele a řadou řešených ilustrativních úloh ve třech stupních obtížnosti. Publikace je členěna dle RVP ZV do čtyř tematických okruhů: Číslo a početní operace, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru, Netradiční aplikační úlohy a problémy. Každá část obsahuje metodické materiály podstatné pro daný tematický okruh, jednotlivé ilustrativní úlohy jsou pak podrobně komentovány. Součástí publikace jsou i žákovská řešení.

Klíčová slova: matematika, standardy pro základní školu, metodické komentáře

METHODICAL COMMENTS ON STANDARDS FOR PRIMARY EDUCATION - MATHEMATICS

Abstract

The paper provides basic information about the book which supplements the mandatory curriculum documents for primary schools with methodical comments for teachers and a number of solved illustrative tasks in three levels of difficulty. The paper is divided into four thematic areas: Number and numerical operations, Dependencies, relationships and work with data, Geometry in the plane and space, Unconventional application tasks and problems. Each section contains methodical materials essential for the thematic area, individual illustrative tasks are then commented on in detail. The paper also includes pupils' solutions.

Key words: mathematics, standards for primary schools, methodical comments

1. Úvod

Zavedení Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) a následná tvorba školních vzdělávacích programů (ŠVP) patří k největším systémovým změnám v našem školství v posledních desetiletích. Jako vždy má každá taková změna své pozitivní i negativní stránky. Na jedné straně ponechala přílišná stručnost jednotlivých výstupů v RVP ZV školám značnou volnost při tvorbě ŠVP, na druhé straně však nezajistila srovnatelnou úroveň absolventů všech základních škol v České republice. Když se v roce 2010 rozhodlo o plošném testování žáků ZŠ, bylo nezbytné stanovit pro toto testování závaznou úroveň znalostí a dovedností. Tato snaha vyústila v tvorbu *Standardů pro základní vzdělávání*. Plošné testování žáků 5. a 9. ročníků bylo sice po několika ověřovacích pokusech ukončeno, standardy pro vzdělávací obory *Český jazyk a literatura*, *Cizí jazyk* a *Matematika a její aplikace* se však ukázaly být životaschopné a učitelé je vesměs vítali jako užitečný materiál doplňující RVP ZV. Proto se 1. 9. 2013 výše uvedené standardy, které jsou zpracovány pro tzv. minimální úroveň, staly závaznou přílohou RVP ZV.

Na řadě seminářů konaných v letech 2013-2015 a na dalších akcích si autoři článku ověřili, že učitelé by přivítali podrobnější materiál, než jsou uvedené standardy matematiky. Standardy totiž nepopisují vyšší úroveň vědomostí a dovedností žáků, neobsahují žádné metodické návody pro práci v hodinách, nepomáhají učitelům v práci se žáky se speciálními vzdělávacími potřebami apod. Tato zjištění vedla k myšlence vypracovat pro učitele podrobnější materiál, který by uvedené náležitosti obsahoval a který by mohl usnadnit náročnou učitelskou práci.

2. Struktura Metodických komentářů a obtížnost ilustrativních úloh

Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání – matematika (dále jen Metodické komentáře) jsou členěny podle tematických okruhů dle RVP ZV (Číslo a početní operace/Číslo a proměnná; Závislosti, vztahy a práce s daty; Geometrie v rovině a prostoru; Nestandardní aplikační úlohy a problémy). V teoretické části obsahují přesnou citaci charakteristik jednotlivých výstupů tematického okruhu v RVP ZV a zásadní metodická doporučení či obecné postřehy vztahující se k výuce uvedeného tématu. Pro přehlednost jsou uvedeny i stanovené indikátory na minimální úrovni dle Standardů.

Teoretická část je doplněna tzv. ilustrativními úlohami, které sice nemohou pokrýt celou škálu úloh a aktivit pro žáky, vztahují se však k danému tematickému okruhu a umožní čtenářům lépe pochopit některá úskalí výuky matematiky. Při práci s těmito úlohami čtenáře zcela jistě napadnou různé modifikace předložených problémů (např. s využitím podpůrných pomůcek) či další zajímavé úlohy a aktivity. Také uvedené postupy řešení u jednotlivých ilustrativních úloh nejsou jediné možné. Žáci budou objevovat další cesty, jak danou úlohu řešit. Protože zápisy řešení, obrázky a schémata, která žáci během svých řešení vytváří, mají pro pedagogickou činnost učitele velký význam, jsou u některých úloh uvedena autentická žákovská řešení, která vznikla při ověřování ilustrativních úloh v praxi. Na závěr jsou uvedeny informační zdroje.

Pro nastavení tří úrovní ilustrativních úloh (minimální, optimální a excelentní) byla pro potřeby Metodických komentářů použita Bloomova taxonomie kognitivních výukových cílů. Pro nastavení minimální úrovně byla zvolena první a druhá úroveň Bloomovy taxonomie (zapamatování, pochopení), pro optimální úroveň byla zvolena třetí a čtvrtá úroveň (aplikace a analýza), pro excelentní úroveň pak pátá a šestá úroveň (syntéza, hodnocení).

Metodické komentáře ke čtyřem tematickým okruhům RVP ZV jsou doplněny kapitolou Žáci se speciálními vzdělávacími potřebami (autorkou je RNDr. Růžena Blažková, CSc. z Katedry matematiky PdF MU Brno), ve které jsou shrnuty základní principy výuky matematiky pro tuto žákovskou skupinu.

Metodické komentáře jsou vypracovány pro první i druhý stupeň základního vzdělávání, v dalším textu však uvedeme jen autory a charakteristiku materiálů pro 1. stupeň ZŠ.

3. Tematický okruh Číslo a početní operace

První tematický okruh zpracovala Mgr. Eva Nováková, Ph.D., z Katedry matematiky PdF MU Brno. V teoretické části kromě jiného uvádí, že tematický okruh Číslo a početní operace tradičně tvoří těžiště elementárního matematického vyučování. Charakteristickým znakem je vzájemná propojenost a souvislost aritmetických poznatků, jejichž vytváření se opírá o zkušenosti žáků s reálným světem. Přirozené číslo jako základní pojem matematického vzdělávání na 1. stupni je postupně budováno s využitím tradičních modelů (např. prstů, teček na hrací nebo dominové kostce, číselných obrazců, dvacítkového a stovkového počitadla, později s využitím modelu peněžní soustavy a řádového počitadla). Pro metodiku vyučování je typické postupné proměňování činností žáků – od spontánních a didaktických her a manipulací s konkrétními předměty k systematickému učení, které směřuje k efektivnímu osvojování matematických poznatků. Přirozený, spontánní dětský projev se postupně převádí na přesnější jazyk elementárního matematického vyjadřování, které doprovází postupné vytváření abstraktního pojmu přirozeného čísla.

4. Tematický okruh Závislosti, vztahy a práce v daty

Druhý tematický okruh zpracovaly doc. RNDr. Helena Binterová, Ph.D., z Katedry matematiky PdF JU České Budějovice, Mgr. Marta Vrtišová ze ZŠ Matice školské České Budějovice a RNDr. Eva Zelendová z NÚV. V teoretické části je např. uvedeno, že učitel vede žáky na 1. stupni k tomu, aby rozpoznali určité typy změn a závislostí, které jsou projevem běžných jevů reálného světa, a seznámili se jejich reprezentacemi. Ukazuje, jak lze závislosti a změny matematicky popsat a využít v praxi. Žáci tyto závislosti analyzují z textu, z tabulek a diagramů, v jednoduchých případech je konstruují a vyjadřují matematickým předpisem. Připravují se tak, kromě jiného, i na použití souřadného systému (např. chozením po čtvercové síti). V tomto období není nutné zavádět pojmy proměnná a funkce, je třeba však uplatňovat takové metody a postupy práce, které tyto pojmy „zahrnují“ (počítání předmětů je spojeno s přiřazováním; žák může vypozorovat, co platí při odčítání stejného čísla od různých čísel, nebo jak se mění výsledek operace v závislosti na změnách vstupních údajů apod.).

5. Tematický okruh Geometrie v rovině a prostoru

Třetí tematický okruh zpracovala RNDr. Marie Kupčáková, Ph.D., z Katedry matematiky PřF UHK Hradec Králové. V teoretické části je mimo jiné uvedeno, že v 1. i 2. období prvního stupně preferujeme konkrétní manipulativní činnosti pro objevování vlastností geometrických útvarů. V rovině to jsou například manipulace se čtverci, kosočtverci, obdélníky, kosodélníky, lichoběžníky, trojúhelníky, mnohoúhelníky. Žák přijímá snadněji fakt, že některé útvary mohou mít více než jeden název, a začne chápat klasifikaci dvojrozměrných útvarů v jejich hierarchii. Vyhledává tvary, kterými lze pokrýt rovinu. Identifikuje a pojmenuje trojúhelník rovnoramenný, rovnostranný a pravoúhlý. Rovinnou geometrii učitel žákovi přibližuje prací ve čtvercové síti – kreslení rovnoběžek, kolmic, čtverců a obdélníků, určování vzdálenosti bodů ve vodorovném a svislém směru, určování obvodů a obsahů mnohoúhelníků. Od čtvercové sítě pak žák přirozeně přechází k pochopení souřadného systému v rovině. Prostorová geometrie navazuje na znalosti z prvního období, opět vychází z konkrétních činností a představ. Žák modeluje tvary z reálného světa pomocí modelíny a špejlí (párátek), modeluje všechna základní geometrická tělesa. Učí se rozlišovat, co je – co není mnohostěn. Seznamuje se s hranoly a obecnými jehlany. Popisuje vlastnosti těles (počty hran, stěn, vrcholů – Eulerův vztah). Sestavuje prostorové stavby ze základních těles. Vytváří krychlová tělesa podle plánku. Kreslí obrazy těles do tečkovaných sítí. Objevuje sítě dalších těles.

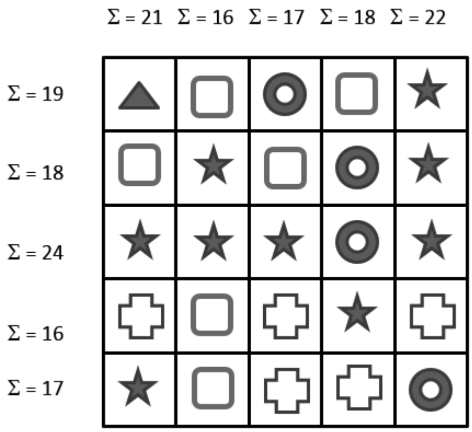
6. Tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Poslední tematický okruh zpracovala RNDr. Hana Lišková z Pedagogické školy v Litomyšli. V teoretické části se např. uvádí, že nestandardními úlohami a problémy na prvním stupni základní školy nerozumíme úlohy složité, ale takové, které jsou pro žáky neobvyklé (jak zadáním, tak způsobem řešení) a jsou vhodné i pro badatelské aktivity. Při řešení takových úloh se snažíme respektovat a ocenit osobitá řešení žáků, pokud jsou správná a vhodně (například doplňujícími otázkami) korigovat u žáků postupy, které nejsou přesné nebo správné. Chyby využíváme jako prostředek k učení. S návrhy řešení, které žáci podávají, pracujeme citlivě, nikoli odmítavě. Právě v těchto situacích je možné žáky významně povzbudit k řešení problémů a posílit tak pozitivní vztah k matematice (na každém řešení se můžeme něco naučit, pochopit, vyjasnit, upřesnit). Naopak necitlivým přístupem můžeme žáky demotivovat, utvrdit je v přesvědčení, že „matematika je jen pro vybrané jedince“.

7. Ilustrativní úlohy

Jak již bylo uvedeno, teoretické části pro jednotlivé tematické okruhy jsou doplněny tzv. ilustrativními úlohami ve třech stupních obtížnosti. Z několika desítek úloh si vzhledem k rozsahu článku představíme pouze jednu. Jedná se o úlohu z okruhu Nestandardní aplikační úlohy a problémy, její úroveň byla stanovena jako excelentní.

Každý symbol v tabulce zastupuje určité číslo. Zjistěte číselnou hodnotu každého symbolu tak, abyste zajistili správný součet, který je uveden u každého řádku i sloupce. Proveďte kontrolu.



Obrázek 1 Zadání tabulky

8. Závěr

Celou publikaci *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání – matematika* naleznete na stránkách Metodického portálu rvp.cz, který spravuje Národní ústav pro vzdělávání. Publikace byla pro účely seminářů, které jsou v roce 2016 autory článku realizovány v celé České republice, vydána v limitovaném počtu na CD nosičích.

Literatura

1. FUCHS, E., ZELENDOVÁ, E. (Eds.) *Metodické komentáře ke Standardům pro základní vzdělávání – Matematika.* 1. vyd. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, 2015. 153 s. ISBN 978-80-7481-140-1.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Eduard Fuchs, CSc.
Ústav matematiky a statistiky PřF MU
Kotlářská 2
611 37 Brno
Telefon: +420 549 493 858
E-mail: fuchs@math.muni.cz

RNDr. Eva Zelendová
Národní ústav pro vzdělávání
Weilova 127/6
102 00 Praha 10
Telefon: +420 731 813 847
E-mail: Eva.zelendova@nuv.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

E-KURZ MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ II V MATEMATICKEJ PRÍPRAVE BUDÚCICH UČITEĽOV

Ľubica GEROVÁ, Katarína SEBÍNOVÁ

Abstrakt

LMS Moodle je v súčasnosti rozšíreným podporným prostriedkom vzdelávania na vysokých školách. Na PF UMB v Banskej Bystrici sme uskutočnili výskumné šetrenie, ktoré s ním súviselo. V článku sú prezentované názory študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika na podporný elektronický kurz použitý v štúdiu predmetu Matematická gramotnosť II. Študenti poskytli spätnú väzbu aj k vytvorenému študijnému materiálu - učebniciam na CD, ktoré boli dané študentom a boli prepojené s obsahom softvérového prostredia e-kurzu.

Klíčová slova: LMS Moodle, e-kurz, matematika, predškolská a elementárna pedagogika

E-COURSE MATHEMATICAL LITERACY II IN MATHEMATICAL PREPARATION OF FUTURE TEACHERS

Abstract

LMS Moodle is now widespread blended learning environment in education at universities. A research investigation, connected with it was realized at Faculty of Education at UMB in Banská Bystrica. The article is dealing with opinions of the students attending Preschool and elementary pedagogy on electronic course Mathematical Literacy II. This e-course was used as a support tool in their study. The students provided feedback also to created study material – CD textbooks that were given to students and have been linked with a software environment e – course content.

Key words: E-course, LMS Moodle, Mathematics, Preschool and elementary pedagogy

1. Úvod

Na Pedagogickej fakulte UMB v Banskej Bystrici sa viac rokov zaoberáme problematikou zvyšovania úrovne matematických poznatkov a zručností študentov - budúcich učiteľov v materskej škole a na 1. stupni ZŠ. Podnetom k tejto činnosti boli výsledky matematickej gramotnosti žiakov Slovenskej republiky v medzinárodných meraniach a nižšia miera matematických kompetencií študentov v odbore Predškolská a elementárna pedagogika v porovnaní s minulosťou. O úrovni matematickej gramotnosti týchto študentov písali vo svojich publikáciách aj Scholtzová (2010), Mokriš (2010), Gombár, Mokriš, Zeľová (2009).

V spolupráci pracovísk na PF UMB v Banskej Bystrici, PF PU v Prešove a PF TU v Trnave boli a sú riešené projekty s cieľom podporiť matematické vzdelávanie v danom odbore aj prostredníctvom elektronicky orientovanej výučby.

Na PF UMB sme v rámci projektu KEGA vytvorili štyri podporné e-kurzy v prostredí LMS Moodle (Matematická gramotnosť I, II, Edukačné koncepcie rozvíjania matematickej gramotnosti, Elementárne matematické zručnosti) a súbor elektronických študijných materiálov pre vyučovanie rovnomenných matematických disciplín (vrátane štyroch učebníc na CD). V nasledujúcej časti sa zameriame na predmet Matematická gramotnosť II a analyzujeme názory študentov na poskytnuté softvérové prostredie e-kurzu, jeho obsah a elektronické študijné materiály.

2. Štruktúra e-kurzu a CD učebníc Matematická gramotnosť II, základy elementárnej aritmetiky, základy elementárnej geometrie

E-kurz Matematická gramotnosť II pozostáva z dvoch autonómnych častí: Aritmetika a Geometria. Štruktúra v nich je rovnaká. Tvorí ju osem základných položiek: *Základné informácie* (k predmetu), *Úvodné informácie* (k vyučovaniu aritmetiky, resp. geometrie), *Študijný materiál* (kniha), *Základné pojmy* v príslušných témach učiva, *Úlohy s rôznou úrovňou náročnosti* (v každej téme) so spätnou väzbou pre študenta, *Kontrolné testy* so spätnou väzbou, *Úlohy na samostatnú prácu*, *Záverečný test*.

V štruktúre učebníc sa opakuje v každom tematickom celku osem činiteľov: *Sprievodca štúdiom* (komunikácia autora so študentom), *Situácia* (uvádza konkrétne východiská a aplikácie učiva v živote detí), *Otázka na zamyslenie* (vedie študenta k hlbšej reflexii a analýze danej situácie), *Základné pojmy a informácie* (základné pojmy a ich vysvetlenie na príkladoch), *Vzorové riešenie úloh* (pomáha k pochopeniu učiva), *Kontrolné otázky a cvičenia*, *Výsledky cvičení*, *Pre záujemcov* (úlohy určené študentom s väčším záujmom o problematiku).

3. Charakteristika výskumného šetrenia

Cieľom bolo získať spätnú väzbu na vytvorený obsah e-kurzu, prácu v ňom a na vytvorené učebnice na CD: Matematická gramotnosť II, základy elementárnej aritmetiky a Matematická gramotnosť II, základy elementárnej geometrie. Získané výsledky sú priebežne využívané na úpravu a skvalitnenie obsahu kurzu pre ďalšie efektívnejšie použitie.

Výskumným nástrojom bol dotazník. Obsahoval 19 položiek, z toho 14 orientovaných na hodnotenie podporného e-kurzu a päť na učebnice na CD. Položky boli kombinované s uzavretými, polouzavretými a otvorenými otázkami. V dvoch bola použitá Likertova škála.

Vzorku tvorilo 134 študentov 1. ročníka bakalárskeho štúdia v dennej a externej forme, ktorí používali e-kurz Matematická gramotnosť II. Dotazník vyplnilo 109 študentov, z toho 86 študentov interného štúdia (IŠ) a 23 študentov externého štúdia (EŠ).

4. Dosiahnuté výsledky

S vhodnosťou využitia IKT vo vyučovaní matematiky súhlasilo 97,68 % študentov IŠ a 95,65 % študentov EŠ. Len 2,32 % resp. 4,35 % študentov ho považuje za veľmi nevhodné. Názor študentov poukazuje na to, že má zmysel pokračovať v tejto alternatívnej forme vyučovania.

V e-kurze pracovali študenti IŠ najčastejšie 2-3 krát týždenne (32,56 %), čo považujeme za vyhovujúce vzhľadom na to, že študenti mali k dispozícii aj učebnice s rozšíreným obsahom na CD. Denne v e-kurze pracovalo 17,44 % študentov. Najviac jeden krát v týždni vstúpilo do e-kurzu 16,28 % študentov. Predpokladáme, že títo študenti sa orientovali najmä na zistenie zadania domácich úloh. Študenti EŠ s e-kurzom pracovali najčastejšie 1 až 3-krát týždenne (86,95 %), čo je pozitívne zistenie vzhľadom na ich formu štúdia. Za najvhodnejšie dni pre prácu s e-kurzom označili študenti IŠ víkend (37,21 %), mnohým na konkrétnych dňoch nezáležalo (30,23 %). Niektorí označili pondelok – stredu (23,26 %), dni, v ktorých sú určite v škole. Niektorí študenti EŠ označili víkend (21,74 %), ale prevláda skupina, ktorá konkrétne dni nepovažovala za podstatné (56,52 %). Priemerný čas venovaný práci s e-kurzom počas týždňa bol u študentov IŠ dve (34,88 %) a viac ako dve hodiny (34,88 %), podobne u študentov EŠ (34,78 %, resp. 52,17 %). Činnosť niektorých študentov bola kratšia ako hodina (IŠ 3,49 %, EŠ 4,35 %). Tento kratší čas zrejme súvisel len s nahliadnutím do príslušných učiteľom priebežne otváraných položiek.

Štruktúru e-kurzu hodnotili študenti IŠ aj EŠ ako prehľadnú, dostatočne sa v nej orientovali (96,51 %, resp. 95,65 %), čo je pre nás znakom vhodnej voľby pri jej tvorbe. Štruktúra nie celkom vyhovovala zvyšku študentov. Dôvod neuviedli.

S ponukou desiatich položiek v e-kurze bolo spokojných 97,67 % študentov IŠ a 95,65 % študentov EŠ a považovali ju za dostatočnú. Nenavrhli žiadne ďalšie položky na doplnenie.

Študenti IŠ najčastejšie pracovali s položkou domáce úlohy (88,37 %), ktorá bola pravidelne zadávaná a vyžadovalo sa v nej odovzdanie riešenia aj v elektronickej podobe. Znamená to, že nie každý študent príslušnú časť úlohy vypracoval v e-kurze. Druhou najčastejšie otváranou položkou boli študijné materiály v stručnej verzii (55,81 %). Nasledovali informácie o dosiahnutom bodovom hodnotení (47,67 %). Študenti nemali záujem o odkazy na rôzne webové stránky s problematikou blízkou preberanému učivu (0 %) a veľmi malý záujem mali o diskusné fórum (5,81 %), v rámci ktorého mohli navzájom spolu komunikovať, radiť sa. Pomerne malý bol záujem o spätnú väzbu, aby si vyskúšali svoje vedomosti a zručnosti (5,81 %). Pritom konfrontácia s názormi iných spolužiakov alebo s vyučujúcim je dôležitá pre správne porozumenie učiva. Študenti EŠ najčastejšie pracovali s položkou študijné materiály (78,26 %) a seminárne práce (43,48 %). Nevyužívali *prémiové úlohy* (0 %) a zriedka odkazy na webové stránky (4,35 %). Menej boli používané tiež diskusné fórum (13,04 %) a fórum noviniek (4,35 %).

Študentom IŠ aj EŠ bol obsah príslušných položiek zrozumiteľný (93,02 %, resp. 95,65 %). Ostatní pri zápornej odpovedi neuviedli dôvod.

Za najdôležitejšie položky študenti IŠ označili domáce úlohy (69,79 %) a študijné materiály (66,28 %), čo korešponduje aj s položkami najčastejšie otváranými. Za nie veľmi dôležitý považovali obsah diskusného fóra (17,44 %), fóra noviniek (9,30 %) a odkazy na webové stránky súvisiace s učivom (5,81 %). Pre študentov EŠ bol dôležitý obsah položky študijné materiály (78,26 %) a možnosť vyskúšať sa (43,48 %). Obsah diskusného fóra (0 %) a fóra noviniek (0 %), podobne ako denní študenti, nepovažovali za podstatný.

V e-kurze boli vložené informácie k vypracovaniu domácich úloh a seminárnych prác. Využilo ich 66,28 % študentov IŠ a 78,26 % študentov EŠ, niektorí len občas (IŠ 31,40 %, EŠ 21,74 %). Možno predpokladať, že pri skupinovej práci si študenti mohli navzájom odovzdať získané informácie.

Úvodné informácie k realizácii a absolvovaniu predmetu si priebežne počas semestra ujasňovalo v e-kurze 73,26 % študentov IŠ, 25,58 % len na začiatku semestra. Podobne sa zachovali aj študenti EŠ, na začiatku semestra 17,39 %, v priebehu 82,61 %. Naznačuje to, že informácie na začiatku semestra nie sú vnímané s dostatočnou pozornosťou.

Väčšina študentov IŠ i EŠ sa zhodla v tom, že im podporný e-kurz pomohol v štúdiu (IŠ 89,53 %, EŠ 91,30 %). Študenti, ktorí uviedli odpoveď „čiastočne“ cítili väčšie nedostatky vo svojich vedomostiach a zručnostiach, preto potrebovali pomoc pri svojom štúdiu predmetu aj z iných zdrojov. Nikto neuviedol zápornú odpoveď.

Študenti mali možnosť navrhnúť úpravu alebo doplnenie obsahu e-kurzu. Žiadne zmeny nenavrhlo 37,21 % študentov IŠ a 17,39 % študentov EŠ, e-kurz im vyhovoval. Nevyjadrilo sa 23,26 % študentov IŠ a 52,17 % študentov EŠ. Zvyšní študenti najčastejšie uvádzali potrebu ešte väčšieho počtu úloh a testov so spätnou väzbou, prémiových úloh, ktoré umožňujú získať bonusové hodnotenie. Iné návrhy vyplývali z nižšej technickej zručnosti niektorých študentov pri práci v prostredí LMS Moodle a nesúviseli s obsahom e-kurzu.

Väčšina študentov vnímala e-kurz ako dostatočný doplnok učebnice aritmetiky na CD (89,53 % IŠ, 86,96 % EŠ) a geometrie (82,56 % IŠ, 86,96 % EŠ). Tí študenti, ktorí uviedli odpoveď „čiastočne“, uprednostnili študijný materiál v tlačenej podobe, zvyšní dôvod neuviedli alebo neodpovedali.

Podstatná časť študentov hodnotila vytvorené učebnice kladne. S dostatkom matematických informácií v nich k štúdiu učiva úplne súhlasilo resp. súhlasilo 96,51 % študentov IŠ (aritmetika), 90,70 % študentov IŠ (geometria). Podobne sa vyjadrili študenti EŠ (aritmetika aj geometria po 95,65 %), u nich bola väčšia miera úplného súhlasu. Študenti sa kladne vyjadrili i ku zvolenej štruktúre učebnice, ktorá im pomohla v riadení ich učenia sa (aritmetika: 87,21 % IŠ, 95,66 % EŠ, geometria: 88,37 % IŠ, 95,66 % EŠ). Podobne reagovali aj na pomoc učebnice v samostatnej práci v štúdiu, jej obsah im bol pomôckou (aritmetika: 89,53 % IŠ, 95,66 % EŠ, geometria: 90,69 % IŠ, 95,66 % EŠ). Miera súhlasu bola vysoká s poskytnutím dostatočnej spätnej väzby k získaným poznatkom (aritmetika: 81,40 % IŠ, 91,30 % EŠ, geometria: 90,69 % IŠ, 95,66 % EŠ). V procese rozvíjania vlastných matematických predstáv študentov obsah učebnice pomohol 89,54 % študentov IŠ, 95,65 % EŠ (aritmetika) a 87,21 % študentov IŠ, 95,65 % EŠ (geometria). Študenti, ktorí sa vyjadrili nesúhlasne, mali problém s porozumením obsahu vzhľadom na nižšiu dosiahnutú úroveň používania matematického jazyka.

5. Záver

Môžeme konštatovať, že na základe výpovedí študentov koncepcia podporného e-kurzu Matematická gramotnosť II a učebníc Matematická gramotnosť II, základy elementárnej aritmetiky a Matematická gramotnosť II, základy elementárnej geometrie boli prínosom pre študentov v riadení ich samostatného štúdia a pri nadobúdaní matematických vedomostí a zručností. Pohľad študentov IŠ a EŠ je pomerne vyrovnaný. Mierne vyššia miera súhlasu u študentov EŠ v príslušných položkách svedčí o tom, že v tejto forme štúdia viac využívajú iné zdroje k štúdiu ako kontaktné vyučovacie hodiny, ktorých majú menej ako študenti IŠ, a preto funkcie učebnice sú pre nich dôležité.

Podobne sa ukázala vhodná aj štruktúra podporných e-kurzov. Ponuka položiek je dostatočná. Študenti sa však väčšinou zameriavajú na tzv. „povinné“ položky (domáce úlohy, stručný obsah učiva). Ďalšie možnosti k upevňovaniu poznatkov alebo ich rozšíreniu zostávajú častejšie nevyužité.

E-kurz je sprístupnený na webovej stránke PF UMB: https://lms2.umb.sk/projekty/course/index.php?categoryid=7. Cieľom vyučujúcich je priebežne upravovať a dopĺňať štruktúru a obsah e-kurzu podľa vlastnej potreby i požiadaviek študentov v aktuálnom roku štúdia. Tak bude možné skvalitňovať technickú i didaktickú rovinu elektronických študijných materiálov.

Poďakovanie. Príspevok bol spracovaný ako súčasť projektu KEGA 003TTU-4/2015 „Elektronické kurzy pre vyučovanie matematiky na základných školách a v prvých 4 ročníkoch osemročných gymnázií“.

Literatúra

1. SCHOLTZOVÁ, I. Niektoré aspekty matematickej gramotnosti študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. In: *Acta Universitatis Palackianae Olomoucensis, Mathematica VII „Matematika 4 Matematické vzdelávání v kontextu proměn primární školy“*. Olomouc: PF UP, 2010. s. 271-276. ISBN 978-80-244-2511-5.
2. MOKRIŠ, M. Priestor a tvar – pohľad na matematickú gramotnosť študentov odboru Predškolská a elementárna pedagogika. In: *Acta Universitatis Palackianae Olomoucensis, Mathematica VII „Matematika 4 Matematické vzdelávání v kontextu proměn primární školy“*. Olomouc: PF UP, 2010. s. 182 - 186. ISBN 978-80-244-2511-5.
3. GOMBÁR, M., MOKRIŠ, M., ZEĽOVÁ,V. Analýza úrovne matematickej gramotnosti študentov Predškolskej a elementárnej pedagogiky – oblasť kvantita. In: *„Matematika z pohľadu primárneho vzdelávania“*. Banská Bystrica: PF UMB, 2009. s. 58 – 62. ISBN 978-80-8083-742-6.

Kontaktná adresa

PaedDr. Ľubica Gerová, PhD.
KEPP PF UMB
Ružová 13, 974 11 Banská Bystrica
Telefon: +420 48 446 4864
E-mail: lubica.gerova@umb.sk

RNDr. Katarína Sebínová, PhD.
KM FPV UMB
Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica
Telefon: +420 48 446 7224
E-mail: katarina.sebinova@umb.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

DZIECI SIEDMIOLETNIE A GEOMETRIA PRZESTRZENNA

Edyta GROCH

Abstract

W artykule przedstawiona została propozycja zajęć, mająca na celu rozwijanie intuicji geometrycznych dzieci siedmioletnich. Przeprowadzone na jej podstawie badania miały na celu sprawdzenie czy uczniowie klasy I będą potrafili poradzić sobie z zagadnieniami dotyczącymi geometrii przestrzennej oraz dostrzeżenie strategii charakteryzujących ich pracę. Zaprezentowane zostały wyniki jednego ze spotkań, będącego elementem cyklu zajęć.

Key words: geometria przestrzenna, dziecko siedmioletnie, intuicje geometryczne

SEVEN-YEAR-OLD CHILDREN AND SOLID GEOMETRY

Abstract

The article deals with the idea for activities, aimed at developing the geometric intuition of seven-year-old children. The research conducted on its basis was to test if first-year pupils would be able to handle the issues concerning solid geometry and to notice strategies distinguishing their work. What was also presented in the article was the results of one meeting, which was part of a series of classes.

Key words: solid geometry, a seven-year-old child, geometric intuitions

1. Wprowadzenie

Geometria przestrzenna to obszar edukacyjny, w którym nie podejmuje się właściwie żadnych działań w polskiej edukacji wczesnoszkolnej. Praca nad zagadnieniami przestrzennymi jest przewidziana dopiero na dalszych etapach kształcenia. Przeprowadzone przeze mnie w ramach pracy licencjackiej badania dowiodły, że przy odpowiedniej organizacji zajęć u uczniów w wieku 8 i 9 lat można wykształcić intuicje dotyczące siatki sześcianu. To skłoniło mnie do kontynuowania badań, mających na celu sprawdzenie jak uczniowie klasy I radzą sobie z geometrią przestrzenną.

Podczas studiów magisterskich zostały mi przedstawione propozycje zadań z klockami, opracowane przez zespół prof. Milana Hejny‘ego z Pragi, które bardzo mnie zainteresowały. Po zapoznaniu się z materiałami, do których udało mi się dotrzeć, zdecydowałam się zaplanować ciąg zajęć, który moim zdaniem byłby zgodny z kluczowymi zasadami koncepcji nauczania wypracowanej przez M. Hejny‘ego.

W szczególności chciałam znaleźć własną interpretację dla zasad takich jak: (1) Praca w określonym środowisku (klocki sześcienne), (2) Prawdziwa motywacja,

(3) Radość z matematyki, (4) Osobista wiedza, (5) Właściwe wyzwanie, (6) Wspieranie współpracy.

2. Metodologia badań

Głównym celem przeprowadzonych badań było przede wszystkim rozwijanie wyobraźni przestrzennej uczniów klasy I. Natomiast przedmiotem badań była próba zaobserwowania czy dzieci będą potrafiły poradzić sobie z zaproponowanymi zadaniami oraz jakie procedury postępowania będą charakteryzowały ich pracę.

Wyniki uzyskane w trakcie badań posłużyły do odpowiedzi na problem badawczy, który został sformułowany w następujący sposób: Czy uczniowie klasy I są w stanie realizować zadania w środowisku geometrii przestrzennej?

Badania zostały przeprowadzone metodą eksperymentu. Grupę badawczą stanowiło trzynastu uczniów klasy I, w wieku 7 lat. Praca każdego dziecka była filmowana w celu późniejszej analizy następujących elementów: sposobu pracy ucznia, tempa jego pracy oraz zaangażowania w poszukiwanie rozwiązania.

Przeprowadzone badania obejmowały cykl ośmiu spotkań. Inspiracje do scenariuszy zajęć pochodziły z książki „*Bydgoski bąbel matematyczny*” (Brzyska, 2014) oraz z omówienia zadań wypracowanych przez zespół M. Hejny’ego, zaprezentowanych w ramach seminarium dyplomowego. Każde z nich trwało jedną godzinę lekcyjną. Obejmowały one następujące tematy:

1. *Pierwsze zabawy z klockami sześciennymi*

Dzieci otrzymały po 8 klocków. Zadanie polegało na skonstruowaniu dowolnej budowli z otrzymanych klocków oraz opisaniu otrzymanej konstrukcji.

2. *Sporządzamy plany naszych budowli*

Przebieg lekcji podzielony został na trzy etapy:
Etap I – budowanie z ośmiu klocków dowolnej konstrukcji.
Etap II – rysowanie na kartkach widoku swoich budowli z góry, z przodu i z boku.
Etap III – wskazanie odpowiedniej konstrukcji na podstawie otrzymanego rysunku.

3. *Konstruujemy budowle na podstawie planów*

Każde dziecko otrzymało zestaw ośmiu klocków oraz 3 rzuty jednej z budowli, które zostały narysowane przez uczniów na poprzednich zajęciach. Zadanie polegało na prawidłowym odtworzeniu budowli zgodnej z otrzymanymi rysunkami.

4. *Konstruujemy budowle na podstawie rzutów – praca z kartami pracy*

Praca odbywała się w dwuosobowych grupach. Każda z grup otrzymała 16 klocków, a także karty pracy przedstawiające osiem różnych rzutów (od prostych rzutów jednopoziomowych, do coraz trudniejszych - wielopoziomowych). Zadaniem uczniów było konstruowanie budowli na podstawie otrzymanych rzutów.

5. *Ułóżcie to samo, co ja*

Uczniowie otrzymali po 6 klocków. Identyczny zestaw znajdował się na biurku, do którego zapraszane były kolejne dzieci. Ich zadanie polegało na stworzeniu dowolnej budowli, której nie widzieli pozostali uczniowie, a następnie instruowanie pozostałych dzieci w taki sposób, aby zbudowały dokładnie taką samą konstrukcję.

6. *Narysujcie swoją budowlę w wymiarze „3D”*

Uczniowie mieli do dyspozycji 4 klocki oraz opracowaną kartę pracy, na której znajdowały się jedynie kropki tworzące sieć – każda z nich oznaczała wierzchołek bryły. Ćwiczenie polegało na dowolnym ułożeniu klocków (każdy z nich musiał przylegać przynajmniej jedną ścianą do drugiego) i narysowaniu swojej konstrukcji na karcie w sposób trójwymiarowy.

7. *Plany budowli*

Dzieci musiały wykonać podczas zajęć cztery rodzaje ćwiczeń:
Ćwiczenie I – połączenie planu z odpowiadającą mu budowlą;
Ćwiczenie II – narysowanie planu budowli przedstawionej na rysunku;
Ćwiczenie III – zbudowanie konstrukcji zgodnie z kodem umieszczonym w tabeli;
Ćwiczenie IV – zbudowanie dowolnej konstrukcji i uzupełnienie planu w tabeli.

8. *Plany budowli – część II*

Uczniowie mieli do wykonania cztery ćwiczenia:
Ćwiczenie I – dostrzeżenie zasady obowiązującej w kolejnych budowlach i kontynuowanie budowania konstrukcji zgodnie z nią;
Ćwiczenie II – układanie budowli z klocków według planu „krok po kroku";
Ćwiczenie III – układanie budowli z klocków według planu „krok po kroku" i kolorowaniee rysunku, który miał wyglądać tak samo, jak otrzymana budowla;
Ćwiczenie IV – kolorowanie rysunku zgodnie z planem „krok po kroku".

3. Wyniki badań z zajęć 3

Uczniowie po otrzymaniu materiałów chętnie przystąpili do pracy. Dwójka dzieci potrzebowała niewielkiej pomocy, reszta natomiast samodzielnie wykonała ćwiczenie. Jak się okazało, najszybciej zostały skonstruowane budowle jednopoziomowe. Najwięcej czasu zajęło zbudowanie konstrukcji składających się z dwóch lub więcej poziomów.

Analizując efekty pracy oraz wypowiedzi dzieci daje się zauważyć, że:

- konstruując budowle jednopoziomowe uczniowie zawsze zaczynali od rysunku przedstawiającego rzut z góry,
- konstruując budowle dwupoziomowe większa część uczniów zaczynała również od rzutu z góry,
- konstruując budowle składające się z więcej niż dwóch poziomów uczniowie zaczynali od rzutu z przodu.

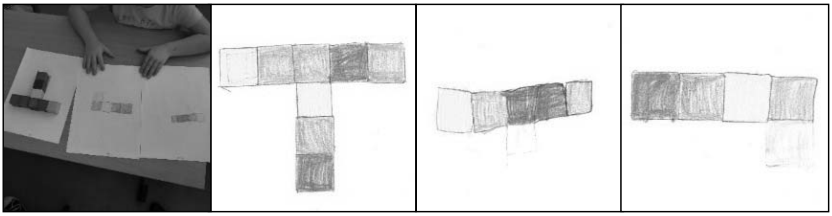
Przedstawienie wyników prac uczniów uporządkowane zostało według ilości poziomów danej budowli.

Grupa pierwsza – konstrukcje jednopoziomowe

Do grupy tej zaklasyfikowanych zostało pięć prac. Jak się okazało tego typu budowle nie przysporzyły w konstruowaniu żadnych problemów. Budując każdą z tych konstrukcji uczniowie zaczynali od rysunku przedstawiającego rzut z góry. Jednakże w tej grupie daje się wyodrębnić dwa różne sposoby układania klocków:

a) ułożenie klocków na kartce z rzutem (na przykładzie pracy Lenki)

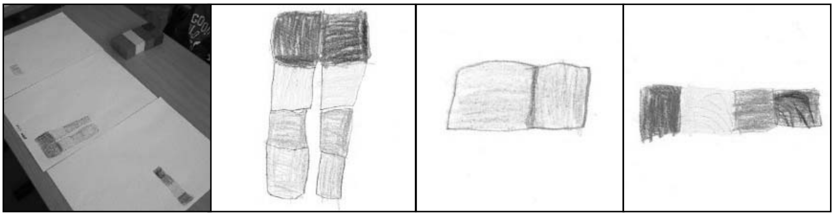
Taką metodę stosowały dzieci, które otrzymały rysunki sporządzane poprzez odrysowywanie klocków. Być może fakt, że budowla była jednopoziomowa nasuwał myśl bezpośredniego odwzorowania. Nie jest jednak pewne czy był to czynnik decydujący o wyborze właśnie takiej procedury postępowania, ponieważ nie zostało to bezpośrednio wskazane podczas rozmowy z dziećmi. Przypuszczać jednak można, że mogło to wpłynąć na obraną strategię.



Rysunek 1 Efekt pracy Lenki i rysunki - rzuty z góry, z przodu, z boku

b) ułożenie klocków poza kartką z rzutem (na przykładzie pracy Dawida)

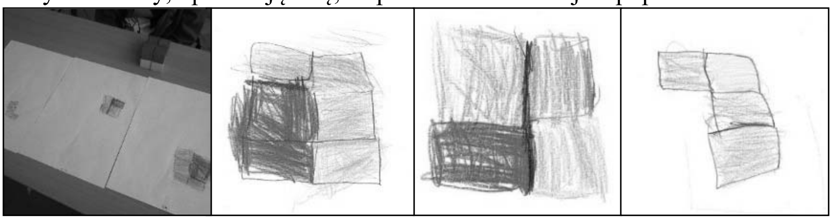
Dawid podczas rozmowy wskazał, że zaczął budowanie od rysunku, na którym było widać najwięcej klocków – czyli od rzutu z góry. To był bardzo mądry wybór, ponieważ rysunek niósł najwięcej informacji. Następnie sprawdził, czy zgadza się ona z rysunkiem przedstawiającym rzut z boku, zauważając przy tym, że oba boki są takie same. Na końcu wskazał też na dwa zielone klocki zaznaczając: „*tu jest przód*".



Rysunek 2 Efekt pracy Dawida i rysunki - rzuty z góry, z przodu, z boku

Grupa druga – konstrukcje dwupoziomowe (na przykładzie pracy Paulinki)

Paulinka zaczęła pracę od konstruowania budowli na postawie rzutu z góry. Następnie skorzystała z rysunku przedstawiającego widok z przodu, co stworzyło konieczność przełożenia niebieskich klocków na wyższy poziom. Wówczas posłużyła się rzutem z boku, co spowodowało, że za klockiem zielonym i czerwonym ułożyła klocki żółte, a na nich ustawiła klocki niebieskie. Uczennica jeszcze raz spojrzała na wszystkie rzuty, upewniając się, że powstała budowla jest poprawna.

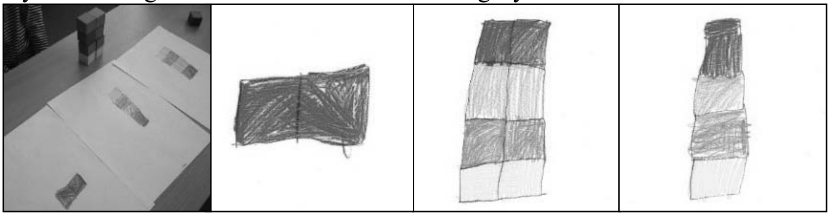


Rysunek 3 Efekt pracy Paulinki i rysunki - rzuty z góry, z przodu, z boku

Grupa trzecia – konstrukcje wielopoziomowe (na przykładzie pracy Oli)

Konstrukcja, którą musiała zbudować Ola była stosunkowo prosta. Do stworzenia tej budowli wystarczyłby jeden rzut przedstawiający konstrukcję z przodu. Taką informację trzeba było jednak umieć odczytać z rysunków, interpretując je równocześnie. Podczas rozmowy Ola wskazała, że układanie klocków rozpoczęła od rysunku przedstawiającego widok z przodu. Poprawność budowli sprawdziła analizując w pierwszej kolejności rzut z boku, zaznaczając przy

tym,
że rysunek może wskazywać zarówno jeden jak i drugi bok. Następnie zweryfikowała zgodność budowli z widokiem z góry.



Picture 4 Efekt pracy Oli i rysunki - rzuty z góry, z przodu, z boku

4. Wnioski z zajęć

Zajęcia wykazały, że uczniowie potrafią nie tylko rysować rzuty, ale także w prawidłowy sposób je odczytywać i budować na ich podstawie konstrukcje. Dostrzegają również pewne zależności oraz są w stanie samodzielnie sprawdzić poprawność wykonanych budowli. Z prostymi konstrukcjami są w stanie poradzić sobie samodzielnie, natomiast w pracy z budowlami nieco bardziej skomplikowanymi potrzebują w niewielkim stopniu pomocy. Wnioski z badań dają jednoznaczną odpowiedź na postawione pytanie badawcze: Uczniowie klasy I są w stanie funkcjonować w środowisku geometrii przestrzennej na bardzo wysokim poziomie,
o ile zostanie postawione przed nimi takie zadanie, które z jednej strony jest dla nich wyzwaniem, a z drugiej – daje im możliwość pracy na własnym, bezpiecznym poziomie. Dzieci są bardzo zaangażowane w pracę, pracują samodzielnie, wyciągają wnioski. Osiągniecie sukcesu sprawia im wielką radość i satysfakcję.

References

1. Brzyska S., *O geometrii przestrzennej w klasie I-III* [w:] Binkowska-Wójcik W. (i in.), *Bydgoski bąbel matematyczny. O wprowadzaniu zmian w nauczaniu matematyki w klasach I–III*, Warszawa, Wyd. IBE, 2014, ISBN 978-83-61693-76-5
2. Kloboučková, J., Jirotková, D, Slezaková, J., *Enhancement of 3D imagination in the 1st and 2nd grade,* Procedia - Social and Behavioral Sciences 93 (2013) 984 – 989, available online at www.sciencedirect.com
3. *12 key principles*, On line [28.02.2016] http://www.h-mat.cz/en/principles
4. Groch E., *Intuicje siatki sześcianu – propozycja dydaktyczna* (praca licencjacka), Jarosław, 2014

Contact address

lic. Edyta Groch
Państwowa Wyższa Szkoła Techniczno-Ekonomiczna w Jarosławiu
Ubieszyn 182, 37-204 Tryńcza
Phone: +48 721 663 124
E-mail:edyta_groch@o2.pl

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

E-LEKCIA V LMS MOODLE - TEÓRIA GRAFOV

Pavol HANZEL

Abstrakt

Článok sa zaoberá tvorbou elektronických kurzov v matematickej príprave budúcich učiteľov. Kurzy sú vytvárané v prostredí MOODLE a zahŕňajú aj ich administráciu. Zameriame sa na tvorbu e-lekcií z kurzu z teórie grafov. Uvádzame výsledky experimentálnej aplikácie na Fakulte prírodných vied UMB v Banskej Bystrici.

Kľúčové slová: kurz Moodle, e-lekcia, teória grafov

E-LESSON IN LMS MOODLE - GRAPH THEORY

Abstract

The article deals with the creation of electronic courses in mathematical preparation of future teachers. Courses are developed in Moodle environment and include their administration. We focus on the development of e-lessons from the course of graph theory. Here are the results of experimental applications at the Faculty of Natural Sciences UMB.

Key words: Moodle course, e-lesson, Graph theory

1. Úvod

V príspevku sa zameriame na problémy súvisiace s tvorbou elektronického študijného materiálu v systéme Moodle. Budeme sa venovať základnej didaktickej aktivite v systéme Moodle - elektronickej prednáške (ďalej len „e-lekcia“). Uvedieme niektoré didaktické a metodické zásady pri tvorbe e-lekcie. Navrhované didaktické zásady sú výsledkom niekoľkoročnej vedecko-výskumnej práce v oblasti tvorby interaktívnych študijných materiálov a ich implementácie do LMS Moodle.

2. E-lekcia

Klasická prednáška je predovšetkým ústna prezentácia určená na prezentáciu informácií o určitej téme. Za hlavný nedostatok takejto učebnej metódy považujeme skutočnosť, že veľmi málo podporuje aktívne učenie. Hoci prednášky sú často kritizované, univerzity ešte nenašli praktické alternatívne vyučovacie metódy pre veľkú väčšinu svojich kurzov[1]. Kritici poukazujú na to, že prednášková činnosť je predovšetkým jednosmerný spôsob komunikácie, ktorý nezahŕňa významnú účasť publika. Kritika prednášok sa často opera o známy citát Marka Twaina:

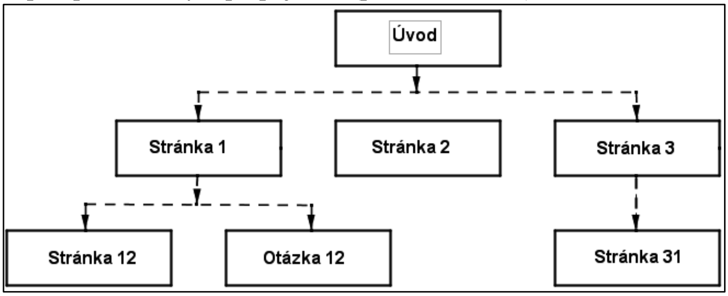
„*Vysoká škola je miestom, kde poznámky z prednášok profesorov idú rovno do študentovho zápisníka bez toho, aby prešli mozgom*“.

My matematici však musíme oponovať takejto neprimeranej kritike. Naše prednášky v prevažnej miere využívajú písomnú formu prezentácie matematických poznatkov, ktorá umožňuje kreatívne vytváranie matematických pojmov a tvrdení. Akákoľvek forma matematickej prednášky má striktne logickú štruktúru, ktorá poslucháča priamo „vťahuje“ do myšlienkového procesu.

Napriek tejto výhode matematiky sa snažíme o hľadanie aj alternatívnych metód ku klasickej prednáške. Našu pozornosť sme upriamili na e-lekcie v LMS Moodle.

O autorských dilemách v návrhu a tvorbe e-kurzu, ktoré súvisia s požiadavkou spracovať e-kurz po obsahovej stránke pojednáva aj Žilková (2013). Závery uvedené v tejto práci považujeme za veľmi zaujímavé, odborne korektné a z praktického hľadiska užitočné.

Vo všeobecnosti e-lekcia má charakter „interaktívneho textu“, pričom zaujímavou a flexibilnou formou doručuje obsah vzdelávania študentovi. E-lekcia je zostavená zo samostatných elektronických strán, ktoré sú navzájom vhodne prepojené. To znamená, že po preštudovaní obsahu na danej stránke môžeme prejsť na stránku predpísanú daným prepojením (pozri obrázok 1).



Obrázok 1 Vetvenie prednášky

Každá strana môže byť ukončená buď vetvou s niekoľkými ponukami novej učebnej látky alebo kontrolnými otázkami. Záleží od študenta, ktoré vetvu si vyberie. V prípade, že za stránkou sú zaradené kontrolné otázky, musí študent pred pokračovaním štúdia zodpovedať tieto otázky. Ak študent zodpovie správne, môže pokračovať ďalej v štúdiu. Ak zodpovie nesprávne, tak systém študenta vráti späť na niektorú z predchádzajúcich už preštudovaných stránok.

Poznamenajme, že zásadný rozdiel medzi prezentáciou PowerPoint a e-lekciou je v tom, že e-lekcia naviac umožňuje

- *Vertikálne aj horizontálne vetvenie strán (slide).*
- *Dynamiku a interaktivitu priamo na stránke (bez hypertextového odkazu).*

[1] Lecturing: Advantages and Disadvantages of the Traditional Lecture Method. CIRTL Network. Retrieved 11 March 2014.

V závere e-lekcie je postup študenta vyhodnotený, pričom spôsob a formu hodnotenia zadá učiteľ. Ukážky e-lekcií si čitateľ môže prezrieť na stránke FPV UMB Banská Bystrica v sekcii Moodle, kde sú vo voľne dostupné viaceré elektronické kurzy. Napríklad kurz Vybrané kapitoly z diskrétnej matematiky čitateľ nájde na adrese[2].

3. Vytvorenie e-lekcie

Vytvorenie e-lekcie si vyžaduje urobiť dva hlavné kroky: nastavenie základných parametrov e-lekcie a vloženie obsahu na stránky e-lekcie.

Medzi základné parametre e-lekcie zaraďujeme stanovenie *Mena lekcie*, čo je povinný údaj. Väčšina parametrov je prednastavená, ale v prípade potreby ich môžeme zmeniť. K základným nepovinným parametrom e-lekcie prináležia *Časový limit, Maximálny počet vetiev, Možnosti známkovania, Kontrola prechodu stránok*. Možnosť *Odkaz na súbor* je výhodné využiť, ak existuje iné elektronické spracovanie témy našej e-lekcie a študentom chceme priblížiť aj iné formy prístupu k danej téme. Podrobnejšie informácie k nastaveniu parametrov e-lekcie nájde čitateľ v práci (Hanzel, 2011).

Po zadaní názvu e-lekcie a nastavení parametrov môžeme pristúpiť k vytváraniu stránok prednášky. V tomto príspevku proces tvorby stránok budeme interpretovať na e-lekcii *Grafy - základné pojmy* z kurzu *Vybrané kapitoly z diskrétnej matematiky*. Pri tvorbe stránok vo všeobecnosti dodržiavame tieto zásady:

- Každá stránka e-lekcie musí byť obsahovo ucelená a prechod medzi stránkami musí byť obsahovo logický.
- V súlade so zásadou primeranosti a názornosti sa snažíme, aby obsah stránky nebol predimenzovaný zbytočným textom.
- Mnohonásobné vetvenie stránok znižuje prehľadnosť e-lekcie (naše výskumy ukázali, že počet by nemal presiahnuť päť vetiev).
- Zásadu zrozumiteľnosti najlepšie overíme pomocou metódy DBR (Design Based Research).

4. Vzhľad stránky

Pri tvorbe e-lekcií sme mali na zreteli predovšetkým zásadu primeranosti a názornosti. Vhodným využívaním IKT sme sa snažili dosiahnuť vyššiu efektivitu pri čítaní textových informácií.

Čítanie klasicky písaného textu je jedným z najmenej efektívnych spôsobov vnímania, pretože zrakové vnímanie je zamerané na detail (písmeno).

Z tohto dôvodu textové informácie na stránkach e-lekcie sme primerane dopĺňali o dynamické a interaktívne prvky. Naše elektronické kurzy v LMS Moodle sme podrobili niekoľkonásobným iteráciám v rámci už spomínanej metódy DBR. Naše skúsenosti s navrhovaním graficky vhodného a zároveň dynamického obsahu stránok nás viedli k formulovaniu nasledovných troch záverov, ktoré podporujú známu skutočnosť, že na primerané zmeny v obrazových scénach mozog reaguje veľmi rýchlo a efektívne.

[2] https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=1389

1. Ak chceme dosiahnuť vyššiu efektívnosť vo využívaní mozgovej kapacity, je vhodné pri odovzdávaní informácií vo väčšej miere využívať dynamickú obrazovú formu.
2. Na druhej strane je nutné mať na zreteli, že neprimerané zvyšovanie frekvencie zmien spomaľuje odozvu u diváka.
3. Zmena farby musí zvýrazňovať zmenu relácie, nie plochy.

Najväčším prekvapením bola pre nás skutočnosť, že farebná zmena scény (napr. zarámovanie do farebného rámika) môže pri prezentácii matematických tvrdení viesť aj k zhoršeniu aktivity. V tomto prípade zrakový systém vnímania sledoval v prvom rade farebnú zmenu a proces argumentácie sledoval ako druhoradý. Vo chvíli, keď došlo k farebnej zmene (zmena farby plochy, na ktorej sa tvrdenie nachádza) je pozornosť študenta zameraná na farebnú zmenu plochy a nie na zmenu v matematickom vzťahu.

Naše výskumy ukázali, že

- Počet farieb na stránke by nemal presahovať číslo 3.
- Jedna farba musí prezentovať tú istú funkciu na všetkých stránkach.

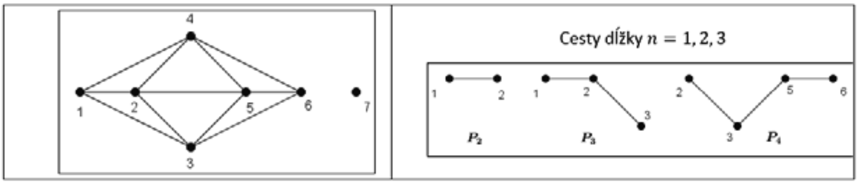
V kurze *Vybrané kapitoly z diskrétnej matematiky* sme použili tri farby.

1. Modré podfarbenie (modrý rámik) predstavuje zavedenie nového pojmu.
2. Červené podfarbenie prezentuje matematické tvrdenie.
3. Žlté podfarbenie vyzýva čitateľa k samostatnej práci.

V prípade, že chceme upozorniť na názov matematického pojmu resp. na hlavné atribúty tohto pojmu používame výraznejší font (bold, kurzívu, prípadne aj farebné zvýraznenie). Pozri obrázok 2.

Ťah v grafe $G = (V, H)$ je sled, v ktorom každá hrana sa vyskytuje najviac raz.

Sled dĺžky $n - 1$, v ktorom ***každý vrchol sa vyskytuje najviac raz*** nazveme ***cesta*** a označíme ju P_n.



Poznámka. V časti *Základné druhy grafov* sme uviedli ekvivalentnú definíciu cesty.

Graf, ktorého vrcholy je možné zoradiť do radu tak, že každý vrchol (okrem prvého) je spojený s predchádzajúcim vrcholom a každý vrchol (okrem posledného) s nasledujúcim vrcholom, nazývame ***cesta***.

Tvrdenie

V ľubovoľnom grafe je každá cesta zároveň ťahom a každý ťah je súčasne sledom.

Príklad

1. Nájdite ťah z vrcholu 2 do vrcholu 5, ktorý má dĺžku 4 a nie je cestou.
2. Vyznačte najdlhšiu cestu z vrcholu 1 do vrcholu 6.

Obrázok 2 Ťah a cesta v grafe

Po vložení resp. napísaní textu na stránku je potrebné zadefinovať príslušné vetvy, pomocou ktorých budeme členiť prednášku na ďalšie samostatné časti.

5. Editovanie stránky

Pri editovaní a formátovaní stránok e-lekcií v systéme Moodle máme tri možnosti:

1. Úpravu textu môžeme robiť priamo na stránke pomocou vstavaného WYSIWIG HTML[3] editora distribuovaného priamo so systémom Moodle. Táto možnosť neposkytuje širokú škálu formátovacích príkazov.
2. Text si môžeme pripraviť v externom prostredí pomocou iného editora. Napríklad text vytvorený v prostredí WORD je možné prekopírovať do Moodle pomocou príkazu CTRL-C. Táto možnosť nezaručuje úplné zachovanie formátovania.
3. Naše dlhoročné skúsenosti ukázali, že veľmi výhodné je „prenášanie" textu napísaného v editore WORD pomocou *Nástroja na vystrihovanie*. Pri tejto možnosti sa v plnej miere zachová formátovanie aj matematických textov.

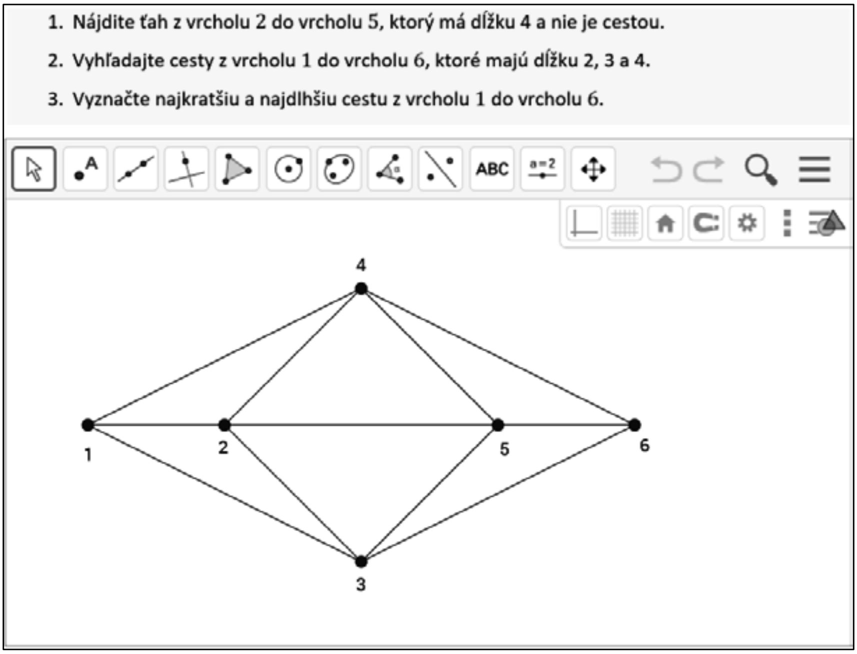
6. Dynamika a interaktívnosť– GeoGebra

Dynamiku a interaktivitu na stránkach e-lekcie umožňujú jednoduché applety vytvorené vo vhodnom externom prostredí. Pre teóriu grafov sme využili softvér GeoGebra, ktorý je kompatibilný so systémom Moodle. To znamená, že applety sú funkčné priamo na stránke e-lekcie. Proces exportovania appletov na stránky e-lekcie nie je zložitý. Zručný užívateľ programu GeoGebra by to mal zvládnuť bez problémov. Podrobnejšie o tvorbe appletov v prostredí dynamických geometrických softvéroch pojednáva Žilková v práci *Geometria*. Z našej e-lekcie uvádzame ukážku stránky[4] (obrázok 3), ktorá je nadväzujúcou vetvou k stránke popísanej na obrázku 2.

---

[3] WYSIWYG je skratka pre What You See Is You Get a znamená že, výsledná webová stránka sa zhoduje s tým, čo sme vložili do pracovného okna monitora. Tento editor podporujú prehliadače Internet Explorer a Firefox.

[4] https://lms2.umb.sk/mod/lesson/view.php?id=51677&pageid=11234



Obrázok 3 Príklad - ťah a cesta v grafe

7. Záver

Vzdelávanie je zložitý proces, ktorého kvalita a efektívnosť závisí od obsahu vzdelávania ale aj od foriem a metód použitých v tomto procese. Fakulty poskytujúce učiteľské vzdelanie musia analyzovať rozsah a obsah vzdelávania tak, aby nedochádzalo k jeho predimenzovaniu. To je náročná úloha, pretože množstvo informácií potrebných k profesii učiteľa neustále narastá. Ich spracovanie, triedenie a prenos k študentom si vyžaduje nové prístupy. Jedným z nich je aj aplikácia nových IKT.

Viaceré výskumy preukázali, že vhodná integrácia IKT do vzdelávacieho procesu v matematike, najmä využitie ich výhod oproti klasickým učebným materiálom, môže zvýšiť jeho efektívnosť. Napríklad Malatinská, Pokorný a Híc (2015) preukázali, že kombinácia e-learningu a klasickej formy vyučovania, známa ako blended learning, dokáže zvýšiť úroveň vedomostí žiakov základných škôl z matematiky, ako aj zlepšiť ich postoje k tomuto predmetu. Pokorný (2013) preukázal, že zmena vyučovacej metódy z klasickej na blended learning v predmete Diskrétna matematika, ktorého hlavnú náplň tvorí práve teória grafov, viedla k zlepšeniu úrovne vedomostí študentov. Aj tieto výsledky nás vedú k presvedčeniu, že nami vytvorené e-lekcie z kurzu z teórie grafov majú potenciál byť užitočné nielen pre študentov učiteľstva matematiky.

V tomto kontexte môže byť aj pre študentov učiteľstva aj pre primárne vzdelávanie prínosné absolvovať v rámci výberových predmetov disciplínu, v rámci ktorej získajú základné poznatky z teórie grafov. Na 1. stupni základnej školy sú v učebných textoch zaradené úlohy, ktoré je možné vnímať ako propedeutiku teórie grafov v primárnom vzdelávaní. (Scholtzová, 2001, 2007).

Literatúra

1. HANZEL, P. *Grafy a ich elevácie*. Pedagogická fakulta UMB, Bratia Sabovci Zvolen, 2005, ISBN 80-8083-120-3. Tiež dostupné na World Wide Web: https://lms2.umb.sk/mod/resource/view.php?id=52390
2. HANZEL, P. Vytvorenie elektronického kurzu LMS MOODLE. Učebný materiál ku kurzu: Moderné technológie vo vzdelávaní - Modul 7 , 1. vyd. - Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela, 2011. - 65 s. - ISBN 978-80-557-0180-6. Tiež dostupné na World Wide Web: https://lms2.umb.sk/mod/resource/view.php?id=4267
   MALATINSKÁ, S., POKORNÝ, M., HÍC, P. *Efficiency of Blended Learning in Teaching Mathematics at Primary School*. Information, Communication and Education Application, Advances in Education Research, Volume 85, 2015, s. 6-11. ISBN 978-1-61275-118-4, ISSN 2160-1070
3. POKORNÝ, M. *Blended Learning as an Efficient Method for Discrete Mathematics Teaching*. Advances in Education Sciences, Vol. 1 (2013), s. 249-252. ISBN 978-981-07-5946-9, ISSN 2339-5141
4. SCHOLTZOVÁ, I. Aplikácie diskrétnej matematiky na 1. stupni ZŠ. In: *Matematika v príprave učiteľov 1. stupňa základnej školy: medzinárodná vedecká konferencia: zborník príspevkov*. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, Pedagogická fakulta, 2001. s. 97-102. ISBN 80-8055-519-2.
5. SCHOLTZOVÁ. I. *Cesty diskrétnej matematiky (kombinatoriky) na základnú školu* [elektronický zdroj] 1. vyd. Prešov: Prešovská univerzita v Prešove, 2007. 139 s. ISBN 978-80-8068-579-9. Dostupné na World Wide Web: http://www.pulib.sk/web/kniznica/elpub/dokument/Scholtzova1
6. ŽILKOVÁ, K. Dilemy v tvorbe e-kurzu Manipulačná geometria. In: Matematika v primárnej škole - rôzne cesty, rovnaké ciele. Prešov: Prešovská univerzita v Prešove, 2013. ISBN 978-80-555-0765-1, s. 276-280.
7. ŽILKOVÁ, K. *Geometria*. Trnava : Trnavská univerzita v Trnave, 2013. ISBN 978-80-8082-689-5. Dostupné na: http://pdf.truni.sk/e-ucebnice/geometria/

Príspevok bol spracovaný ako súčasť grantového projektu *Elektronické kurzy pre vyučovanie matematiky na základných školách a v prvých 4 ročníkoch osemročných gymnázií*. Projekt č. 003TTU-4/2015.

Kontaktná adresa

Prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc.
Fakulta prírodných vied UMB
Tajovského 40, Banská Bystrica, SK
Telefón: +421 905 208 469
E-mail: phanzel@umb.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

HODNOTENIE VEDOMOSTÍ A ZRUČNOSTÍ ŽIAKOV V MATEMATIKE – KOMPARÁCIA SLOVENSKA A NEMECKA V KONTEXTE ŠTÚDIE TIMSS

Renáta IŽDINSKÁ

Abstrakt

Jednou z úloh štúdie TIMSS je hodnotenie kvality vyučovania matematiky na úrovni ISCED 1 prostredníctvom zisťovania výsledkov žiakov a ich komparácie na medzinárodnej úrovni. V príspevku sa venujeme výsledkom slovenských a nemeckých žiakov v štúdii TIMSS a tiež analýze a komparácií obsahu vzdelávania na Slovensku a v niektorých spolkových krajinách Nemecka z pohľadu zastúpenia tém obsahových oblastí štúdie TIMSS v kurikulárnych dokumentoch vymedzujúcich obsah vzdelávania.

Klíčová slova: matematika, primárne vzdelávanie, komparácia

ASSESSMENT OF STUDENTS KNOWLEDGES AND SKILLS IN MATHEMATICS - COMPARISON OF SLOVAKIA AND GERMANY IN THE TIMSS STUDY CONTEXT

Abstract

One of the tasks of the TIMSS study is the assessment of the quality of mathematics education at ISCED Level 1 by means of finding out of student results and their comparison at the international level. We dedicate the results of Slovak and German students in the TIMSS study and also the analysis and comparison of the educational content in Slovakia and in some German federal states in terms of representation of topics of TIMSS study content domains in curricular documents defining the content of education.

Key words: mathematics, primary education, comparison

1. Úvod

Hlavným cieľom medzinárodných výskumných štúdií je poskytnúť zúčastneným krajinám vysoko kvalitné medzinárodne porovnateľné údaje s cieľom zlepšiť výsledky vzdelávania v určitej oblasti. Štúdie PIRLS a TIMSS okrem toho sledujú aj trendy vývoja vedomostí a zručností žiakov v matematike a prepájajú ich s mnohými ďalšími faktormi (Galádová a kol., 2013). Takého medzinárodné merania výsledkov a kontextu vzdelávania sa svojim charakterom zaraďujú do komparatívneho pedagogického výskumu a majú za cieľ hodnotiť výsledky žiakov.

Dôležitou súčasťou je zaznamenávanie a analýza výsledkov vzdelávacích systémov krajín, monitorovanie zmien v určitom časovom horizonte a identifikovanie silných a slabých stránok vzdelávacích systémov s cieľom hľadať možnosti ich skvalitnenia. (Kresila, 2014). Štúdia TIMSS sa okrem iného venuje zisťovaniu a komparácii vedomostí a zručností žiakov 4. ročníkov vzdelávania na úrovni ISCED 1.

2. Výsledky štúdie TIMSS na Slovensku a v Nemecku

Medzinárodné testovanie žiakov 4. ročníka vzdelávania na úrovni ISCED 1 pomocou štúdie TIMSS v rámci oblasti matematiky v rokoch 2007, v ktorom výsledok slovenských žiakov bol 496 bodov a 2011 (507 bodov) preukázalo, že výsledok slovenských žiakov je porovnateľný s medzinárodným priemerom štúdie TIMSS (491 bodov), ale signifikantne nižší ako priemer krajín EÚ (519 bodov) a priemer krajín OECD (521 bodov). Naproti tomu výsledky nemeckých žiakov sú v obidvoch rokoch (525 bodov v roku 2007 a 528 bodov v roku 2011) nad medzinárodným priemerom, priemerom krajín EÚ aj krajín OECD.

V štúdii TIMSS sú výkony žiakov sledované v obsahových oblastiach *Čísla, Geometrické útvary a merania, Zobrazovanie údajov* a kognitívnych oblastiach *Poznatky, Aplikácia, Uvažovanie*. Vzhľadom na charakter článku sme sa zamerali na obsahové oblasti štúdie TIMSS 2011. Údaje o ich výkonoch uvádza Tabuľka 1.

	Slovensko	Nemecko	Medzinárodný priemer	Krajiny EÚ	Krajiny OECD
Čísla	50%	51%	47%	51%	51%
Geometrické útvary a merania	50%	59%	49%	55%	55%
Zobrazovanie údajov	62%	72%	58%	66%	67%

Tabuľka 1 Percentuálna úspešnosť žiakov v jednotlivých obsahových oblastiach

V porovnaní s medzinárodným priemerom dosiahli slovenskí žiaci lepší výkon vo všetkých troch sledovaných oblastiach, avšak slabší výkon v porovnaní s priemerom žiakov v rámci EÚ a OECD. Naproti tomu Nemecko dosahuje vo všetkých troch oblastiach výkon nad priemerom krajín EÚ a OECD. Škála štúdie TIMSS uvádza signifikantne lepšie výsledky v prospech Nemecka vo všetkých troch oblastiach *Čísla* (520), *Geometrické útvary a merania* (536) a *Zobrazovanie údajov* (546) oproti Slovensku (511, 500, 504) (Mullis, et al., 2012, Bos, et al., 2012).

3. Analýza a komparácia obsahu vzdelávania na Slovensku a v niektorých spolkových krajinách Nemecka

Štúdia TIMSS definuje v rámci obsahových oblastí určité tematické oblasti, ktoré sa premietajú do testových úloh. *„Výsledky štúdie TIMSS 2011 poukazujú na to, že u slovenských žiakov je evidentný najväčší rozdiel medzi priemernou úspešnosťou v tých testových položkách, ktoré typologicky zodpovedajú slovenským osnovám a celkovou priemernou úspešnosťou riešenia všetkých položiek v teste."* (Scholtzová, 2014). V rámci analýzy a komparácie kurikulárnych dokumentov sme sa rozhodli orientovať na tie tematické oblasti matematiky, na ktoré sa zameriava a do testových úloh premieta štúdia TIMSS, ale v kurikulárnych dokumentoch

Slovenska alebo nemeckých spolkových krajín Bavorsko a Bádensko-Württembersko sa nenachádzajú. (V ďalšom texte spracované podľa: *Štátny vzdelávací program: matematika (Vzdelávacia oblasť matematika a práca s informáciami): Príloha ISCED 1, Lehrplan für die bayerische Grundschule, Mokriš, 2014.)* Pri analýze kurikulárnych dokumentov sa pridŕžiavame obsahových oblastí vymedzených štúdiou TIMSS.

Jednou z tematických oblastí štúdie TIMSS v rámci *Aritmetiky* je aj téma zlomky. S pojmom zlomok sa žiaci v Bavorsku oboznamujú, avšak iba v súvislosti s veličinami, napr. 15 min. = $\frac{1}{4}$ hod., 500 ml = $\frac{1}{2}$ l a pod. Podobne je tomu aj v kurikule Bádenska-Württemberska, kde jedným z cieľov vzdelávania je poznať a aplikovať jednoduché zlomky. Slovenskí žiaci sa so zlomkami oboznamujú len na propedeutickej úrovni ako časti celku (polovica, tretina,...). Porovnávanie zlomkov, ich zoraďovanie, sčítanie a odčítanie zlomkov neuvádza ani jedno z kurikúl. Žiaci v Bavorsku a Bádensku-Württembersku sa učia aplikovať jednoduché, v reálnych situáciách často používané desatinné čísla, avšak ich sčítanie a odčítanie sa v kurikule týchto krajín nevyskytuje. Na Slovensku sa práca s desatinnými číslami neuvádza vôbec. Štúdia TIMSS v oblasti aritmetiky uvádza aj zapisovanie jednoduchých situácií s neznámou pomocou výrazu. V Bavorsku v súlade s touto témou žiaci vytvárajú rovnicu na základe danej situácie. Bádensko-Württembersko vo svojom kurikule danú tému neuvádza. Slovenskí žiaci riešia nerovnice, ale formuláciu rovníc na základe danej situácie kurikulum nevymedzuje.

Obsahová oblasť *Geometria* uvádza, ako jednu z tém, identifikovanie a zostrojenie navzájom rovnobežných a kolmých priamok. Žiaci v Bavorsku sa učia rysovať rovnobežné a kolmé priamky. Kurikulum Bádenska-Württemberska vo svojom obsahu takisto uvádza binárne relácie byť kolmý na..., byť rovnobežný s..., zatiaľ čo v slovenskom kurikule sa uvedený obsah nevyskytuje. Žiaci sa kolmosťou a rovnobežnosťou priamok nezaoberajú ani na propedeutickej úrovni. Problematiku uhlov zaraďuje bavorské kurikulum do svojho obsahu v podobe poznania pojmu pravého uhla a jeho zostrojenia. Prácu s pravým uhlom uvádza taktiež kurikulum Bádenska-Württemberska. Porovnávaniu uhlov podľa veľkosti a zostrojovaniu uhlov menších alebo väčších ako pravý uhol nie je v obsahu vzdelávania týchto nemeckých krajín venovaný žiaden priestor. Na Slovensku sa problematika uhlov nevyskytuje vôbec. Jednou z tém v rámci *Geometrie* je aj používanie súradnicového systému na určenie polohy bodu v rovine. Práca so súradnicovým systémom nie je zastúpená v kurikule uvedených nemeckých krajín a slovenský obsah vzdelávania ju takisto neuvádza. Tematická oblasť základných vlastností geometrických útvarov, vrátane osovej súmernosti a otáčania, je plne zastúpená v bavorskom kurikule, žiaci sa učia rysovať osovo súmerné útvary a takisto rôzne útvary posúvať a otáčať. V Bádensku-Württembersku sa vyskytuje propedeutika zhodných zobrazení v rovine v podobe osovej a stredovej súmernosti. V kurikule Slovenskej republiky je v rámci kompetencií, ktoré má žiak získať, uvedené rozoznávanie a modelovanie jednoduchých súmerných útvarov v rovine. Podľa štúdie TIMSS majú žiaci počítať obvod a obsah štvorca a obdĺžnika a pomocou zadefinovaných plôch alebo kociek odhadovať povrch a objem telies. Bavorskí žiaci merajú obvod prostredníctvom netradičných jednotiek, prípadne v štvorcovej sieti, obsah pomocou jednotkových rovinných útvarov, meranie objemu priestorových útvarov sa realizuje pomocou jednotkových kociek. Kurikulum Bádenska-Württemberska takisto uvádza meranie obvodu vybraných rovinných útvarov pomocou neštandardizovaných a štandardizovaných meracích jednotiek, určovanie obsahu vybraných rovinných útvarov a tiež propedeutiku objemu vybraných priestorových útvarov. Slovenskí žiaci sa oboznamujú s obvodom vybraných geometrických útvarov na propedeutickej úrovni, teda ako súčet dĺžok strán. Obsah a objem sa v slovenskom kurikule nevyskytujú.

V tematickej oblasti *Zobrazovanie údajov* je jednou z tém aj čítanie údajov z tabuliek, obrázkových, stĺpcových a kruhových grafov. Takáto práca s údajmi je zastúpená v kurikule Bavorska a takisto aj Bádenska-Württemberska. *„Od žiakov sa požaduje, aby vedeli zhromažďovať, spracovávať, interpretovať a znázorniť (prezentovať) údaje z pozorovania, z jednoduchých experimentov alebo aj jednoduchých textov. Žiak má vedieť vytvárať záznam, frekvenčnú tabuľku, nákres, plán alebo graf*“ (Mokriš, 2014). Na rozdiel od požiadaviek tematických oblastí štúdie TIMSS, má Slovensko, okrem práce s tabuľkami, v kurikule presne zadefinovanú prácu iba so stĺpcovým grafom. Žiaci samostatne zbierajú údaje, z ktorých potom vytvárajú tabuľku. Kurikulum Bavorska uvádza aj transformáciu údajov z jednej formy zobrazenia do inej. Túto oblasť práce s údajmi obsah vzdelávania na Slovensku nedefinuje.

4. Záver

Naša analýza ukázala, že niektoré tematické oblasti, na ktoré sa zameriava štúdia TIMSS, nie sú zastúpené v kurikule matematiky pre úroveň ISCED 1 na Slovensku. V porovnaní s Nemeckom je v rámci týchto tematických oblastí obsah vzdelávania menej rozsiahly, čo môže byť jednou z príčin signifikantne nižšieho výkonu slovenských žiakov v porovnaní s nemeckými, ale aj v porovnaní s priemermi krajín EÚ a OECD. Pravidelné monitorovanie vlastného vzdelávacieho systému nielen na medzinárodnej úrovni, ale aj na úrovni konkrétnej krajiny je nutným predpokladom kontinuálneho skvalitňovania vzdelávania. Okrem participácie v medzinárodných štúdiách sa na Slovensku organizuje aj národné testovanie *Testovanie 5* v matematike a slovenskom jazyku, ktoré má za cieľ získať objektívne informácie o vedomostiach a zručnostiach žiakov pri vstupe na nižšie sekundárne vzdelávanie. V Nemecku sa podobné testovanie nazýva *Ländervergleich* (porovnávanie krajín) a na primárnom stupni sa organizuje každých päť rokov pre predmety nemecký jazyk a matematika. Výber vzorky, postup a vyhodnotenie tohto testovania je veľmi podobné štúdii TIMSS.

Literatura

1. BOS, W., et. al. *Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im nationalen Vergleich* [online]. Münster: Waxmann Verlag GmbH, 2012. 322 s. ISBN 978-3-8309-2814-0, [cit. 2016-02-18]. Dostupné na World Wide Web: https://www.waxmann.com/fileadmin/media/zusatztexte/2814Volltext.pdf
2. *Lehrplan für die bayerische Grundschule: Jahrgangstufe 1/2* [online]. München: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus, 2000. 102

s. [cit. 2016-02-18]. Dostupné na World Wide Web: https://www.isb.bayern.de/download/8825/gs-lp2000_jgst1-2.pdf

3. *Lehrplan für die bayerische Grundschule: Jahrgangstufe 3* [online]. München: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus, 2000. 74 s. [cit. 2016-02-18]. Dostupné na World Wide Web: https://www.isb.bayern.de/download/8826/gs-lp2000_jgst3.pdf
4. *Lehrplan für die bayerische Grundschule: Jahrgangstufe 4* [online]. München: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus, 2000. 68 s. [cit. 2016-02-18]. Dostupné na World Wide Web: https://www.isb.bayern.de/download/8827/lp_gs_2000_jgst__4.pdf
5. KRESILA, J., *Teoretické a metodologické východiská pre komparatívnu analýzu matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí.* In SCHOLTZOVÁ, I., ed., *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí*. Prešov: PU v Prešove, PF, 2014. 21 s. ISBN 978-80-555-1204-4.
6. MOKRIŠ, M ., *Nemecko a Slovensko – komparatívna analýza vybraných aspektov primárnej matematickej edukácie.* In SCHOLTZOVÁ, I., ed., *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí*. Prešov:PU v Prešove, PF, 2014. 38 s. ISBN 978-80-555-1204-4.
7. MULLIS I. V. S., et. al. *TIMSS 2011 International results in mathematics*. [online]. Chestnut Hill, MA, USA: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2012. 520 s. ISBN-10: 1-889938-63-7, ISBN-13: 978-1-889938-63-9, ISBN/EAN: 978-90-79549-17-7, [cit. 2016-02-18]. Dostupné na World Wide Web: http://timssandpirls.bc.edu/timss2011/downloads/T11_IR_Mathematics_FullBook.pdf
8. GALÁDOVÁ, A., et. al. *Trendy úrovne kľúčových kompetencií žiakov 4. ročníka základných škôl*. [online]. Bratislava: NÚCEM, 2013. 97 s. ISBN 978-80-89638-10-9, [cit. 2016-02-18]. Dostupné na World Wide Web: http://www.nucem.sk/documents//45/aktivita_3_3/1__pracovne_stretnutie/20131015_Klucove_kompetencie_web.pdf
9. SCHOLTZOVÁ, I., ed. *Komparatívna analýza primárneho matematického vzdelávania na Slovensku a v zahraničí*. Prešov: PU v Prešove, PF, 2014. 388 s. ISBN 978-80-555-1204-4.
10. *Štátny vzdelávací program: matematika (Vzdelávacia oblasť matematika a práca s informáciami): Príloha ISCED 1* [online]. Bratislava: Štátny pedagogický ústav, 2009. 34 s. [cit. 2016-02-18]. Dostupné na World Wide Web: http://www.statpedu.sk/sites/default/files/dokumenty/statny-vzdelavaci-program/matematika_isced1.pdf

Kontaktní adresa
Mgr. Renáta Iždinská
Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
17. novembra 15, 080 01 Prešov
Telefon: +421 517 470 541
E-mail: renata.izdinska@smail.unipo.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

THE CALCULATOR AS A TOOL TO SUPPORT THE TEACHING OF MATHEMATICS AT THE LOWER EDUCATION LEVELS

Żaneta KACIUBA-PACEK

Abstract

On the basis of observations and the analysis of the work of 18 students (9 year old) it was found that the use of a calculator for maths classes can be a valuable complement to traditional methods. The classes become more engaging. The children who have difficulties in doing arithmetic calculations solve word problems more willingly and efficiently when they have calculators at hand. Additionally, their self-confidence increases. The students realize on their own that not every task requires the use of a calculator and at times a simple drawing is enough. Thus the introduction of a calculator develops the sphere of mathematical thinking and provides encouragement.
The subject of my article is a reflection on the results of calculator use during maths classes.

Key words: Calculator, mathematics, word problems, arithmetic calculations

KALKULATOR JAKO NARZĘDZIE WSPIERAJĄCE NAUKĘ MATEMATYKI NA NIŻSZYCH POZIOMACH EDUKACYJNYCH

Abstract

W wyniku przeprowadzonych obserwacji analiz pracy18 uczniów 9 letnich stwierdzono, że zastosowanie kalkulatora na lekcji matematyki może być wartościowym uzupełnieniem tradycyjnych metod. Zajęcia stają się ciekawsze. Dzieci, które mają trudności w liczeniu działań arytmetycznych, kiedy mają do dyspozycji kalkulator, chętniej i bardziej efektywnie rozwiązują zadania z treścią. Nabierają pewności siebie. Same zauważają, że nie do każdego zadania jest im potrzebny kalkulator, czasem wystarczy rysunek. W ten sposób wprowadzenie kalkulatora na lekcje poszerza przestrzeń do myślenia matematycznego, dodaje odwagi.

Celem mojej pracy są rozważania na temat skutków użycia kalkulatora na lekcjach matematyki.

Key words: kalkulator, matematyka, zadania z treścią, działania arytmetyczne

1. Wprowadzenie

Kalkulator jako środek dydaktyczny, który pomaga w uczeniu się matematyki. Takie stwierdzenie budzi wiele kontrowersji i pytań. Zwolennikiem używania kalkulatorów, już w klasach nauczania początkowego jest profesor W. Zawadowski. Zastosowanie prostego kalkulatora do wczesnej arytmetyki ma nie tylko znaczenie dydaktyczne. Pozwala to uniknąć miejsca w nauczaniu, gdzie dzieci popełniają dużo błędów, gdzie wyuczenie się pisemnych algorytmów stwarza kłopoty i wymusza konieczność wykonywania serii żmudnych obliczeń, w jeden wyznaczony sposób. Pochłania to dużą ilość czasu, generuje złe podejście i nastawienie do matematyki. Jest wręcz źródłem niechęci –mówi Profesor.

Magdalena Wymazała w artykule „ Kalkulator na lekcjach matematyki" pisze: „Nauka matematyki rozwija u dzieci sprawność umysłową, a samo używanie kalkulatorów uczy ogólnych metod rozwiązywania problemów. Można przetwarzać dane bez pomocy ludzi, a użycie technologii nie wymaga umiejętności ponadprzeciętnych, potrzebne jest logiczne myślenie i umiejętność kontrolowania wykonywanych działań."

Należy pamiętać jednak, że kalkulator powinien być narzędziem które wspiera naukę matematyki. Powinno się go wprowadzić, kiedy zdolność liczenia w pamięci jest na wysokim poziomie. Lekcja staje się wówczas bardziej atrakcyjna. Uczniowie poznają, że matematyka jest ciekawa.

2. Metodologia badań

Problem badawczy został sformułowany w postaci pytania: Czy kalkulator pomaga w uczeniu się matematyki? Szczegółowe pytania sformułowałam następująco:

1. Czy nauka matematyki staje się łatwiejsza, przyjemniejsza i ciekawsza, kiedy wykorzystujemy w tym celu techniczny środek dydaktyczny jakim jest kalkulator?
2. Czy użycie kalkulatora do rozwiązywania zadań ogranicza kompetencje matematyczne dziecka?
3. Jakie pozytywne efekty pracy z kalkulatorem będę mogła zaobserwować?

W celu rozwiązania powyższych problemów badawczych zastosowałam metodę eksperymentu z techniką obserwacji.

Grupa badawcza składała się z 18 dzieci z klasy trzeciej szkoły podstawowej.

Przez trzy kolejne dni, dzieci rozwiązywały zadania z matematyki. Każdego dnia zadań było 7. Zadanie pierwsze składało się z 12 działań arytmetycznych, obejmujące dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie, w zakresie do 100. Pozostałych sześć zadań było zadaniami z treścią. Trzy z nich wymagały zastosowania kilku działań, a co za tym idzie zastosowania większej ilości obliczeń arytmetycznych. Pozostałe nie wymagały zastosowania działania, ważne było tutaj logiczne myślenie. Podaję przykładowe zadania z każdej z wymienionych grup zadaniowych:

I. 38+55 =……22× 3 =
63-43 =…….24:3 =

II. Klasa I zebrała 66 kg. Makulatury, klasa II o 79 kg. więcej niż klasa I, zaś klasa III o 53 kg. mniej. Ile kilogramów makulatury zabrały te trzy klasy razem?

III. Ile par butów potrzebuje stonoga (przyjmując, że faktycznie ma sto nóg) (3)

W pierwszy dzień dzieci rozwiązywały zadania samodzielnie, przewidziany czas na rozwiązanie wszystkich 7 zadań to 45 minut. W dniu następnym dzieci miały do wykorzystania kalkulatory. Trzeciego dnia, dzieciom pozostawiono wybór – praca z kalkulatorem lub bez.

Podczas trzech dni badań byłam biernym obserwatorem. Na zakończenie badań dzieci zostały poproszone o rozwiązanie ankiety.

3. Wyniki analiz rozwiązań zadań z kart pracy

W pierwszym dniu pięcioro dzieci (z 18) ukończyło rozwiązywanie zadań przed czasem. W drugim jedenaścioro dzieci ukończyło rozwiązywanie zadań po 25 minutach. W trzecim dniu wszystkie dzieci zdecydowały się na użycie kalkulatora. Piętnaścioro dzieci ukończyło zadania przed czasem.

Przedstawię w jaki sposób rozkładały się wyniki rozwiązywania w każdej grupie zadaniowej.

Grupa I – zadania rachunkowe

W zadaniu pierwszym, składającym się z działań arytmetycznych dzieci popełniały nieliczne błędy. 6 z nich pomyliło się w obliczeniach w pierwszy dzień. Drugiego dnia, mając do dyspozycji kalkulator, 3 uczniów popełniło błąd. Trzeciego dnia ci sami uczniowie źle obliczyli wynik.

4 dzieci popełniło błąd w działaniach arytmetycznych używając kalkulatora, 3 z nich nie popełniło żadnego błędu licząc w pamięci. Zastanawiające jest, że dzieci, które dobrze liczą w pamięci, pomylili się mając do dyspozycji kalkulator. Po analizie kolejnej części okazuje się, że ci uczniowie bardzo dobrze rozwiązywali zadania
z treścią . Nasuwa się wniosek, że pewność siebie, sprawiła, że ci uczniowie niezbyt starannie wystukiwali działania na kalkulatorze.

Grupa II – zadania z treścią

Kolejna część składała się z trzech zadań z treścią. Zadania te były tak ułożone, aby dziecko rozumiejąc treść musiało przeliczyć rozwiązanie. Dzieci rozwiązywały poprawnie o około 20% więcej zadań używając kalkulatora. Bardzo wyraźnie zarysowała się grupa uczniów, którzy, podejmowali się rozwiązania zadania mając
do dyspozycji kalkulator, a którzy bez pomocy zostawiali zadanie nie rozwiązane. 4 dzieci myląc się w obliczeniach w części pierwszej, nie popełniło ani jednego błędu używając kalkulatora.

Grupa III – zadania z treścią

W trzeciej części efektywność zwiększa się o około 15%. 6 dzieci która pozostawiła zadania nierozwiązane, zmniejszyła się do 2 . 5 dzieci, która rozwiązała w sumie mniej niż 4 zadania, w kolejnych dniach radziła sobie zdecydowanie lepiej. Jedynie dwójka dzieci rozwiązało mniej zadań przy użyciu kalkulatora niż kiedy liczyły w pamięci.

Odpowiedzi z ankiety w 100% pokrywają się z wnioskami jakie nasunęły mi się podczas obserwacji. Dzieci bardzo lubią inne formy prowadzenia zajęć niż tradycyjne. Nabierają pewności siebie i śmielej podejmują się rozwiązania zadania, kiedy mają do dyspozycji kalkulator. Dzieci, pytane w ankiecie „Przy których zadaniach najczęściej używałeś kalkulatora” – odpowiadały, że przy zadaniach z treścią. Daje to wyraźny sygnał, że dzieci ośmielone pomocą jaką jest kalkulator, chętnie podejmują się rozwiązywania zadań z treścią.

Dzieci z ogromnym entuzjazmem i zaciekawieniem podeszły do rozwiązywania zadań. Kiedy kończyły rozwiązywać zadania, bawiły się kalkulatorem, sprawdzając jego możliwości.

Zaobserwowałam również, że dzieci odkrywają, że nie wszystkie zadania muszą być rozwiązane za pomocą działań, a co za tym idzie przy użyciu kalkulatora. Dzieci rysują obrazki, przeliczają.

Zdarzały się bezpośrednie odpowiedzi na pytanie, co pozwala na stwierdzenie, że dzieci skutecznie poszukują dróg na skróty. Profesor W. Zawadowski pisze o tym tak: „*Z kalkulatorem niejako wybiera się drogę na skróty, ale przy tym nie jest to spłycenie nauczania ponieważ dziecko prawidłowo używając kalkulatora rozumie algorytmicznie jak to działa, ale co więcej, rozumie od strony operacyjnej - matematycznie, strukturalnie - dlaczego to działa. To jest olbrzymia zmiana w myśleniu o arytmetyce i o wczesnym użyciu działań arytmetycznych*"

4. Podsumowanie

Po analizie wyników rozwiązywanych przez dzieci zadań w kolejnych dniach, oraz po przeprowadzonych obserwacjach jak również na podstawie ankiety wysunęłam następujące wnioski:

1. Kalkulator jako narzędzie wspiera edukacje matematyczną
2. Dzieci potrzebują urozmaicenia, zadań, dzięki którym ich umysł pracuje.
3. Dzieci nabierają pewności siebie, kiedy mogą korzystać z kalkulatorów.
4. Dzieci lepiej rozumieją treść zadań, kiedy mają do dyspozycji kalkulator. Bardziej skupiają się na analizie treści i na związkach jakie zachodzą między wielkościami, niż na procedurze przeliczania.

5. Zakończenie:

Kalkulator w klasach początkowych to ciekawa alternatywa dla tradycyjnych metod. Daje szanse na samodzielne doświadczenie tego, że matematyka to nie tylko obliczenia arytmetyczne; że pierwszym krokiem do matematycznego sukcesu jest pomysł „jak to rozwiązać'. Matematyka jest atrakcyjna, ciekawa i nowoczesna i to uczniowie powinni wiedzieć. Metod na osiągnięcie tego celu jest wiele, jedną z nich jest użycie kalkulatora przy rozwiązywaniu zadań.

Contact address

lic. Żaneta Kaciuba-Pacek
Państwowa Wyższa Szkoła Techniczno-Ekonomiczna w Jarosławiu
Mokra 92
37-565 Rożwienica
Phone: +48 660 719 486
E-mail:zaneta_23@onet.pl

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

ORIENTACE V ČASE

Michaela KASLOVÁ

Abstrakt

V matematice hraje čas významnou roli. Čas identifikujeme v různých rolích: orientační bod, předěl dvou úseků, dvojice orientačních bodů, jejich vzdálenost, uspořádání orientačních bodů, časový úsek a jeho hranice, jeho délka, hodnota, porovnání délek úseků, jejich návaznost apod. Analýza učebních materiálů ukazuje rozdíly v pojetí času i rezervy v návaznosti mateřské školy a ZŠ.

Klíčová slova: orientace v čase; časový orientační bod; časový úsek;

TIME ORIENTATION

Abstract

Time plays an important role in mathematics. We identify time in different roles: point of orientation; time boundary; two time points, their distance; order of points; time segment and its limits; length of segment; value etc. Analysis of a teaching-material shows the difference in the conception of time as well as the reserves in the relationship between kindergarten and school.

Key words: time orientation; time point of orientation; time segment;

1. Úvod

Motto: „*Za všechno může čas, ten co se skrývá v nás …*“

Čas označujeme jako kategorii, tedy neuvažujeme o jeho definici, ale spíš vysvětlení a poznávání v kontextu různých situací, abychom poznali jeho charakteristiky, výhody i úskalí. Vnímání času se mění nejen v závislosti na zrání dítěte, ale i na kulturních vzorcích society, ve které žije. Čas je pro dítě vázán, podobně jako na lidi v „*předhodinkovém období*“, především na jeho potřeby (hlad, spánkový útlum), na změny okolí (světlo a tma), na prostor, na aktivity v něm. Dítě nevnímá čas stejně jako dospělý. Odlišně od starších vnímá měřicí přístroje času a měření času, ve svých představách se váže především na časové orientační body a to nikoli skrze čísla. Sledujme, jak je u dítěte předškolního věku rozvíjen čas, respektive orientace v něm v materiálech pro mateřské školy. Vedle toho se podívejme na to, jak je rozvíjen čas v učebnicích matematiky na prvním stupni, tedy jak na sebe tyto dvě fáze rozvoje dítěte navazují. Před samotnou analýzou se zaměřme na role času v matematických úlohách. Termínem děti chápu předškolní věkovou kategorii, termín žák se vztahuje ke školákovi prvního stupně.

2. Jazykový pohled a komunikace

Dítě se orientuje smysly, sem patří i naslouchání od rané koncentrace na mluvu matky a dalších osob v okolí. V mém sledování (2014/15) 50 dětí se potvrdilo, že ve čtyřech letech dítě dokáže relativně spolehlivě rozlišit ve známých kontextech z tvaru slovesa (vynechána nadčasovost – v jednoznačných případech) čas minulý, přítomný a budoucí. U mladších dětí jsem toto nesledovala. Sloveso se váže na představu známé, zpravidla prožité aktivity a je pro ně snazší než slova jako *včera, dnes, zítra* apod. (složitější představy). Zpřesňující slova k časové lokaci v komunikaci žáci často vynechávají nejen na prvním stupni (viz odpovědi na slovní úlohy). Přítomnost děti/žáci dobře identifikují pomocí slova „*ted*“. V nonverbální komunikaci (nenacházejí-li vhodná slova) používají děti i žáci prvního stupně pohyby: minulost doprovázejí v majoritě mávnutím ruky, přítomnost kýváním hlavy, budoucnost je pro děti i žáky na počátku prvního stupně obtížná (váže se zpravidla na přání a úkoly) a volí různé prostředky jako pohyby očí, předsouvání brady, naklánění hlavy, ukazování rukou apod. Ve slovních úlohách se relativně brzy objevují jazykové prostředky, které sice má žák v pasivní slovní zásobě, ale netvoří součást aktivní slovní zásoby, která je pro jeho komunikaci nezbytná a´t již jde o užívání časových jednotek, nebo příslovcí či podstatných jmen pojmenovávajících „časové úseky“ nebo „časové orientační body“. Již od mateřské školy jsou zvyklí na zkratky a novotvary, které v učebnicích nenajdeme; např. *poo (po obědě), opé* (o přestávce), *dové* (do Večerníčku).

3. Role času v kontextech slovních úloh na prvním stupni

Analýza 924 slovních úloh z pracovních sešitů a učebnic pro 1. a 5. r. ZŠ (nakladatelství Alter, Fortuna, Fraus, Prodos, SPN) umožnila klasifikovat do určité míry role času z různých úhlů pohledu.

a) Čas/časový údaj <u>je relativně nepodstatný</u> pro slovní úlohu, vytváří jen určitý kontext (v létě), nebo ujišťuje čtenáře o reálnosti, pravdivosti tvrzení (stalo se).
b) Čas/časový údaj <u>má podpůrnou roli</u>, zpravidla jde o naznačení následnosti dějů, ale přitom nejde o konkrétní časové „umístění“ (v pondělí ujeli na kole 30 km, v úterý 35 km - je ekvivalentní se sdělením první den…, druhý den; mohlo to být i v sobotu a v neděli, respektive dva výlety), nebo jako argument (jeden ze čtyřčlenné skupiny měl v pondělí a v úterý teplotu a zůstal doma je ekvivalentní se sdělením, že dvakrát pracovala skupina jen ve třech) a podobně.
c) Čas, časový údaj <u>je významný</u> pro řešení slovní úlohy.

Informace (přímé, či nepřímé) o čase se vyskytují ve slovních úlohách v různých rolích. Dle výskytu takových informací ve slovních úlohách vymezuji zatím tyto 12 různých typů následovně:

- Orientační časový bod nebo izolovaný moment (vyjádření, vyznačení, pojmenování)
- Orientační bod jako hranice, předěl mezi dvěma časovými úseky
- Dva nebo více časových orientačních bodů/ izolovaných momentů, kde jde o jejich pořadí/uspořádání (po/proti toku času)
- Dva časové orientační body, kde jde o jejich vzdálenost

- Časový úsek daný tradicí nebo úmluvou (Velikonoce, jarní prázdniny)
- Délka časového úseku daného limitem (od – do) včetně stáří; sem řadím i převody jednotek délky daného časového úseku; tento úsek bývá v učebnicích zpravidla pojmenován.
- Určení hranic(e) daného časového úseku
- Porovnání délky časových úseků (porovnání základní, nebo porovnání rozdílem, zřídka porovnání podílem)
- Vyjádření hodnoty časového úseku (finanční, délkové, bodové, etc.)
- Následnost a návaznost časových úseků, problém kontinuity
- Situace evokující otázky konečnosti/nekonečnosti plynutí času
- Relativita rychlosti plynutí času

Jednotlivé role nejsou rozvíjeny v učebnicích shodně, zpravidla ani systematicky. Nejsystematičtěji se vyskytují úlohy týkající se věku, nebo převodů jednotek a převody jednoho druhu zápisu do jiného (římské číslice – arabské číslice, digitální hodiny a ručičkové, údaj slovy a jemu odpovídající záznam ne číselné ose). Řada rolí se vyskytuje izolovaně, z pohledu práce s časem nahodile, rozhodující je probíraný typ kalkulu nebo slovní úlohy. Pokud analyzujeme navržené role v rozhovoru s dospělými a porovnáme s tím, jak dané příklady chápou děti/žáci, pak nalezneme rozdíly. Příprava dítěte na školu v oblasti orientace v čase je v našich zemích tradiční a spíše intuitivní, aniž by se systematičtěji zkoumalo, co dítě opravdu chápe, co považuje za smysluplné a co bude ve škole opravdu potřebovat. Na internetu najdeme řadu odkazů, ze kterých plyne jistá bezradnost, přenášení školních témat do ŠVP MŠ a to jako pel mel práce s orientačními body a úseky, případně s časem jako kontinuem. Z diskuse s učiteli (studenti kombinovaného studia, účastníci kurzů) plyne, že neuvažují strategie rozvíjení v čase (často bez ohledu na různé úrovně rozvoje dítěte ve věkově heterogenních skupinách). V programech se míchá orientace na jeden orientační bod, na sled orientačních bodů časově relativně blízkých (snídaně, přesnídávka, oběd, svačina, večeře), které jsou vázány na každodenní rituály, vedle zaměření na orientační body relativně vzdálené, které se vyskytují sporadicky. U předškolních dětí hraje roli rovněž počet orientačních bodů, zpravidla jde o dva nebo tři, výjimečně dítě zvládne pět zejména v souvislosti s divadlem. Práce s časovými úseky je někdy formální (děti se učí pojmenování měsíců v roce za sebou), aniž by bylo dítě schopné si jména provázat s představami. Tlak některých mateřských škol na číslo, respektive na čtení hodin se ukazuje rovněž značně formální, i když v mateřských školách je na ciferníku namalován u 12 oběd. Na otázku, kdy obědvají, odpovídají děti převážně přes následnost dějů (po procházce, po záchodě, když si umyjeme ruce, když se seřadíme do dvojic, když je oběd – kuchařka zavolá/přiveze jídlo). Podobné iluze můžeme mít u šestiletých dětí (na konci MŠ, na počátku ZŠ), kdy na otázky, podle čeho poznají, že je Večerníček a podle čeho, že se musí odejít do školky/školy, neužívají týž argumentaci jako dospělí, avšak reprodukují, co slyší: a) *jsme po večeři; jsem v pyžamu; máma pustí televizi; slyším to* (znělka); *je tma/noc; když tam je panáček; po zprávičkách;* b) *říká dělej;máma koukne na mobil a řekne:ježišmarjá, zase pozdě*; *táta vypne televizi a jde se; až vstanem, tak tam budem; máma zazvoní klíčema.*

4. Slovní úlohy a plynutí času

Slovní úlohy jsou jak statické (nedochází k žádné změně), tak dynamické. Téměř všechny sledované dynamické slovní úlohy jsou formulovány „po toku času" (Kaslová 2015c). Velmi výjimečně se jedná o slovní úlohy „proti toku času" podobně jako úlohy na „souběh času". Vyskytují se úlohy, které se jeví dospělému spíše jako úlohy na plynutí času (*Jak dlouho to trvalo…?*), avšak tyto úlohy žák může chápat jinak (šetření u 60 žáků), a to jako délku existujícího časového úseku, který je dán určitým limitem (od - do), nebo vyjádřen v jiné časové jednotce. Kdy nastává moment, kdy si dítě/žák uvědomují plynutí času? Při řešení slovní úlohy? Pokud se žák na něco těší? Pokud se nudí? Z výpovědí žáků plyne, že se i v těchto momentech upínají k více či méně jasnému orientačnímu bodu. Plynutí času si děti více uvědomují, je-li plynutí času „materializováno" (Kaslová 2015a, – přesýpací hodiny, hodinové pohyblivé mezikruží 2015c, odříkávání říkačky; Bartolini-Bussi - plnění válce papírem; Lanciano - pozorování a zaznamenávání pohybu stínu). Pozorování pohybu hodinových ručiček nebo změn číslic na digitálních tento efekt nepřináší. Plynutí času jako kontinuální proces je pro děti i žáky relativně obtížnější než následnost časových orientačních bodů nebo časových úseků. Návaznost jednotlivých časových úseků je problematická. Pro řadu žáků (6-8 let) je pondělí v běžném životě časovým úsekem vázaným dominantně na denní aktivity, na to co žijí během denního světla (poznáme např. v odpovědích na otázku od kdy do kdy je pondělí, nebo jak dlouhé je pondělí), noc, kdy spí, nedělají nic, není vázáno na specifické zážitky, ze započítání do dne vynechávají. Přitom v ČR plánované pozorování Slunce/Měsíce v programech chybí, i když děti eminentně zajímá.

5. Závěr

Dítě a často ani žák neprovádí měření času v prvém slova smyslu, ale provádí spíše odečet časového údaje. Podobně dítě, ani žák neprovádí časový odhad, dokud nemá představu o určitém časovém úseku (ať je vyjádřen jakoukoli jednotkou). I když se dítě/žák učí číselnému vyjadřování délky časového úseku, přesto ve volné hře preferuje slovní nečíselné výrazy. Do určité podoby mluveného slova s užitím číselných údajů musí být dítě/žák smysluplně stimulován, situace gradovány.

Orientace v čase se může rozvíjet jen za určitých podmínek, ke kterým patří propojení na rituály (denní, rodinné, školní), respektive na určité uvědomělé opakování. Z analýzy slovních úloh, situací, rozhovorů i metodických materiálů plyne, že orientace v čase je nedostatečně systemizována ve slovních úlohách, jejichž řešení by napomáhalo nejen vnímání rolí času, ale i uvědomování si určitých zákonitostí vázaných na dynamiku popsaných situací a jejich využití v řešení úloh.

Literatura

1. BEDNÁŘOVÁ, J. *Orientace v prostoru a v čase pro děti od 4 do 6 let.* Praha: Edika, 2012. ISBN 978-80-266-0022-0.
2. BEDNÁŘOVÁ, J. *Orientace v prostoru a v čase pro děti od 5 do 7 let.* Praha: Edika, 2012. ISBN 978-80-266-087-8.

3. BARTOLINI-BUSSI, M. Time orientation at kindergarten. In Vondrová, N. a K. Krainer (ed.) *Proceedigns ERME 2015, 1886-1890*. ISBN 978-80-7290-844-8.
4. BUDAIOVÁ, M. Orientace v čase. Poslední aktualizace 10. 2. 2016. Dostupné na World Wide *Web:* http://trida-u-veverky3.webnode.cz/news/orientace-v-case/
5. FLÉGL, O. a kol. *Lidé a čas – orientace v čase*. Poslední aktualizace 10. 2. 2016. Dostupné na World Wide *Web:* http://www.projektovavyuka.cz/ShowProject.aspx?projectID=101
HÁJEK, M. Orientace v čase a motivace. Dostupné 2. 1. 2016 na World Wide *Web:* http://www.vedeme.cz/pro-vedeni/kapitoly-vedeni/65-teorie-motivace/279-cas-motivace.html
6. HART-DAVIS, A. *Kniha o čase.* Praha: Rebo productions, 2015. ISBN 978-80-255-0648-6.
7. HORSKÝ, Z. *Pražský orloj*. Praha: Panorama, 1988. (bez ISBN)
8. KASLOVÁ, M. *Orientace v čase*. Studijní text projektu P. Praha: KMDM, 2015a. 20 s. (bez ISBN)
9. KASLOVÁ, M. Slovní zásoba. In E. Fuchs (ed.) *Jak učit matematiku žáky ve věku 10 – 15 let,* 12 s.. Praha: JČMF, 2015b (v tisku).
10. KASLOVÁ, M. *Orientace v čase – sylabus kurzu, zásobník aktivit*. Text pro PC v Plzni, kurz Plzeň 30. 9. 2015c, 9 s.
11. KASLOVÁ, M. a P. WENIZETTEL Slovní úlohy v prvním a druhém ročníku ZŠ. In N. Vondrová (ed.) *2 dny s didaktikou matematiky*, s. 140 – 148. Praha: UK, 2015d. ISBN 978-80-7290-843-1. Poslední aktualizace 1. 1. 2016. Dostupné na World Wide *Web:* http://mdisk.pedf.cuni.cz/SUMA/MaterialyKeStazeni/SbornikyZKonferenci/DvaDnySDM/DvaDny2015.pdf
12. KREJČOVÁ, J. *Orientace v čase.* Poslední aktualizace 10. 2. 2016. Dostupné na World Wide *Web:*http://katalogpo.upol.cz/mentalni-postizeni-nebo-oslabeni-kognitivniho- vykonu/intervence/4-3-5-9-nacvik-orientace-v-case/
13. LANCIANO, N.. *Il goniometro del Sole e della Luna.* Trieste: Didattica Triestina, 1993.
14. RÖDLINGOVÁ, B. *Jak dlouho trvá rok?* Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-814-1.
15. Vondruška, V. *Církevní kalendář a lidové obyčeje.* České Budějovice: Dona, 1991. ISBN 80 85463-03-2
16. WEINHOLDOVÁ, A. Poznáváme hodiny a čas. Praha: Albatros, 2010. ISBN 978-80-0002-647-3.

Kontaktní adresa

PhDr. Michaela Kaslová
UK PedF v Praze, KMDM
M. Rettigové 4, 116 39 Praha 1
Telefon: +420 221 900 226
E-mail: michaela.kaslova@pedf.cuni.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

ROZVÍJANIE PREDSTÁV O MATEMATICKÝCH POJMOCH PROSTREDNÍCTVOM CUDZIEHO JAZYKA V MATERSKEJ ŠKOLE

Jana KOJNOKOVÁ

Abstrakt

Rozširovanie jazykových kompetencií detí v materských školách je požiadavkou spoločnosti už niekoľko rokov. Na to, aby si deti v materskej škole dokázali efektívne osvojiť slovnú zásobu a jednoduché vetné konštrukcie v cudzom jazyku potrebujú spoznať jazyk v zmysluplnom kontexte. Budovať nové poznatky na tom, čo už poznajú je základný predpoklad úspechu. Jednou z kompetencií budúcich učiteľov by malo byť dokázať prepojiť oblasti vzdelávania tak, aby sa podporil kognitívny rozvoj detí v každej z týchto oblastí. V príspevku sa venujeme využitiu integrujúcej metódy CLIL vo vyučovaní anglického jazyka v aplikovaním prvkov matematiky v predprimárnom vzdelávaní.

Kľúčové slová: matematické predstavy, anglický jazyk, metóda CLIL, materská škola

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPTS IDEAS BY USING FOREIGN LANGUAGE IN THE KINDERGARNDEN

Abstract

Enforcing of children's language skills in kindergartens is a requirement of the society for several years. To children in the kindergarten be able to effectively acquire vocabulary and simple sentence structures in a foreign language need to see the language in a meaningful context. Building of new knowledge on what they already know is the basic premise of success. One of the competencies of future teachers should be skill for linking education subjects so as to force the cognitive development of children in each of these areas. This article deals with using of integrating method CLIL in teaching English language with application of mathematical concepts in pre-primary education.

Key words: mathematical ideas, English language, CLIL, kindergarten

1. Metóda CLIL v materskej škole

Dieťa v predškolskom veku sa vyznačuje vysokou schopnosťou absorbovať podnety zo svojho okolia a jednoducho si nové zistenia začleňovať do svojich kognitívnych schém. Hoci je pozornosť detí častokrát mimovoľná a prelietavá, majú deti v predškolskom veku najvyššie predpoklady k tomu, aby si neúmyselne zapamätali podvedome prijímané informácie a tak budovali pozitívne postoje k budúcim školským predmetom už v materskej škole. Vzťah k cudziemu jazyku sa buduje za pomoci vhodných didaktických postupov zo strany učiteľa. Metóda CLIL *(Content and Language Integrated Learning)* stavia na vyučovaní cudzieho jazyka v spojitosti s ďalšími oblasťami vzdelávania, ktoré sú súčasťou kurikula, tj. povinným obsahom výchovy a vzdelávania.

Pre vyučovanie matematiky je nevyhnutné ponúkať deťom reálny a zmysluplný kontext jej využiteľnosti. Podobne aj vyučovanie cudzieho jazyka je podmienené zmysluplným komunikačným kontextom. Straková (2011) vyzdvihuje výhody metódy CLIL, ktorá vďaka kombinácii cudzieho jazyka a iného predmetu, napríklad aj matematiky, ponúka príležitosť vsadiť cudzí jazyk do požadovaného kontextu a situácie pre lepšie nadobudnutie jazykových schopností. Zároveň ponúka príležitosť pre prehlbovanie vedomostí druhého predmetu, ktorého obsah deti spoznávajú prostredníctvom cudzieho jazyka. Deti tak majú možnosť vidieť už známe matematické pojmy v inom kontexte, čo pomáha ich porozumeniu. Dale a Tanner (2012) špecifikujú okrem zmysluplnej interakcie jazyka a obsahu aj ďalšie prínosy metódy CLIL pre dieťa, ako napríklad rozvíjanie komunikačných schopností, vnímanie kultúry predmetu, spracovávanie väčšieho množstva vstupných informácií, podporovanie kognitívneho rozvoja detí a zvyšovanie úrovne ich motivácie. Učiteľ pracujúci metódou CLIL je vnútorne motivovaný rozširovať svoje vedomosti z oblasti matematiky, ako aj rozvíjať svoje jazykové schopnosti, čo pozitívne ovplyvňuje jeho osobnostný rozvoj. Tieto schopnosti využíva učiteľ pri plánovaní výstupu s využitím metódy, pričom sleduje dva ciele. Jeden je jazykový a druhý matematický. Samotné plánovanie prebieha podľa Strakovej (2011) v nasledovných kokoch:

- preskúmanie matematických oblastí a vyhľadanie vhodných prepojení s jazykovým obsahom,
- výber témy, ktorá je vhodná pre integrované vyučovanie,
- preskúmanie matematických tém, ktoré sú pre učiteľa prístupné,
- identifikácia matematického a jazykového obsahu konkrétnej lekcie,
- identifikácia kľúčových pojmov a termínov,
- vyhľadanie vhodného textového materiálu na internete, v encyklopédiách a časopisoch,
- prevzatie alebo návrh nových didaktických pomôcok prispôsobených potrebám detí,
- vystavanie konkrétnej lekcie.

Podľa Štátneho vzdelávacie programu ISCED 0 – predprimárne vzdelávanie je jedným z výkonových štandardov získanie vedomosti, že ľudia komunikujú aj inými jazykmi a ovládanie základov spisovného vyjadrovania sa v cudzom jazyku. Tieto ciele sa v praxi napĺňajú v materských školách s rozšíreným vyučovaním cudzieho jazyka, prípadne počas krúžkovej činnosti v materskej škole. Inovovaný Štátny vzdelávací program pre predprimárne vzdelávanie v materských školách neuvádza žiadne ciele zamerané na rozvíjanie multilingválnych kompetencií detí, umožňuje však realizáciu krúžkovej činnosti v popoludňajších hodinách. Inovovaný Štátny vzdelávací program tiež stanovuje základný matematický obsah, s ktorým sa deti v materskej škole zoznámia. Základné matematické pojmy ako pomenovanie rovinných útvarov či čísloviek v danom číselnom obore sú vhodné na rozvíjanie základnej slovnej zásoby v cudzom jazyku. Tento matematický obsah je najčastejšie súčasťou pracovných listov pracovných učebníc anglického jazyka pre deti v predškolskom veku. Integrované vyučovanie matematiky a anglického jazyka je podporené aj inými didaktickými prostriedkami ako sú obrázky číslic, znázornenie počtu, rovinných útvarov, či detské piesne a riekanky, ktoré zabezpečujú naplnenie zásady názornosti vo vzdelávaní.

2. Návrh lekcie anglického jazyka v materskej škole

Metodika vyučovania anglického jazyka v materskej škole podľa koncepcie učebnice Cookie and friends (Harper, Covill, Reilly, 2005) rešpektuje psychologické osobitosti detí v predškolskom veku. Jednotlivé lekcie majú rovnakú organizačnú štruktúru, ktorá deťom v neznámom jazykovom prostredí pomáha pochopiť, čo od nich učiteľ žiada. Dôležité postavenie v lekcii majú rutinné prvky ako piesne a riekanky vyskytujúce sa rámcovo na začiatku a konci lekcie alebo pri zmene činnosti ako zvučky. Vo fixačnej fáze každej lekcie je deťom ponúknutý pracovný list zameraný na uplatnenie známej slovnej zásoby a pochopenie jednoduchých inštrukcií. Počas celej lekcie sprevádza deti bábka ovládaná učiteľom, ktorá ako *nativ speaker* komunikuje s deťmi výhradne v cudzom jazyku.

V nasledujúcej časti bude prezentovaná lekcia anglického jazyka v materskej škole zameraná na rozvíjanie predstáv o počte prvkov v množine (anglické číslovky 1-5 a fráza *How many?*). Deti už majú osvojenú slovnú zásobu z oblasti *Colours (blue, red, yellow, green)* a *Toys* (*teddy, dolly, plane, ball).*

Cieľ lekcie:

Jazykový – rozšíriť slovnú zásobu anglických pojmov o číslovky 1-5, počítaním po jednom reagovať na otázku *How many...?*

Matematický – určiť počet predmetov v skupine počítaním po jednom, orientovať sa v jednoduchej tabuľke.

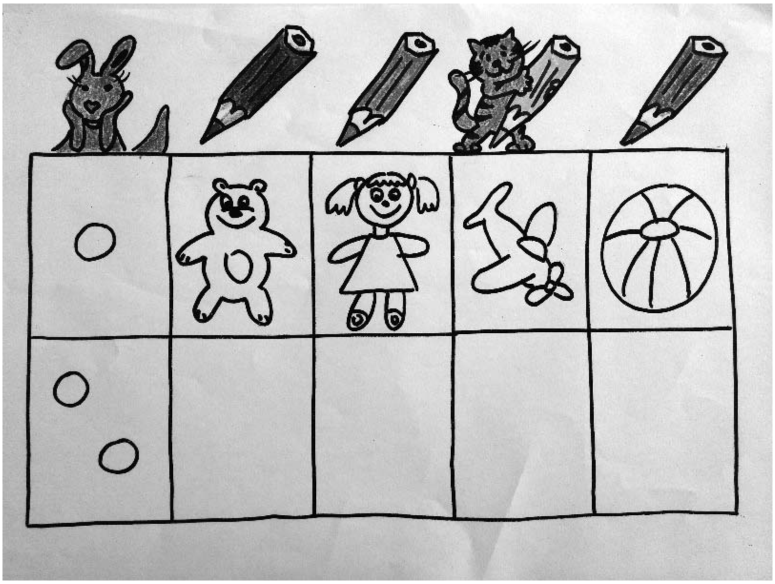
Vek detí: 4-5 rokov

Metodický postup:

1. Hello song – deti spolu s učiteľkou spievajú úvodnú pieseň na privítanie.
2. Circle time – deti sedia v polkruhu na vankúšoch, pomocou obrázkov a známych piesní si opakujú osvojenú slovnú zásobu.
3. Circle time – bábka Cookie si v cestovnej taške priniesla svoje obľúbené hračky. Učiteľka vedie konverzáciu s bábkou:
   „Cookie, what do you have in your bag?“
   „I have my favourite toys – some teddies, a plane, a ball and some dollies.“
   „And how many toys do you have?“
   „One, two, three, four, five! I have five toys!“ – deti počítajú spolu s bábkou.
   „How many teddies/ planes/ balls/ dollies do you have?“
   „One, two... I have two teddies/one plane/one ball/ two dollies.“

„Can we play with you? Let's sing a song!"
Deti, učiteľka a bábka si spolu zaspievajú známu pieseň o hračkách spojenú s dramatizáciou textu a pohybovými prvkami.

4. Table time – práca s pracovným listom (Obrázok 1 Pracovný list). Deti popisujú, čo vidia v pracovnom liste na základe otázok a inštrukcií učiteľky :
„Point teddy/ plane/ ball/ dolly. How many teddies/ planes/ balls/ dollies can you see?" – deti postupne ukážu a pomenované hračky na obrázkoch a určia počet jeden.
„Colour teddy blue/ dolly red/ plane yellow/ ball green!" – učiteľka rozdá na stoly 4 základné farby, deti vyfarbia obrázky hračiek podľa inštrukcií.
„Stick picture of two teddies/ dollies/ planes/ balls!" – učiteľka pripraví na stoly kópie obrázkov a lepidlo, deti prilepia na pracovný list vystrihnuté kópie obrázkov hračiek v počte 2.
5. Tidy-up routine – učiteľka začne odkladať pomôcky a spievať pieseň o upratovaní, deti jej pri upratovaní triedy pomôžu.
6. Circle time – Bye Bye song.



Obrázok 1 Pracovný list

Osvojenie číselného radu v anglickom jazyku nie je prioritným cieľom pri práci s deťmi v materskej škole. Prax ukazuje, že deti dobre poznajú anglické číslovky presahujúce požadovaný číselný obor. Deti majú v tomto veku vytvorené generické modely reprezentujúce množstvo na základe porozumenia v rodnom jazyku. Úlohou učiteľky je pomôcť deťom začleniť nové pojmy v cudzom jazyku do schém pre pochopenie abstraktných a univerzálnych modelov.

Edukačné materiály v cudzom jazyku uvedeného typu budú postupne spracovávané a pripravované na implementáciu do výučby disciplín zaradených v študijnom programe budúcich učiteľov primárnej školy.

Príspevok vznikol ako výsledok riešenia projektu KEGA 021PU-4/2015 *Tvorba učebných zdrojov pre matematické pregraduálne vzdelávanie elementaristov v cudzom jazyku.*

Literatúra

1. DALE, L. – TANNER, R. *CLIL Activities – a resource for subject and language teachers.* 1. vyd. Cambridge: Cambidge University Press, 2012. 284 s. ISBN 978-0-521-14984-6.
2. HARPER, K. – COVILL, CH. – REILLY, V. *Cookie and friends Starter – Teacher's Book.* Oxford: Oxford University Press, 2005. 96 s. ISBN 978-0-194-07006-5.
3. HEJNÝ, M. - NOVOTNÁ, J. – STEHLÍKOVÁ, N. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky.* 1. diel. Praha: Pedagogická fakulta Karlovej univerzity v Prahe, 2004. 244 s. ISBN 80-7290-189-3.
4. KONČEKOVÁ, Ľ. *Vývinová psychológia.* 2. vyd. Prešov: Vydavateľstvo Michala Vaška, 2007. 311 s. ISBN 978-80-7165-614-2.
5. STRAKOVÁ, Z. *Teaching English at Primary Level – from principles to practice.* 1. vyd. Prešov: Vydavateľstvo Prešovskej univerzity v Prešove, 2011. 95 s. ISBN 978-80-555-0494-0.
6. *Štátny vzdelávací program ISCED 0 – predprimárne vzdelávanie.* Štátny pedagogický ústav, 2008.
7. *Štátny vzdelávací program pre predprimárne vzdelávanie v materských školách.* Štátny pedagogický ústav, 2015.

Kontaktná adresa

Mgr. Jana Kojnoková
Pedagogická fakulta Prešovskej univerzity v Prešove
Ulica 17. novembra č. 15, Prešov 080 01
Telefón: +421 517 470 540
E-mail: jana.kojnokova@smail.unipo.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

ŽIACKE PREDSTAVY O ŠTVORCOCH

Janka KOPÁČOVÁ, Katarína ŽILKOVÁ

Abstrakt

Od žiaka mladšieho školského veku sa prirodzene očakáva, že v priebehu primárneho vzdelávania prejde v oblasti vývinu chápania elementárnych geometrických pojmov kvalitatívnymi zmenami. Okrem rozlíšenia a identifikácie príslušného geometrického útvaru, čo obyčajne dokáže už pri nástupe do základnej školy, očakávame schopnosť rozpoznať útvar aj pri zmene polohy alebo veľkosti, schopnosť identifikovať jeho významné prvky a vlastnosti. Uvedené poznatky sú nepostrádateľné pre ďalšie vzdelávanie. Z tohto dôvodu sme sa podujali diagnostikovať súčasnú úroveň geometrického chápania rovinných útvarov žiakov primárneho vzdelávania a analyzovať ich predstavy, resp. chybné predstavy. V príspevku sú priblížené výsledky výskumu pojmu štvorec u žiakov 3. ročníka ZŠ.

Klíčová slova: geometrické predstavy, hladiny geometrického myslenia, primárne vzdelávanie, štvorec, van Hiele

PUPILS´ GEOMETRIC IDEAS OF SQUARES

Abstract

Children of younger school age are naturally expected, in the course of primary education, to undergo qualitative changes in the development of their understanding of elementary geometric concepts. Apart from the resolution and identification of geometric figures, which children are usually are able to recognize when they enter primary school, we also expect them to have the ability to recognize the figures after they have changed in their position or size, as well as, the ability to identify their important elements and features. These findings are then essential for their further learning. For this reason, we have undertaken to diagnose the current level of understanding of the geometric plane figures of pupils of primary education and to analyze their ideas or misconceptions. This work presents the results of the research how 3rd grade elementary school pupils deal with the term “square”.

Key words: geometric ideas, levels of geometric thinking, primary education, square, van Hiele

1. Úvod

Skúmanie poznávacieho procesu v matematike je neoddeliteľnou súčasťou rozvíjania teórie vyučovania matematiky a súvisí nielen s matematickými, ale aj s pedagogickými a psychologickými vednými disciplínami. Stredobodom záujmu našich výskumných aktivít sa stalo skúmanie predstáv detí predškolského a školského veku o geometrických útvaroch. Súčasťou projektu „*Geometrické koncepcie a miskoncepcie detí predškolského a školského veku*“ (VEGA 1/0440/15) je výskum predstáv detí predškolského veku a žiakov základných škôl z oblasti identifikácie, triedenia a vlastností geometrických útvarov. Cieľom je preskúmať predstavy detí a žiakov o geometrických útvaroch a ich vlastnostiach, identifikovať potenciálne mylné predstavy, identifikovať úroveň geometrických poznatkov detí podľa definovaných hladín van Hiele teórie a najmä charakterizovať príslušné hladiny na základe údajov získaných z výskumných aktivít.

2. Teoretický rámec

K najznámejšej taxonómii hladín poznávacieho procesu v matematike (v našich podmienkach) patrí teória prof. Hejného, ktorý rozčleňuje proces vzniku a budovania matematického poznatku do niekoľkých hladín a dvoch hladinových prechodov (Hejný a kol., 2004). Iné, špecifické, vymedzenie hladín poznávacieho procesu definovali, zvlášť pre oblasť geometrie, holandskí učitelia matematiky Pierre van Hiele a jeho manželka Dina van Hiele-Geldof (1957). Podstatou oboch teórií je čo najpresnejšie opísať proces nadobúdania matematických poznatkov s cieľom skvalitniť vzdelávací proces, minimalizovať formalizmus a tiež umožniť diagnostikovať miskoncepcie a úroveň vedomostí. Vzhľadom na tému príspevku a cieľovú skupinu žiakov sa budeme podrobnejšie venovať iba prvým hladinám v oboch modeloch.

Na Hejného hladine separovaných modelov je dôležité získavanie množstva a pestrých skúseností. Ak sa zameriame na poznávanie útvarov, tak sú významné ich reálne modely, prototypy, ale aj netypická poloha, umiestnenie, veľkosť. Významnú úlohu zohrávajú „*prekvapivé modely, zdanlivé modely a ne-modely*“ (Hejný a kol., 2004). Neskôr si dieťa uvedomí, že separované modely majú spoločnú vlastnosť, zoskupí ich a tento proces je determinantom vzniku generického modelu. *Generický model*, vždy veľmi konkrétny a materiálny, môže zahŕňať všetky separované modely danej oblasti alebo len skupinu.

Podľa teórie van Hiele je model geometrického myslenia členený do piatich úrovní. Jednotlivé úrovne sú sekvenčné a hierarchické. Každá úroveň je charakterizovaná súborom typických atribútov. K týmto atribútom patrí napr. schopnosť identifikovať a pomenovať útvar, rozpoznať jeho vlastnosti, objavovať relácie medzi nimi, neskôr definovať útvary, resp. nachádzať ich interpretácie aj v neeuklidovských modeloch. Najnižšia úroveň poznávania je formulovaná ako hladina **vizualizácie** a zvyčajne sa viaže na prvotné skúsenosti dieťaťa s geometrickými útvarmi. V tomto procese je mimoriadne dôležité pomenovávanie a identifikácia jednotlivých útvarov, priraďovanie názvu útvaru k jeho modelu a naopak. V uvedenej etape má významnú funkciu jazyk a reč (Hejný a Kuřina, 2001). V rozvíjaní matematického myslenia detí v rámci tejto hladiny sa často využívajú tzv. prototypy. Sú to ideálne príklady, ktoré ilustrujú skúmaný objekt alebo jav. Prototypové príklady zohrávajú dôležitú úlohu v rozvoji konceptov detí. V kontexte identifikácie rovinných útvarov majú prototypy veľký význam aj z hľadiska kategorizácie. Za prototyp modelu trojuholníka je považovaný rovnostranný trojuholník, za prototyp modelu štvorca je považovaný štvorec a obidva v horizontálno-vertikálnej polohe.

Druhou významnou hladinou, z hľadiska cieľovej skupiny detí mladšieho školského veku, je hladina **analýzy**. Na tejto hladine žiaci rozpoznávajú a pomenovávajú geometrické útvary na základe ich významných prvkov, niektorých vlastností, pričom poloha a veľkosť im už nerobí problém. Nevnímajú však niektoré spoločné vlastnosti rôznych útvarov, ktoré sú významné v ďalšom rozvíjaní geometrického myslenia, najmä v rámci procesu kategorizácie. Nerozlišujú medzi vlastnosťami, ktoré sú nevyhnutné, a ktoré sú dostatočné na opis útvaru. Uvedené základné charakteristiky prvých dvoch van Hiele hladín geometrického myslenia tvoria základný teoretický rámec na hlbšie skúmanie predstáv detí mladšieho školského veku. Zároveň môžeme konštatovať, že sú evidentne identifikovateľné paralely medzi poznávacím procesom vo všeobecnosti, v matematike a špeciálne aj v geometrii.

3. Predstavy tretiakov o štvorcoch

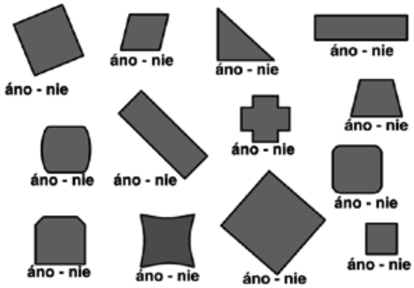
Vzhľadom na vyššie opísaný teoretický rámec môžeme predpokladať, že deti mladšieho školského veku budú mať predstavy o geometrických útvaroch na hladine analýzy, prípadne ešte na hladine vizualizácie. V predloženom príspevku budeme analyzovať predstavy žiakov o štvorci. Znamená to, že primárne budeme zisťovať, či vie žiak 3. ročníka ZŠ identifikovať model štvorca, spozná ho zobrazený v ľubovoľnej polohe a dokáže identifikovať jeho základné vlastnosti.

Výskumnú vzorku tvorilo 21 žiakov 3. ročníka bežnej základnej školy v okrese Spišská Nová Ves, z toho bolo14 dievčat a 7 chlapcov.

Výskumným nástrojom bol písomný test. Test pozostával z 11 úloh, ktoré boli zamerané na zisťovanie úrovne poznatkov o rovinných geometrických útvaroch, ktoré by žiaci mali poznať už z materskej školy – trojuholník, štvorec, obdĺžnik a kruh. Cieľom je zistiť, či po troch rokoch navštevovania základnej školy sú poznatky žiakov na vyššej úrovni ako predpokladané poznatky pri nástupe do základnej školy – podľa van Hiele úroveň 0 (vizualizácia). Bližšie sa budeme venovať len analýze úloh zameraných na štvorec.

V prvej úlohe mali žiaci napísať názov útvaru, ktorý vidia na obrázku. Jediný útvar, ktorý dokázali všetci správne a s istotou identifikovať bol rovnostranný trojuholník v základnej polohe. Štvorec bol zobrazený v dvoch polohách - základnej (vertikálno-horizontálnej) a otočený o 45°. Kým v základnej polohe štvorec identifikovalo 18 žiakov, v pootočenej už len 6 žiakov. Ani o zvyšných 3 žiakoch nemôžeme povedať, že štvorec v základnej polohe nepoznajú. Použili nesprávne pomenovanie „kocka“, prípadne „kocka – štvorec“. Chyba v zamieňaní názvu rovinného a priestorového útvaru je častá v bežnej hovorovej reči (kockovaná látka alebo papier), preto sa vyskytuje aj u malých detí. V tomto prípade škola ešte nedokázala odstrániť uvedený nedostatok. Zarážajúce je, že otočenie štvorca dokáže toľkých žiakov pomýliť. Viacerí žiaci útvar nazvali správne, ale všeobecne ako štvoruholník. Až 9 žiaci ho považovali za kosoštvorec, pričom v obsahu primárneho matematického vzdelávania kosoštvorec ani nie je explicitne uvedený, a ani sa nevyskytuje v učebniciach matematiky na prvom stupni ZŠ. Je teda zrejmé, že žiaci názov kosoštvorca už počuli vo svojom bezprostrednom okolí, avšak nemajú dostatok skúseností na to, aby dokázali medzi štvorcom a kosoštvorcom korektne rozlišovať.

Druhá úloha (obr. 1) bola zameraná na identifikáciu štvorca medzi ďalšími rovinnými útvarmi, ktoré môžeme považovať za prekvapivé a zdanlivé modely, resp. ne-modely.



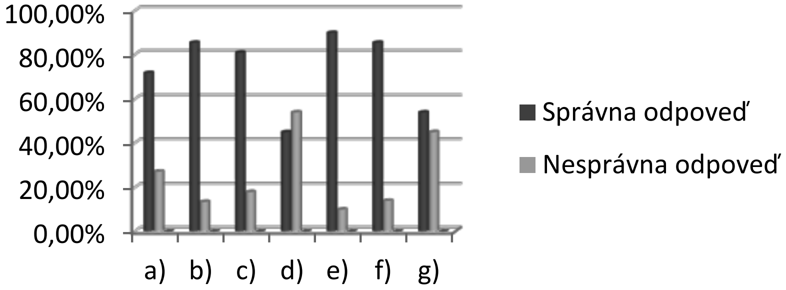
Obrázok 1 Predloha k úlohe č. 2

Podľa očakávania, štvorec v základnej polohe identifikovali správne všetci žiaci. Zaujímavé je, že len dvaja žiaci prvý útvar neidentifikovali ako štvorec, ale pri veľkom otočenom štvorci už mali správnu odpoveď. Naopak, veľký štvorec neidentifikovali 5 žiaci (prvý útvar mali správne) – 3 neodpovedali, 2 mali nesprávnu odpoveď. Prekvapivo veľa žiakov, až 16, označilo druhý útvar (kosoštvorec) ako štvorec. Predpokladáme že významnú úlohu zohrala vertikálno-horizontálna poloha strán a zhodné dĺžky strán. Ostatné útvary, až na menšie výnimky, označili správne. Najviac zlých odpovedí (2 nesprávne, 2 neuvedené) bolo pri lichobežníku, zrejme jeho poloha a rovnobežnosť dvoch strán bola pre niektorých určujúca. S lichobežníkom sa žiaci v rámci elementárnej matematiky ešte nestretli, takže predpokladáme, že pri rozhodovaní, či je útvar štvorcom alebo nie je vychádzali z vlastných skúseností so štvorcami a prípadne ďalšími vlastnými predstavami o štvorcoch. Z uvedeného môžeme konštatovať, že u týchto detí nebolo vytvorených dostatočné množstvo separovaných modelov a nemali toľko skúseností, aby dokázali vnímať základné vlastnosti štvorca (minimálne zhodnosť strán) dôležité pri jeho identifikácii.

Tretia úloha bola zameraná na prvky a vlastnosti štvorca. Žiaci mali rozhodnúť o pravdivosti výrokov týkajúcich sa štvorcov a ich vlastností:

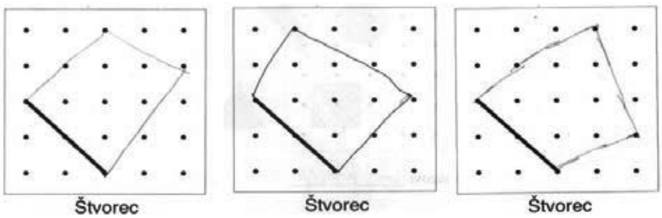
a) Úsečka RT je stranou štvorca. áno – nie
b) Strana SU je uhlopriečka štvorca. áno – nie
c) Strany RU a RT sú susedné. áno – nie
d) Strany SR a TU sú protiľahlé. áno – nie
e) Strany ST a TU majú rôznu dĺžku. áno – nie
f) Protiľahlé strany v štvorci majú rovnakú dĺžku. áno – nie
g) Úsečky SU a SR majú rovnakú dĺžku. áno – nie

V tejto úlohe odpovedali všetci žiaci na všetky otázky. Označenie štvorca písmenami RSTU nebolo obvyklé, ale žiakom nerobilo problémy. Takmer bez chyby vedeli určiť strany, uhlopriečky, ich dĺžku a poznali aj pojem susedné strany (graf 1). Najviac nesprávnych odpovedí (až 11) bolo pri určení protiľahlých strán (výrok d). Tento pojem ešte neprebrali, ale zjavne bol nezrozumiteľnejší ako „susedné strany". Deviatim žiakom robilo problém určiť, či je dĺžka úsečiek SU (strana) a SR (uhlopriečka) rovnaká (výrok g). Napriek tomu, že uvedené testované vlastnosti nie sú integrované v obsahu učiva matematiky na 1. stupni, považovali sme za dôležité testovať aj niektoré charakteristiky typické pre ďalšiu hladinu poznávania, resp. tie, ktoré si vyžadujú ďalšie osobné skúsenosti žiakov.



Graf 1 Úspešnosť úlohy č. 3

V štvrtej úlohe mali žiaci zakresliť štvorec do bodkovanej štvorcovej siete, pričom mali predkreslenú jednu stranu štvorca v šikmej polohe. Táto úloha robila problém len 3 žiakom (obr. 2). Títo žiaci mali nesprávne aj predošlé úlohy. Štvorec boli schopní identifikovať len v základnej polohe, inak ho považovali za kosoštvorec, obdĺžnik alebo ho označovali len všeobecne ako štvoruholník.



Obrázok 2 Žiacke riešenia úlohy č. 4

Predpokladáme, že títo žiaci potrebujú podstatne viac skúseností a aktivít s rovinnými geometrickými útvarmi (aj so štvorcami), a to v rôznych didaktických prostrediach, aby dokázali mentálne manipulovať s útvarmi a vnímať ich aj v rôznych polohách. Skutočnosť, ktorú niektorí žiaci chápu veľmi intuitívne a je pre nich prirodzená, má z hľadiska geometrie mimoriadne veľký význam, pričom pre istú skupinu žiakov môže spôsobovať väčší problém. Zmena polohy štvorca totiž súvisí s rovinnými geometrickými transformáciami a ich vlastnosťami a len dostatočné množstvo individuálnych (aj manipulačných) skúseností sa môže oveľa neskôr zavŕšiť poznaním o invariantných vlastnostiach.

V nasledujúcej úlohe mali žiaci do papiera nakresliť všetky štvoruholníky, ktoré poznajú. Všetci žiaci, okrem jedného, mali zakreslený štvorec v horizontálno-vertikálnej polohe a správne. Výnimku tvoril žiak, ktorý nemal ani predošlú úlohu a všetko nazýva štvoruholníkom (len pravouhlý lichobežník nazval vaničkou). Najčastejšie žiaci zobrazovali obdĺžnik a kosoštvorec, ale ten väčšina nakreslila nesprávne, v skutočnosti to bol model otočeného štvorca. Táto úloha sa ukázala ako najnáročnejšia.

4. Záver

Chápanie geometrických pojmov je abstraktnou mentálnou činnosťou, ktorá sa vyvíja nielen v závislosti veku, ale je podmienená ďalšími významnými atribútmi. Podľa Koščа (1972) sa zistilo, že adekvátne stimulované dieťa je schopné rozlišovať jednoduché geometrické útvary už v skorom rannom veku, pričom obdobie medzi 2. a 6. rokom života dieťaťa je vhodné obdobie na rozvíjanie tejto schopnosti prostredníctvom rôznych aktivít. Od žiaka mladšieho školského veku sa prirodzene očakáva, aby v priebehu primárneho vzdelávania prešiel v oblasti vývinu chápania elementárnych geometrických pojmov kvalitatívnymi zmenami. Okrem rozlíšenia a identifikácie príslušného geometrického útvaru je potrebné rozvíjať schopnosť rozpoznať zmenu polohových a metrických vlastností, schopnosť vnímať útvary nielen celostne, ale aj ich významné prvky a vlastnosti. Uvedené schopnosti sú determinantami nielen pre posun do ďalšej hladiny geometrického myslenia, ale najmä umožnia v rámci ďalšieho matematického vzdelávania chápať rôzne triediace kritériá, alebo hierarchické klasifikácie pojmov vrátane inkluzívnych vzťahov. Aj na základe vyššie uvedených výsledkov jednej menšej štúdie je možné významne zasiahnuť do procesu vytvárania geometrických schém, a to vytvorením vhodného stimulačného edukačného prostredia pre tých žiakov, u ktorých sme diagnostikovali konkrétne problémy týkajúce sa chápania pojmu štvorec. V prípade, že sa odhalia analogické problémy u ďalších žiakov tohto veku, je vhodné iniciovať širšiu odbornú diskusiu o potenciálnych príčinách a pokúsiť sa implementovať výskumné výsledky do praktických odporúčaní celoplošného charakteru.

Poznámka: Príspevok je súčasťou riešenia projektu projektu VEGA 1/0440/15 „Geometrické koncepcie a miskoncepcie detí predškolského a školského veku”.

Literatura

1. CROWLEY, M. L. The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In MONTGOMERY, M. (ed.) *Learning and Teaching Gemretry, K-12*. Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, Reston: National Council af Teachers af Mathematics, 1987, s.1-16
2. HEJNÝ, M. - KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. 1.vyd. Praha: Portál, 2001. 188 s. ISBN 80-7178-581-4.
3. HEJNÝ, M. a kol. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky.* Praha: UK PF v Prahe, 2004. 244 s. ISBN 80-7290-189-3.
4. KOŠČ, L. *Psychológia matematických schopností.* Bratislava: SPN, 1972. 276s.

Kontaktní adresa

RNDr. Janka Kopáčová, CSc.
Katolícka univerzita v Ružomberku, PF, KPEP
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok, SK
E-mail: jana.kopacova@gmail.com

doc. PaedDr. Katarína Žilková, PhD.
Katolícka univerzita v Ružomberku, PF, KPEP
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok, SK
E-mail:katarína@zilka.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

ZVYŠOVÁNÍ KULTURY NUMERICKÉ GRAMOTNOSTI (NEJEN) PROSTŘEDNICTVÍM DIDAKTICKÝCH HER

Eva KREJČOVÁ

Abstrakt

Současné pojetí výuky matematiky na 1. stupni základní školy sleduje odklon od jednostranné činnosti žáka a zdůrazňuje získávání poznatků a dovedností na základě mnohostranné zkušenosti prostřednictvím podnětných aktivit. Naučit žáky základním matematickým dovednostem, zvyšovat kulturu jejich numerického počítání patřilo a i nadále bude patřit k prioritním úkolům vyučování matematice. Jde však o to přizpůsobit tento proces představě „nové“ školy, školy orientované na dítě. Nezastupitelnou úlohu v této oblasti mohou dobře plnit vhodně volené didaktické hry. Vzhledem k svému charakteru a možnostem využití však přestavují doposud nedoceněné místo při naplňování požadovaných kompetencí.

Klíčová slova: matematické vzdělávání, primární škola, školská matematika, numerická gramotnost, didaktická hra

IMPROVING THE CULTURE OF NUMERACY USING (AMONGST OTHER METHODS) DIDACTICAL GAMES

Abstract

Current trends in tuition at the first stage of primary education are for students to do fewer monotone activities and to emphasie the acquisition of knowledge and skills on the basis of various experiences gained during stimulating activities. The priorities of mathematics tuition remain, as before, the teaching of basic mathematic abilities and cultivating numerical calculations. It is now our task to adapt these educational processes to the "new" child-oriented school. Well chosen didactical games can play a key role in this area. Given their character and wide range of possible applications they are still an under-valued asset in teaching students the required abilities.

Key words: mathematical education, primary school, mathematics at school, numeracy, didactical games

Dnešní doba přináší plno vymožeností – počítače, kalkulačky, „chytré“ telefony, tablety, notebooky aj., které za nás mohou teoreticky všechno vypočítat. Na jednu stranu je tato nabídka velice lákavá, přináší jisté pohodlí, je však zapotřebí se zamyslet nad tím, do jaké míry a kdy necháme tyto „mašinky“ za nás pracovat.
Nad touto otázkou se zamýšleli respondenti anonymního dotazníkového šetření (studenti kombinované formy studia oboru učitelství 1. stupně základní školy).

Jejich názory nejlépe vystihuje vyjádření studentky A. K.
„Souhlasím s využíváním různých vymožeností techniky při vyučování matematice. Než ale přistoupíme k těmto „pomocníkům“, měli bychom alespoň do určité míry naučit žáky základním počtářským dovednostem. Již od útlého věku učíme své ratolesti počítat – zjišťovat kolik máme prstíčků, ručiček, nožiček apod. S postupujícím věkem se dětem rozšiřuje kapacita jejich mozku. Počítání v tomto případě velmi pomáhá – trénuje paměť, bystří úsudek, podněcuje vnímání a logické uvažování. Jestliže v odpovídajícím věkovém období nezískáme potřebné matematické vědomosti a dovednosti, v dospělosti to už nedoženeme.“

Dobře víme, že úspěšné zvládnutí základních početních spojů sčítání, odčítání, násobení a dělení staví především na jejich důkladném procvičování. Díky jistotě při jejich provádění se žák pak může soustředit na skutečný problém. Bez osvojení si operací s čísly není možné pokročit ve studiu matematiky dále. Protože jde o učivo, které mj. klade velké nároky na paměť, je třeba při jeho osvojování volit takové metody a formy práce, které vycházejí z přirozených potřeb žáků daného věku. Předkládat činnosti, které akceptují nejvýraznější rysy jejich osobnosti. V případě žáků 1. stupně základní školy jde především o hravost, spontaneitu a aktivitu.
Nezastupitelné místo ve vzdělávání žáků mladšího školního věku v matematice zaujímají promyšleně zvolené didaktické hry. Vzhledem k svému charakteru a širokým možnostem využití představují metodu, která nenásilným způsobem přispívá k naplňování vzdělávacích cílů. Didaktické hry navozují produktivní pracovní prostředí, uvolňují a rozvíjejí tvořivý způsob uvažování, cvičí paměť, kombinační a logický úsudek.

Didaktické hry mají i další přednosti. Podle G. Pettyho *„mohou zapojovat žáky velmi intenzivně do výuky a přimět je k takovému soustředění, jakého nelze dosáhnout pomocí žádné jiné metody“*. Tato skutečnost pramení především z toho, že didaktické hry jsou zdrojem motivace. Motivace obecně je v lidském životě velice důležitá, funguje jako hnací motor. V důsledku toho pracuje lépe paměť.
Vhodně vybrané didaktické hry přitažlivým způsobem přispívají k získávání požadovaných kompetencí především tím, že

- zvyšují aktivitu a efektivitu učení,
- podněcují rozumové úsilí,
- cvičí paměť, kombinační a logický úsudek,
- zlepšují koncentraci pozornosti,
- rozvíjejí tvořivý způsob myšlení,
- přispívají k vytváření pozitivního sociálního a pracovního klimatu,
- umožňují hledat taktické a strategické postupy.

Didaktické hry mají i jiná, ve školní praxi často nedoceněná pozitiva. Tím, že vyvolávají potřebu vzájemně komunikovat, jsou vynikající vyučovací metodou. Skutečnost, že často obsahují prvky napětí a soutěživosti, nezřídka také moment překvapení, podněcuje k větší iniciativě i jinak pasivnější jedince. To samozřejmě v případě, že dbáme na dodržování pedagogicko-psychologických zásad. V tomto případě zařazováním her s prvky náhody, her skupinových, jednodušších variant apod.

K tomu, aby didaktická hra byla efektivní, je zapotřebí respektovat i další požadavky:

- hra by měla být pro děti lákavá, přitažlivá,
- měla by odpovídat jejich věkovým zvláštnostem a schopnostem,
- měla by oslovovat co nejvíce dětí,
- každá hra má mít jasná a srozumitelná pravidla,
- musí být učitelem dobře organizačně i materiálově zajištěna,
- hru nezařazujeme do hodiny náhodně, je zapotřebí vycházet z didaktického cíle,
- není důležité (ani dobré) vymýšlet na každou vyučovací jednotku novou hru (hry zpravidla žáky zaujmou až po několikerém opakování),
- rozhodneme se spíše pro hru, která zaměstnává co nejvíce smyslů (dítě myslí, vnímá a pamatuje multisenzorálně).

Jako každý jiný postup ani didaktické hry se neobejdou bez některých úskalí. Příčinou je zpravidla jejich méně promyšlený výběr. Stačí připomenout „Početního krále“ nebo „Zamrzlíka“. Hry tohoto typu mohou na většinu žáků působit spíše demotivačně. Místo, aby oslovovaly co nejvíce žáků, přispívaly k navození produktivního prostředí, mají spíše opačný účinek. Paradoxně ti, kteří si potřebují učivo nejvíce procvičit, jsou z učebního procesu záhy vyřazováni. Tato skutečnost může někdy vést ke zkreslování pohledu na přínos didaktických her ve vyučování obecně.

Naštěstí je dnes k dispozici poměrně dobrá nabídka didaktických her. Dokonce některé učební texty matematiky je v metodických příručkách uvádějí jako integrální součást vyučovací hodiny (SPN – M. Čížková, Fraus – M. Hejný).

Ukázka:

Telefonní ústředna

Didaktický cíl: Procvičování vztahů „o několik více“, „o několik méně“, „hned před“, „hned za“, „krát více“, „krát méně“ apod.

Sledované kompetence: Využívání matematického jazyka pro účelnou komunikaci. Motivace, podpora vlastního tvořivého přístupu.

Pomůcky: Karty s čísly 1, 2, … (podle počtu žáků).

Žáci představují telefonní stanice. Každý má přidělenu kartičku s číslem, která prezentuje mobilní telefon.

Začíná učitel (v případě osvojení si této hry, některý žák): „Zde číslo 9. Volám číslo o 2 větší.“ Všichni žáci počítají, sledují, zda jim „nezvoní telefon“. Ozve se účastník, jehož telefonní stanice má číslo 11. Pokračuje: „Zde číslo 11, volám stanici o 6 menší.“ Atd.

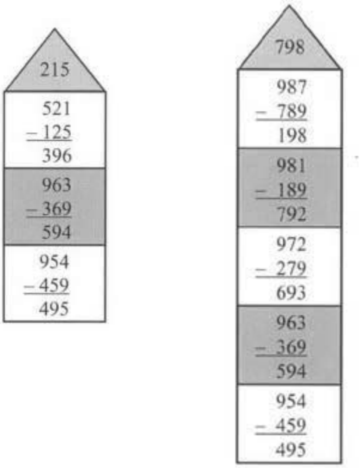
Vyučující i žáci kontrolují průběh hry. V případě, že se volaná stanice nehlásí, oznámíme její poruchu. Podobně, ozve-li se jiný účastník.

Hra sleduje aktivní zapojení všech žáků, využívá matematického jazyka pro účelnou komunikaci. Podněcuje schopnost tvořivě pracovat s čísly, přispívá k nácviku numerace a osvojování pamětného počítání.

Činnost je vhodné zařadit na úvod vyučovací hodiny jako vstupní procvičování učiva. Navozuje příznivou pracovní atmosféru, aktivizuje matematické znalosti žáků.

Postav věž
Didaktický cíl: Procvičování písemného odčítání, nácvik numerace.
Sledované kompetence: Uplatňování algoritmů, rozvíjení kombinatorických schopností a logického uvažování. Získávání pozitivního vztahu k matematice.
Pomůcky: Papír, tužka.

Žáci pracují jednotlivě. Každý si na papír vyznačí trojúhelník a do něj si zapíše libovolné trojciferné číslo sestavené z číslic 0, 1, 2, …, 9. Číslice se nesmějí opakovat.
Trojúhelník s číslem představuje vrchol věže, ke které následně „stavitelé“ přistavují jednotlivá patra: z číslic zvoleného čísla vytvoří největší a nejmenší možné trojciferné číslo. Čísla zapíší pod sebe a odečtou. Početní výkon zarámují, tím získají nejvyšší patro věže. Postup se opakuje: z číslic výsledku sestaví největší a nejmenší číslo a určí jejich rozdíl. Celý početní výkon opět graficky ohraničí a vyznačí tak další patro věže. Pokračují tak dlouho, dokud získávají nové cifry v rozdílu. Jakmile v něm obdrží číslice, z nichž již čísla sestavovali, práce končí – věž je dostavěna.



Poslední rozdíl obsahuje číslice, z nichž již další nová čísla nelze sestavit.

Závěr

Počtářské dovednosti patří ke kultuře každého jedince, jsou jednou z jeho vizitek. O tom, jaká bude, rozhoduje především způsob vyučování matematice na 1. stupni základní školy, metody a formy práce, kterými vzdělávací obsah předkládáme žákům k osvojení.

Didaktické hry patří, vzhledem ke své povaze a k širokým možnostem v oblasti vzdělávání, k velice vhodným zaměstnáním v hodinách matematiky. Mohou zapojovat žáky účinně do výuky a přimět je k takovému soustředění, jakého lze jen obtížně dosáhnout při použití jiné metody. V důsledku zvýšeného zájmu a motivaci, jež jsou hrou navozeny, mohou navíc přispívat ke zvyšování úrovně numerické gramotnosti a k větší oblíbenosti matematiky vůbec.

Literatura

1. ČÍŽKOVÁ, M. *Matematika pro 1. ročník základní školy – metodická příručka*. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, a.s., 2007, 104 s. ISBN 978-80-7253-357-6.
2. HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D., SLEZÁKOVÁ, J. *Soubor učebnic a materiálů pro matematiku a její aplikace*. Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-626-0.
3. KREJČOVÁ, E. *Hry a matematika na 1. stupni základní školy*. 2. vyd. Praha: SPN – pedagogické nakladatelství, a.s., 2014, 164 s. ISBN 978-80-7235-548-8.
4. PETTY, G. *Moderní vyučování*. 4. vyd. Praha: Portál, 2006, 380 s. ISBN 80-7367-172-7.

Kontaktní adresa

RNDr. PaedDr. Eva Krejčová, CSc.
Katedra matematiky Přírodovědecké fakulty Univerzity Hradec Králové
Rokitanského 62
500 03 Hradec Králové
Telefon + 420 493 331 466
E-mail: eva.krejcova@uhk.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

MODERNÉ TECHNOLÓGIE A PRÍSTUPY V PREGRADUÁLNEJ MATEMATICKEJ PRÍPRAVE UČITEĽOV PRE PRIMÁRNE VZDELÁVANIE[1]

Marek MOKRIŠ, Iveta SCHOLTZOVÁ

Abstrakt

Neoddeliteľnou súčasťou pregraduálnej matematickej prípravy budúcich učiteľov pre primárne vzdelávanie na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove je inkorporácia moderných technológií a prístupov. E-learningový kurz Geometria s metodikou vo svojom obsahu integruje aj monitoring vstupných poznatkov študentov. Výsledky vstupného testovania sú východiskovou bázou pre efektívnu realizáciu výučby v predmete geometria s metodikou. V akademickom roku 2015/2016 je do e-kurzu prvýkrát zaradený aj kooperačný nástroj na tvorbu spoločných prezentácií študentských teamov.

Klíčová slova: učiteľ primárneho vzdelávania, matematika, geometria, e-learningový kurz

MODERN TECHNOLOGIES AND APPROACHES TO UNDERGRADUATE MATHEMATICAL TRAINING OF TEACHERS FOR PRIMARY STAGE

Abstract

Utilisation of modern technologies and approaches to education is an inseparable part of undergraduate mathematical training of prospective primary education teachers at the Faculty of Education, University of Prešov. The e-learning course of Geometry with Methodology includes in its program monitoring of student's prior knowledge at the beginning of the course. The results of the initial testing serve as a basis for more effective teaching in the Geometry with Methodology course. The instrument for co-operative creating of students' team presentations was included into the course interface for the first time in 2015/2016 academic year.

Key words: teacher in primary education, mathematics, geometry, e-learning course

[1] Príspevok je čiastkovým výstupom projektu KEGA 013PU-4/2015 Aplikácia kooperačných a komunikačných nástrojov v e-learningových kurzoch pre učiteľov primárneho vzdelávania.

1. Úvod

Pregraduálne matematické vzdelávanie na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove je realizované s podporou e-learningu v prostredí LMS Moodle. E-learningový kurz Geometria s metodikou obsahuje vstupný test, statické i dynamické učebné materiály pre samoštúdium, úlohy na samostatnú prácu a priebežné testy. Na začiatku výučby sú každoročne monitorované poznatky študentov v oblasti geometrie (Scholtzová – Mokriš, 2013) a získané výsledky sú zdrojom informácií pre efektívnu výučbu v priebehu semestra.

2. Monitoring poznatkov z geometrie – testovanie v e-kurze

Vstupný test v predmete Geometria s metodikou obsahoval tri tematické oblasti zamerané na základný komunikačný jazyk geometrie, identifikáciu úrovne geometrickej predstavivosti a propedeutiku miery rovinného geometrického útvaru. Testovanie absolvovalo 99 študentov dennej formy štúdia zo študijných programov Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie a Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie a pedagogika psychosociálne narušených.

Testová subkategória Komunikačný jazyk obsahovala testové položky zamerané na charakteristiku základných a odvodených pojmov euklidovskej geometrie, identifikáciu a pomenovanie charakteristických vlastností základných rovinných geometrických útvarov (trojuholník – vrchol, strana, výška, ťažnica, stredná priečka; štvoruholník – vrchol, strana, uhlopriečka; kružnica – stred, polomer, priemer, tetiva).

Analýzu základných a odvodených pojmov euklidovskej geometrie budeme v tomto článku prezentovať prostredníctvom pojmu úsečka. Pri charakteristike tohto geometrického objektu boli sledované dva atribúty: atribút obojstrannej ohraničenosti (čiara, ktorá má dva krajné body) a atribút rovnosti/priamosti (čiara, ktorá je rovná/priama). Na základe odpovedí respondentov boli identifikované tieto pohľady na vymedzenie pojmu úsečka:

- úsečka ako časť priamky, ktorá je ohraničená dvoma bodmi,
- úsečka ako rovná čiara, ktorá je ohraničená dvoma bodmi,
- úsečka ako čiara (nie nutné rovná), ktorá je ohraničená dvoma bodmi,

Vo všetkých študentských odpovediach sa primárne vyskytovala požiadavka na ohraničenosť, atribút priamosti do svojich charakteristík zakomponovalo len 69 % študentov. V 11 % prípadov obsahovala charakteristika pojmu aj prepojenie na mieru úsečky.

Pri položkách zameraných na identifikáciu a pomenovanie charakteristických vlastností základných rovinných útvarov boli identifikované tieto problémové oblasti:

- tretina študentov nekorektne pomenovala charakteristické vlastnosti rovinných útvarov (napr. výška trojuholníka 23 %, ťažnica trojuholníka 30 %, stredná priečka 33 %, tetiva kružnice 48 % nekorektných identifikácií),
- 58 % študentov považuje stred kružnice za bod, ktorý patrí kružnici,
- stranu (vrchol) rovinného útvaru, resp. polomer (priemer) kružnice korektne identifikovali a pomenovali všetci študenti.

Tieto nie úplne korektné charakteristiky geometrických útvarov a ich vlastností by z pohľadu práce budúceho učiteľa na primárnom stupni vzdelávania mohli u žiakov vytvárať nepresné predstavy o základných geometrických objektoch a ich vlastnostiach.

Testová subkategória Geometrická predstavivosť obsahovala položky zamerané na identifikáciu a pomenovanie vzájomnej polohy dvoch priamok v priestore, mentálnu manipuláciu so sieťou kocky a identifikáciu plánu stavby zodpovedajúcemu danej stavbe z kociek.

Priestorovú predstavivosť bola analyzovaná len prostredníctvom nástrojov školskej geometrie, z tohto dôvodu ju budeme v tejto práci vnímať len ako geometrickú predstavivosť. V tejto testovej subkategórii sme očakávali vysokú úroveň úspešnosti, nakoľko dominantná časť testových položiek obsahovala úlohy vhodné pre žiakov mladšieho školského veku. Miera úspešnosti riešenia týchto úloh študentmi však bola len na úrovni 56 %.

Úspešnosť vyriešenia jednotlivých testových položiek:

- len 38 % študentov dokázalo korektne interpretovať grafickú prezentáciu vzájomnej polohy dvoch priamok v priestore,
- 57 % študentov bolo úspešných pri mentálnej manipulácii so sieťou kocky, 34 % bolo čiastočne úspešných a 9 % študentov túto úlohy nevedelo vyriešiť,
- školskú úlohu integrujúcu pohľady na stavbu z kociek s plánom stavby z kociek úplne správne vyriešilo 56 % študentov a 9 % študentov túto problémovú situáciu nevedelo vôbec vyriešiť.

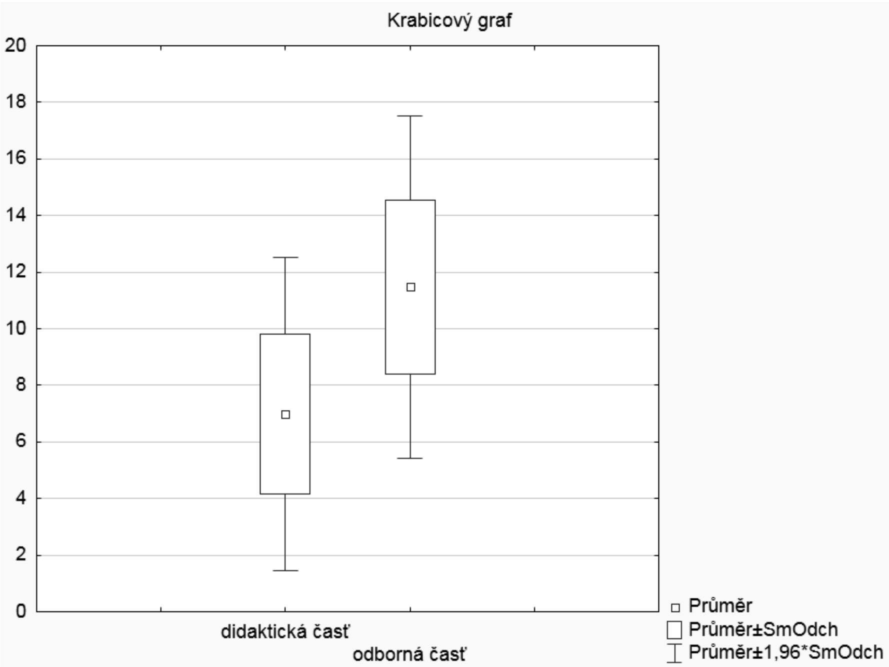
Všetky testové položky z oblasti Geometrickej predstavivosti úspešne vyriešilo len 17 % študentov, čo je z pohľadu ich budúcej profesijnej potreby rozvíjania priestorovej predstavivosti u žiakov mladšieho školského veku nie dobrým ukazovateľov ich profesijnej erudície.

Testová subkategória Miera rovinného geometrického útvaru obsahovala testové položky zamerané na základné a odvodené jednotky dĺžky a vzťahy medzi nimi a problematiku merania obvodu a obsahu *n*-uholníka umiestneného v štvorcovej sieti.

Bolo zistené, že 9 % študentov nepozná základnú jednotku v medzinárodnej sústave SI slúžiacu na meranie dĺžok. Najčastejšou nesprávnou odpoveďou bola jednotka centimeter. Skúmané boli aj vedomosti študentov o vzťahu medzi základnou jednotkou a odvodenými jednotkami (4 % nesprávnych odpovedí), medzi odvodenými jednotkami navzájom (19 % nesprávnych odpovedí) a medzi neštandardnými jednotkami dĺžky, s ktorými sa môžeme stretnúť v reálnom živote (napr. palec) a odvodenými jednotkami (napr. centimeter). Túto úlohu úspešne zvládlo len 53 % študentov. S výnimkou poslednej testovej položky, úlohy predstavovali problematiku, ktorú by mal zvládnuť aj žiak štvrtého ročníka základnej školy. Dosiahnuté výsledky pomerne početnej skupiny študentov dokumentujú nie celkom dostatočnú úroveň ich poznatkov v danej oblasti. U danej skupiny študentov je preto potrebné zamerať pozornosť vo väčšej miere na problematiku práce s jednotkami dĺžky.

Pri téme obvod a obsah rovinného útvaru bolo hodnotené určenie veľkosti útvaru a príslušnej rozmerovej jednotky. Určiť veľkosť obvodu *n*-uholníka umiestneného vo štvorcovej sieti (strany *n*-uholníka boli iba vodorovné alebo zvislé úsečky vo štvorcovej sieti) nezvládlo 28 % študentov. Nekorektnú rozmerovú jednotku pre daný rovinný útvar uviedlo 21 % študentov. Určiť veľkosť obsahu tupouhlého trojuholníka umiestneného vo štvorcovej sieti (s vrcholmi v bodoch štvorcovej siete) zvládli len 2 % študentov, rozmerovú jednotku korektne priradilo 87 % študentov.

Vstupný test bol analyzovaný aj z pohľadu odborných a didaktických kompetencií študentov. Testové položky skúmajúce didaktickú zložku geometrie vychádzali z obsahu vyučovaných elementov geometrie na primárnom stupni vzdelávania na Slovensku. Boli konštruované tak, aby ich mohol vyriešiť aj žiak mladšieho školského veku. Opätovne bolo zistené (Scholtzová – Mokriš, 2013), že vstupné vedomosti študentov z odbornej časti geometrie sú na lepšej úrovni ako ich didaktické kompetencie (pozri Graf 1). Daný fakt súvisí aj s ich doterajším štúdiom, kde študenti neabsolvovali disciplínu zaoberajúcu sa metodikou vyučovania geometrie na primárnom stupni vzdelávania.



Graf 1 Úspešnosť študentov v didaktickej a odbornej časti vstupného testu

Analýza výsledkov vstupného monitoringu ukazuje nevyhnutnosť zamerania pozornosti hlavne na metodiku vyučovania geometrie, t. j rozvíjanie didaktických kompetencií študentov – budúcich učiteľov.

3. Záver

Už od roku 2005 je pregraduálne vzdelávanie na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove realizované s podporou e-learningu v prostredí LMS Moodle. Aj pre matematické disciplíny boli vytvárané a v edukačnom procese používané e-learningové kurzy. Priebežne boli tieto e-kurzy aktualizované. Vychádzajúc zo skúseností pedagógov na PF PU v Prešove (Burgerová – Adamkovičová, 2014) je v súčasnosti, v letnom semestri akademického roka 2015/2016, v rámci projektu KEGA 013PU-4/2015 Aplikácia kooperačných a komunikačných nástrojov v e-learningových kurzoch pre učiteľov primárneho vzdelávania, inovovaný e-lerningového kurzu Geometria s metodikou v zmysle inkorporácie kooperačných nástrojov do kurzu. Seminárna práca didaktického charakteru, ktorá je súčasťou priebežného hodnotenia v predmete, je študentmi vytváraná priamo v prostredí LMS Moodle - kooperačný nástroj Wiki. Študentské teamy (3 – 5 študentov) pracujú na spoločnom zadaní. Každý team má spracovať jednu z piatich tém tak, že v seminárnej práci v danom tematickom okruhu je potrebné vypracovať:

- metodický postup sprístupnenia nového učiva,
- zvoliť jednu úlohu z daného tematického okruhu a na nej prezentovať metodický postup jej riešenia.

Na vypracovaní seminárnej práce sa musia podieľať všetci členovia riešiteľského teamu a pedagóg má možnosť v LMS Moodle monitorovať podiel každého študenta na spoločnej prezentácii. Výsledkom práce študentov by mal byť rozsiahly metodický materiál vhodný pre prípravu budúcich pedagógov na výučbu geometrie v primárnom vzdelávaní, ktorý bude k dispozícii všetkým študentom. Tento nový prístup v rámci výučby predmetu Geometria s metodikou by mal prispieť ku skvalitneniu didaktických kompetencií budúcich učiteľov pre vyučovanie geometrie na 1. stupni základnej školy.

Literatúra

1. SCHOLTZOVÁ, I. – MOKRIŠ, M. Diagnostika študijných predpokladov z geometrie v prostredí Moodle. In *Súčasné trendy elektronického vzdelávania* Prešov: Prešovská univerzita v Prešove, 2013. s. 173 - 177. ISBN 978-80-555-0745-3.
2. BURGEROVÁ, J. – ADAMKOVIČOVÁ, M. *Vybrané aspekty komunikačnej dimenzie e-learningu.* 1. vyd. Prešov: PF PU v Prešove, 2014. 160 s. ISBN 978-80-555-1146-7.

Kontaktní adresa

Mgr. Marek Mokriš, PhD., doc. RNDr. Iveta Scholtzová, PhD.,
Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. novembra, č. 15, 081 01 Prešov, Slovakia
Telefon: +421 51 7470 544 (541)
E-mail: marek.mokris@unipo.sk, iveta.scholtzova@unipo.sk,

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

INTERDISCIPLINARITY AS AN INQUIRY: CREATING NEW SPACES FOR MATHEMATICS ACROSS SCIENCE IN PRIMARY SCHOOLS

Mohamed NOUH, Nermeen EL-DEFRAWI

Abstract

Interdisciplinarity is an inquiry to create new spaces and integrations. Moreover, it is an approach to education with the object of fulfilling the unity of knowledge within the curriculum. Four main issues face this concept. First, the nature of the discipline itself, as it consists of concepts, operations, relations, common notions, propositions and thinking methods related to its origin and development. Second, the relevance of this concept to other concepts such as multidisciplinary, application and conceptuality. Third, its effect on the identity of the discipline itself. Fourth, the difficulties in creating a curriculum model to integrate math and science by educators in primary schools. This paper will provide a discussion of these ideas. It will present a model for interdisciplinary across mathematics and science in primary schools, by using descriptive analysis of the content of some pupils' textbooks in mathematics and science in Egypt. This model will serve both in-service and pre-service teachers.

Key words: Interdisciplinary, Inquiry, Mathematics, Science, Primary Schools

Interdisciplinarity is an inquiry, which reflects participatory bridges and mappings across the distinctive kinds of disciplines and educational experiences. This concept could be represented in four fields: Academic Disciplines, Social Science, Laboratories Fields and Curriculum/Education. The basic role of Interdisciplinary is to create new spaces which generate new visions, new methods of thinking, new contexts and critical issues among disciplines. This role can have rooting ideas, such as comprehensive knowledge, participatory responsibility of sciences (sciences for all sciences and all societies, sciences as institution, etc.).

The paper discusses these ideas, especially the interference of mathematics across science in primary school curriculum. This discussion is based on four parts:

1. The Critical Conceptual Issues:

A. The nature of the discipline itself: Each discipline consists of concepts, foundations and thinking methods/language related to its origin and development. Mathematics has special concepts, as number, ratio, point, line, plane, sets, equation, function, etc. These concepts have the following specific characters:

I. Its conceptual schema and abstraction models.
II. It has more faces, (number is an abstract concept, and it captures and models the universe and its language of life. Number is a real business).
III. It has power and can have a “transition to” and a “moving in” other disciplines' structures.
IV. It has linguistic and logical features.

In case of relationships between “discipline/math” and “interdisciplinary”, the mathematical concepts as number ratio and function become conceptual mappings or “conceptual lens (Erickson, 1998, p. 75).

The other face related to concepts is of what is “mathematical”, such as reasoning and intuition, which is organizing the space of interdisciplinary. David (1996) states that: the analytical qualities of mathematical are: “abstraction, generalization, classifications, rigor, deduction, formalization, power” (P: 94).

In the same way, the discipline of science includes concepts, generalizations, and scientific processes. Scientific concepts such as (force, energy, balance ....), are also representing both conceptual schema and natural models and have many logical and linguistic aspects. The scientific is represented in this discipline in observation, classification, experimentation, reflective thinking, etc. These processes help to see the idea of multiple contexts of science (cultural, social, etc.)

Both disciplines (Math / Science) consist of concepts, generalizations and cognitive processes. But the distinctive point between the two disciplines is that mathematics is based on the abstraction and deduction while science is based mostly on experimentation and induction.

B. The relevance of this concept –interdisciplinary- to other terminologies such as: multidisciplinary, application, contexts, connections and unity. According to the literature, there is a difference between the authentic meaning of interdisciplinary and these terminologies, but these terms cannot be excluded especially applications and connections which help to create the idea of "unite theme” (Erickson, 1998, p: 69).

C. The association with the identity of the disciplines within interdisciplinary: It can be analyzed as follow:
   I. Each discipline (Math / Science) keeps its essential identity in interdisciplinary, where the mathematical concepts keep the same logical and abstract nature, while the scientific nature is still the fundamental characteristic scientific concepts.
   II. There are interdependent relationships between multiple disciplines, where the discipline of mathematics affects the discipline of science and vice versa. These interdependent relationships provide the framework of an additional understanding of the concepts and widen its scope applications.
   III. In interdisciplinary, we are dealing with unifying concepts and major generalizations which reduced many of the facts in both disciplines.
   IV. Whenever there is a deep integration between fields per discipline (intra-disciplinary), more sharing is created with other disciplines.

V. When more caring is given to the perspective of meta-cognation in interdisciplinary context, the learning go further than primitive integration between the disciplines (Math / Science).

D. The challenges and obstacles of the teachers of mathematics and science in order to create a model in mathematics across science in primary school curriculum. This paper illuminates the most important of these needs, as the following:

I. The multiple understanding about interdisciplinary by the teachers of science and mathematics. There is still a superficial understanding of the meaning of math across science (as the application of some mathematical concepts or operation in science, or as using some scientific examples in teaching math).
II. The difficulties associated with teacher’s perception of mathematical / scientific knowledge in contexts. This knowledge is focused by teachers on facts and procedures without any comprehensive understanding to embed this knowledge in multi-contexts.
III. A shortage of teachers' training to be able to percept the value of participating working in classroom, as the collaborative teaching and the participatory learning, which reflects the interdisciplinary as inquiry in classroom.
IV. Teachers of math and science need to create “integration perspective”, which can be used for establishing bridges between mathematics and science in three dimensions: concepts, processes and context.
V. The challenges in dealing with metacognition by teachers: There is a greater emphasis on limited cognitive teaching in Math / Science without ant upgrading to metacognition processes. There is an emphasis on the meaning of Math / Science as procedures and concepts rather than emphasizing “meta-meaning “of these concepts.

2. A model for math across science in primary schools:

The proposed model (figure 1) illuminates three dimensions:

- The first dimension reflects the discipline content (Math / Science). The central idea here is constructing an integrative dynamic content across two disciplines, which reflect the integration within conceptual objects (ratio, sets, refraction, density, etc.).
- The second dimension reflects the processes (classification, abstracting.…) which are presented in two disciplines (Math / Science).
- The third dimension reflects the open contexts or inter-contexts which go beyond the traditional limited applications, and look forward to future goals such as: lifelong learning and thinking for future. This proposed model can be used in constructing learning activates which activate interdisciplinary idea at kindergarten, primary school and secondary school.

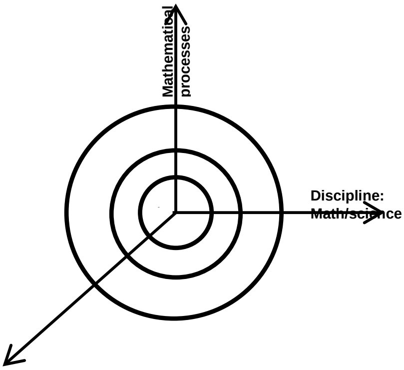


Figure 1

3. Guiding frameworks for interdisciplinary:

According to this model, this paper presents an example for teaching math across science in 5th primary grade in Egypt.

1. Defining the "study theme" which is: Mathematical System for Scientific Reflection.
2. Describing the content of Grad 5th pupils' textbooks in mathematics and science at 2015/2016 in Egypt, in order to determine the conceptual objects. The results came according to the following table:

Mathematics content	Scientific concepts
1. Fractions: • Comparing and ordering fractions. • Operations (multiplying/ dividing) on fraction.	1. Energy: • Light (properties of light-seeing colored objects) • Magnetism (properties of magnet-magnetism and electricity)
2. Sets: • What is a set? • Properties, operation and relation for sets.	2. Mixtures: • Properties and formation of mixtures. • Separation of mixtures. • Solutions (types-formation-solubility-
3. Geometry: • Drawing triangle and some geometric shapes; altitude.	3. Environmental balance: • Food relationships among living organisms. • Environmental Balance.
4. Probability: • Experimental Probability. • Theoretical Probability.	4. Friction: • What is friction? • Friction Applications.

Mathematics content	Scientific concepts
5. Natural Number: • What is a natural number (relation-operation).	5. Circulatory system & Urinary system: • Circulatory system and circulation. • Excretion and human urinary system.
6. Equations: • Mathematical (Expressions – Variable - Equations)	6. The soil: • Types and properties of soil. • Soil pollution and protection.
7. Measurement: • Calculate the area of some geometric shape.	
8. Geometric transformation: • Symmetrical figures and axis of symmetry. • Locating points on a ray.	
9. Statistics: • Organizing data. • Reading tables and line graph. • Representing data.	

Table 1 The content of Grad 5th pupils' textbooks in mathematics and science at 2015/2016 in Egypt.

3. Describing the major processes which display and embed " integration base " within and among the two disciplines (math and science), according to table (2):

Mathematical processes	Scientific processes
• Intuitions. • Problem-solving. • Reasoning. • Connections. • Communications. • Classification. • Analysis. • Generalization. • Abstraction.	• Observation; induction. • Classification. • Interpretation. • Hypothesizing; deduction. • Experimentation. • Modeling. • Generalization. • Prediction.

Table (2): Major processes in the two disciplines (math and science).

Formulating the inquiry questions on the study theme of the model:

Inquiry questions are critical mappings focusing on several ideas such as inquiry learning and conceptual learning, which are based on thinking about mathematical/ scientific concepts and patterns. The main idea behind the inquiry questions is to examine:

I. To what extent the learner builds a clear mental schema associated with the concepts of the study theme.
II. To what extent the learner uses the language skills (reading - writing – listening-speaking) to learn study theme, where the language has a vital role in the development of the learner's motivation to learn.
III. Learner's ability to use problem solving skills in (Math / Science) which reflect math across science (doing Math / doing science).
IV. Learner's ability to use mathematical/scientific reasoning in learning.

Formulating interactive activities, which is based on two fundamental principles:

I. The purpose of these activities, which is focusing on doing mathematics / science in an integrative and generalized cognitive contexts.
II. The design of these activities in unites or modules, which is based on coherent integration between mathematics and science according to the theme “Mathematical System for Scientific Reflection”, major processes, inquiry questions and content. It consists of sensible and abstract activities. ” There should be coherent link between the activities, the questions and the understanding.” (Erickson, 1998, p: 97).

Formulating assessment activities, based on two essential aspects: performance tasks “what, why and how” and assessments form (quizzes, M.C.Q, authentic assessment, project) (Erickson, 1998, p: 144-145).

4. Implementing the model:

This paper is presenting an example to implement the proposed model. This example is based on:

1 The study theme: Mathematical System for Scientific Reflection.
2 The unit theme: The role of motion geometry in natural and scientific environments.
3 The frameworks of the model:
Text books of mathematics and science are, in general, separated. Mathematics concepts (reflection, symmetric and transformation) and scientific concepts (reflection, refraction and splitting) are taught separately, while the proposed framework is focusing on student’s understanding of the unit’s theme. In an integrated approach, when we teach the formation of the image in the mirror, we use the scientific knowledge (reflecting the light rays in one direction from the surface) and mathematical knowledge (formation of the image of geometric shape across the line which is a mirror in this case).

Grad 5th	1-Study Theme	Mathematical System for Scientific Reflection
	1-1 unit's theme	The role of motion geometry in natural and scientific environments.

Mathematics content:

- Symmetry.
- Geometric transformations: (Reflection-Translation-Rotation)

Reflection across a line:

- The meaning of the reflection across the line as geometric transformation.
- The image of a point by reflection.
- The image of a line segment by reflection.
- The image of a geometric figure by reflection.

Scientific processes:

1. Formation questions.
2. Conduct organized observation..
3. Construction corresponding.
4. Design an experiment to prove regular/irregular.
5. Make accurate measurements.
6. Collecting experimental data.
7. Classified cases into the two kind of reflection.
8. Interpretation data upon the experimentation.
9. Propose alternative explanations.
10. Generalization.
11. Appreciation

The role of motion geometry in natural and scientific environments.

Mathematical processes:

1. Imagination.
2. Induction.
3. Construction corresponding.
4. Determine image for reflected figures in environments.
5. Interpretation of information.
6. Evaluation of information.
7. Generalization.
8. Appreciation.

scientific content:

- Sources of light.
- Properties of light: (Transmitting-reflection-refraction-splitting)

properties of light:

- Visible spectrum.
- What is a reflection as bouncing of light rays?
- The light reflection.
- Regular reflection.
- Irregular reflection.
- Light Refraction.
- Splitting of Light.

Inquiry questions	*The student answer the following questions through performance of tasks:* 1- To what extent is perception formed to symmetrical figure in the environment? 2- How to develop meaningful concept for reflection? 3- Compare the reflection of geometric figures and the reflection as scientific term in the natural phenomena as (light and sound)? 4- Form mathematics generalizations linking the idea of symmetry and reflection in the environment? 5- Classify gained knowledge into two kind of reflection (regular-irregular)? 6- Observe the phenomena of light reflection? 7- Explain how light splitting by prism into spectrum? 8- Evaluate the position and transition of geometric figures and natural objects in the system named "Geometric Transformations"? 9- Appreciate the value of theme:" The role of motion geometry in natural and scientific environments "in understanding the surrounded environment. 10- Use the theme:" The role of motion geometry in natural and scientific environments "in explaining another unfamiliar phenomenon.
Interactive activity	1- Discuss observations and ideas formed by students about the shape of their images in the house mirror. 2- Working in small cooperative groups to create the list of geometric shapes and natural phenomena which they see symmetry, reflection and rotation around axes or points. 3- Discuss observations and ideas formed by students about reflection of light when it falls on different surface (mirror, glass, rough and ….) 4- Participate in small cooperative groups to procedure exploratory experiments for feeling and interpretation of the reflection of light in the environment. 5- Organize experimental information , and formulate some initial hypotheses about the nature of light reflection 6- Describe and analyze the results of exploratory experiments using understanding of geometric transformation. 7- Conclusion list of some generalizations (Math / Science) associated with the idea of reflection. 8- Prepare an oral presentation explain the value of concepts and experimental conclusions (what happens if you do not understand the role of the reflection of light in your live) 9- Writing self-reports express their appreciation and their communication about scientific phenomenon.

<table>
<tr>
<td>Assessment
(performance tasks)</td>
<td>

What: to find out what student know, understand, and able to do as the result of teaching-learning this unit:
1- Find geometric forms images by reflection around the axis.
2- Describes the properties of reflection, symmetry and rotation about an axis or point.
3- Procedure mathematical experiments to explain the transmission of some geometric shapes and environmental objects.
4- Inferred mathematics generalizations through experimentation about reflection and transmission figures around the axis.
5- Design experiment shows the reflection of light on different surfaces.
6- Classification of various real- life phenomena by the concepts of reflection (regular - irregular).
7- The interpretation of data derived from these experiments.
Why: to find out the importance of teaching the unit theme,(meta-meaning):
1- Select and use mathematics concept in interpretation the scientific concept.
2- Apply mathematical calculation in quantifying scientific data.
3- Predict the results derived from the experiments, which associated with the properties of reflection, rotation and translation.
4- Created reflections on the results related to the properties of reflection and translation, and rotation as a scientific concept (Mathematics - Science).
How: to know how we want students represent their deep understanding of why by using many pattern of assessment:
1- Interviewing small groups for discussion in their reports (teacher versus group, group versus group, a pupil versus group), to clarify the deep understanding of this phenomenon.
2- Writing research reports by various technological resources about modern and contemporary applications of the idea of reflection.
3- Use some diagnostic tests to discover the misconception on the study theme:” Mathematical System for Scientific Reflection”.
4- Use constructivism testing in order to enrich learning the unit theme: “The role of motion geometry in natural and scientific environments”.

</td>
</tr>
</table>

Summary:

Interdisciplinarity, as inquiry, is a complex and vital concept . It has many aspects, because of its association with multiple domains and many processes. This concept requires a deep understanding of the nature of each separated discipline, as well as the nature of the bridges established between various disciplines.

It is a meaningful idea in both the academic scientific research and the field of education because it has valuable results contributing in the production of new knowledge for change. It represents an essential approach to move forward towards the idea of change and reform of curriculum in schools.

There are two critical features of interdisciplinary. First the integration of different disciplines. Second, teaching and learning should be based on advanced academic standards and metacognition processes, further than collecting the information and facts.

In our country Egypt we are going to reform our educational curricula in the light of contemporary and recent concepts such as interdisciplinary, and when representing the objectives of this concept in pupil's books, the learners should be aware of how math is integrated with science and vice versa, and how math and science integrate with other disciplines.

The other point that should capture our attention, is how to represent this concept realistically (theoretically/practically) in educational courses taught by pre service teachers in the faculties of education, and how to represent this concept in teachers' training programs in different disciplines (Mathematics, Science, Language, Social Studies, etc.). In general, Interdisciplinary requires a lot of reflections to go forward in the future of education. The vision is how to render education to be a power and a lighthouse.

References:

1. DAVIS, B . (1996). Teaching Mathematics, Toward a Sound Alternative .New York, London, Garland Pub, Inc.
2. ERICKSON, H. LYNN. (1998). Concept-Based Curriculum and Instruction, Teaching Beyond the Facts. California, Corwin Press, Inc.
3. Ministry of Education. (2015-2016).Science &You, Fifth Primary, Student's Book, Arab Republic of Egypt, BOOK SECTOR.
4. Ministry of Education. (2015-2016). Mathematics, Fifth Primary, Student's Book, Arab Republic of Egypt, BOOK SECTOR.

Contact address:

Prof. Dr. Mohamed NOUH, Ph.D.
Prof. of Curricula & Math Education
Curricula & Methodology Department
Faculty of Education, University of Alexandria
Mobil: +01006960051
E-mail:Prof_Mouhamedn@yahoo.com

Dr. Nermeen EL-DEFRAWI, Ph.D.
Assistant Prof. of Curricula & Science Education, Curricula & Science Education, Faculty of Education, University of Alexandria
Mobil: +01005733847
E-mail: ner_defrawi@yahoo.com

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

OČI DO VESMÍRU

Eva NOVÁKOVÁ

Abstrakt

V příspěvku uvádíme jeden z dílčích výstupů výzkumného ověřování námětů na uplatnění mezipředmětových souvislostí matematiky, přírodovědy a vlastivědy v prostředí primární školy. Je analyzována jedna z výukových situací, motivovaná informací z tištěných médií. Aktivita byla rozpracována v rámci projektu „Matematika v médiích“, na jehož řešení se autorka příspěvku podílela. Naznačuje, jak žáci 5. ročníku ZŠ na vhodně zvolených situacích a úlohách z běžného života mohou objevovat vzájemné souvislosti z různých oborů a přitom aplikovat osvojené matematické znalosti.

Klíčová slova: Matematika, média, didaktická událost

EYES TO THE SPACE

Abstract

In our article we present a particular output of the research which was focused on the application of interdisciplinary connections of mathematics, natural science and geography in primary school education. One of the learning situations inspired by information from magazine was analyzed. The activity itself was developed within the project "Math in the Media". The author is one of the researchers of the project. The contribution indicates how 5th grade students of elementary school can explore mutual connections of different disciplines on a suitable everyday life situations and problems, while applying already acquired mathematical knowledge.

Key words: Math, media, didactic incidents

1. Úvod

Projekt, v jehož rámci byla aktivita realizována a následně analyzována, byl zaměřen na využití textů z tištěných médií nebo šířených internetem pro rozvoj čtenářské gramotnosti žáků ve výuce matematiky. Zvolený text, doprovázený barevnými fotografiemi s popiskami, popularizuje soudobé vědecké poznatky o využití teleskopů k pozorování vesmíru (Zdroj: *Junior. Oči do vesmíru. Praha: RF Hobby, s r.o, 2015, č. 2, 2006)* a podněcuje k seznamování s matematickými a přírodovědnými (fyzikálními) pojmy. Předpokládá určitou úroveň čtenářské gramotnosti žáků, která umožní porozumění obsahu textu s řadou odborných termínů. Vyžaduje dostatečné soustředění a pozornost, jeho cílem je co nejpřesněji porozumět zadávanému úkolu, usuzovat a hodnotit na základě vyhledání konkrétních informaci v textu.

Význam práce s informacemi dokládá zařazení tematického okruhu Závislosti a práce s daty do Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání. Žák se učí pracovat s daty a to na různých úrovních. Tato dovednost prostupuje celým výukovým procesem 1. stupně základní školy a to od samého počátku, kdy se žák učí číst. Nejprve se učí informace vyhledávat. Informace získává na základě porozumění souvislému textu, heslovitému zadání, obrázku i na základě jiných zdrojů. Zjištěné údaje dále zpracovává. Jednou z možností, jak získané údaje zpřehlednit, je jejich uspořádání do tabulky. K této dovednosti musí žák dospět postupně. Důležité zároveň je, aby takto zpracovaným informacím rozuměl a uměl je použít/dále aplikovat.

2. Cíl a metodika

Cílem bylo ověřit, zda lze populárně odborného textu využít v prostředí výuky matematiky v 5. ročníku ZŠ jako nástroje k objevování poznatků z různých oborů a přitom aplikovat osvojené matematické znalosti. Metodologický přístup je inspirován metodikou klíčových didaktických událostí (*critical didactic incident*s - CDI), která spadá do okruhu kvalitativní metodologie. Jejím základem je přímé pozorování pracovní činnosti žáků, které je vhodně doplňováno reflexí po akci (Amade-Escot in Slavík, J. et al., 2014). V našem výzkumu se autorka příspěvku účastnila přímého pozorování výuky a následné společné kolegiální reflexe s učitelkou formou pohospitačního rozboru. Činnost jednotlivých žáků, skupin i učitelky byla dokumentována řadou fotografií a videozáznamem. Akcent na mikroanalýzu výukových situací spojenou se zaměřením na specifický obsah učení vychází z konstruktivistického pohledu na vlastní žákovo utváření znalostí a z cílového požadavku dosáhnout u žáka nejvyšší možné míry porozumění obsahu i kognitivní aktivizace.

Pro následnou realizaci aktivity byl zpracován soubor úloh, které z textu vycházejí nejen tematicky, ale především obsahově. Vztahovaly se k informacím na obrázku a v textu o čtyřech moderních teleskopech, umístěných na různých místech zeměkoule.

3. Průběh ověřování a jeho záznam

Role učitele zde měla charakter pozorovatele, koordinátora, který citlivě reaguje na vzniklou situaci. Po společném úvodu a zadání práce učitel monitoruje práci skupin, a to jak z pohledu pedagogicko-psychologického, tak oborově didaktického. Vstupuje do práce žáků v případě potřeby jejich aktivizace či korekce. U některých žáků klesá motivace vlivem délky projektu, pro některé je obtížný některý z úkolů. Učitel sleduje diskusi žáků nad řešením úloh, kterou v případě potřeby podpoří vhodným dotazem.

Pro vytvoření pracovních skupin jsme využili obrázky čtyř dalekohledů, které jsou součástí úvodního textu. Každý žák si vylosoval složený lísteček s obrázkem a informacemi o jednom dalekohledu. Žáci vytvářeli skupiny, ve kterých se „sešly" různé dalekohledy. Pro lepší kooperaci i porozumění bylo zdůrazněno, že každý zaznamenává údaje o svém teleskopu a na konci musí všichni členové skupin být schopni obhájit řešení jednotlivých úkolů celé skupiny.

Každý teleskop byl opatřen obrázkem, názvem i tabulkou s bližšími heslovitě zpracovanými informacemi. Žák pracoval se strukturovaným textem, který umožňoval žákům seznámit se s fyzikálními pojmy (dalekohled, zrcadlo, gravitace apod.). Pokud pojmům ihned neporozuměl, v rámci pracovní skupiny si své názory a poznatky vyjasňovali, vzájemně komunikovali V textu dále uvádíme pouze dvě aktivity z celého souboru šesti aktivit, které byly danému textu věnovány.

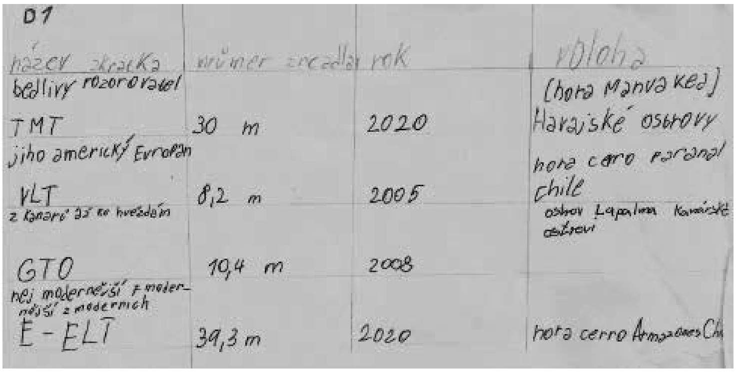
A1: Pečlivě si přečtěte text u fotografií čtyř dalekohledů. Vytvořte tabulku, do které přehledně zaznamenáte údaje o každém dalekohledu:

- *název dalekohledu a jeho zkratku,*
- *místo, kde byl postaven (hora, země, světadíl),*
- *rok, kdy byl (případně bude) uveden do provozu,*
- *průměr zrcadla.*

Cílem prvního úkolu je ukázat žákům skrze jejich vlastní práci, jak je možné zpřehlednit větší množství dat. Způsob zpracování dat do tabulky není pro žáky nový, s informacemi zpracovanými v tabulce se setkávají v hodinách matematiky i jiných předmětů, jakož i v "mimoškolské" realitě. Ne vždy jsou ale takovému způsobu práce vedeni nebo mají potřebu sami tabulku tvořit. Pro tuto dovednost již musí umět data třídit, každé ze skupin informací nalézt slovo nadřazené (záhlaví řádků a sloupců).

První úkol vede k vyhledávání informací a jejich zpracování do tabulky. Protože jde o úkol pro danou věkovou skupinu obtížnější, jsou žákům nabídnuty kategorie, které mají sledovat. Tyto informace tvoří v tabulkách záhlaví sloupců či řádků.

Každý žák ve skupině doplnil do tabulky hodnoty pro svůj dalekohled. Průměr zrcadla teleskopu (kruhu) byl zadán většinou pomoci desetinných čísel. Při opisu žáci neprokazovali míru porozumění číslu, důležitý byl přesný opis. Obdobný jev nastal při opisu názvů teleskopů i jejich polohy.


D1

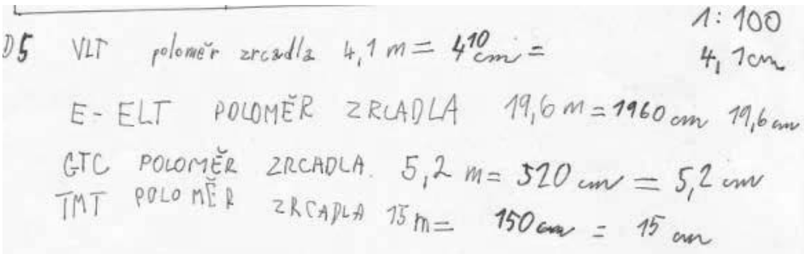
název zkratka	průměr zrcadla	rok	poloha
bedlivý pozorovatel			(hora Manva Kea)
TMT	30 m	2020	Havajské ostrovy
jiho americký Evropan			hora cero paranal
VLT	8,2 m	2005	chile
z kanárů až ke hvězdám			ostrov Lapalma Kanárské ostrovi
GTO	10,4 m	2008	
nej modernější z moder-nější z moderních			
E-ELT	39,3 m	2020	hora cerro Armazones Ch

Obrázek 1 Ukázka žákovského řešení zpracování údajů do tabulky

A5: Vytvořte zmenšené a zjednodušené papírové modely zrcadel (budeme předpokládat, že zrcadlo má tvar kruhu).
Postup:

- *vypočítejte poloměry jednotlivých zrcadel,*
- *narýsujte kružnice daných poloměrů v měřítku 1 : 100,*
- *přesně vystřihněte kruhy a označte je příslušnou zkratkou,*
- *seřaďte modely zrcadel podle libovolných kritérií a nalepte je na velký papír. Můžete využit libovolný směr (zleva doprava, shora dolů, šikmo nahoru). Princip řazení zapiš a označ barevnou šipkou.*

Již v první části této úlohy je nutné pochopení desetinných čísel, a to nejen v podobě představy čísla, ale i operací s ním. Pro výpočet poloměrů jednotlivých zrcadel žáci pracovali s údaji zapsanými v druhém sloupci tabulky. Uvědomili si vztah mezi poloměrem a průměrem kruhu. Při výpočtu využívali pomůcky, se kterými byli dříve seznámeni a které jsou volně k dispozici ve třídě. I přesto, že výpočty nebyly vždy přesné, prokázali žáci dobré pochopení dělení desetinných čísel i schopnost zvolit adekvátní postup řešení problémové situace. Převod jednotek z metru na centimetry zvládli někteří žáci bez podpory, jiní vyhledali/použili tabulky převodních jednotek, které jsou volně ve třídě k dispozici. Získanou hodnotu nakonec vyjádřili v určeném poměru 1:100. Někteří žáci nesprávně zapsali rovnost (4,1m = 410cm = 4,1cm).



Obrázek 2 Ukázka různých zápisů poloměrů zrcadel

Při následujících třech částech úkolu využili žáci dovednost rýsování, přesného stříhání. V závěrečné fázi zvolili vhodné uspořádání vzniklých modelů zrcadel, které přehledně umístili na arch balicího papíru.

Pro práci žáků se ukázala významná jejich spolupráce, komunikace, samozřejmost, s jakou vhodně volili pomůcky potřebné k řešení úkolu, i dobré porozumění pojmů pro žáky čtvrtého ročníku obtížných (desetinná čísla, měřítko) a práce s nimi. Zmíněné jevy jsou přirozeným důsledkem cíleného pedagogického působení učitelky.

4. Shrnutí, závěry

Rozsah příspěvku umožnil pouze popis průběhu dvou aktivit jednoho tématu. Analýza výstupů našeho výzkumu, který zachytil šest různých zpracovaných témat (Nováková, 2015, Nováková, 2016) vychází ze souboru otevřených dokumentačních záznamů hospitovaných hodin. Byla provedena ve spolupráci s vyučující učitelkou, zkušenou pedagožkou s téměř dvacetiletou profesní praxí. Tato analýza potvrdila, že experimentování a badatelsky orientovaná výuka klade značné nároky na profesní kompetence učitele, na poznatkovou bázi učitelství, mimo jiné na „znalost oboru i didaktických přístupů k němu, znalost kurikula a na uplatnění těchto znalostí v praxi a také na umění kvalifikovaně reagovat na projevy žáků a schopnost využít je jako přínos pro vyučování“ (Tichá, 2012, s. 25).

Patrná je i značná náročnost na přípravu a organizaci činností, materiální zdroje a s ní omezené možnosti realizace v běžné edukační realitě. Uvědomujeme si, že i když učitel předem připraví scénář v podobě podrobného rozpracování připravené aktivity, nemůže se vyhnout zřejmému riziku, že jeho realizace nenaplní očekávané předpoklady a stanoveného cíle nebude dosaženo. Z uvedených skutečností je patrný akcent na kreativitu a flexibilitu učitele, aby i takovou nepříznivou situaci dokázal ve výuce využít.

Prezentovaný didaktický materiál lze považovat za vhodný námět pro přípravu, realizaci a vyhodnocení krátkodobého školního projektu, který předpokládá určitou úroveň čtenářské gramotnosti žáků umožňující porozumění obsahu textu, obsahujícího řadu odborných termínů.

Literatura

1. NOVÁKOVÁ, E. et al. Ilustrativní texty a aktivity pro žáky 1. stupně ZŠ. In: FUCHS, E., ZELENDOVÁ, E. (eds.) *Matematika v médiích. Využití slovních úloh při kooperativní výuce na základních a středních školách.* Praha: JČMF 2015, s. 16-55. ISBN: 978-80-7015-145-7
2. NOVÁKOVÁ, E. K vytváření geometrických pojmů u žáků 1. stupně. In: Sborník *příspěvků z konference „Jak učit matematiku děti ve věku 10 - 15 let“.* Litomyšl, 2015 (v tisku).
3. SLAVÍK, J. et al. Zkoumání a rozvíjení kvality výuky v oborových didaktikách: metodika 3A mezi teorií a praxí. *Pedagogická orientace,* 2014,24 (9), s.721-752. ISSN 1211-4669
4. TICHÁ, M. Rozvíjení profesních kompetencí učitelů. In UHLÍŘOVÁ, M. (ed.) *Specifika matematické edukace v prostředí primární školy.* AUPO, Fac. Paed., Mathematica VII, Matematika 5. Olomouc: UP 2012, s. 25-29. ISBN: 978-80-244-3048-5

Kontaktní adresa

Eva Nováková, Mgr. Ph.D.
Katedra matematiky Pedagogické fakulty MU v Brně
Poříčí 31, Brno
Telefon: +420 549 496 933
E-mail: novakova@ped.muni.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

PRZYGOTOWANIE DZIECI DO UCZESTNICTWA W KONKURSIE „KANGUR MATEMATYCZNY”

Zbigniew NOWAK

Abstrakt

„Kangur matematyczny“, jak każdy konkurs tego rodzaju, jest znakomitą okazją do popularyzacji kompetencji matematycznych wśród uczniów i wyławiania talentów. Skuteczne uczestnictwo dzieci w „Kangurze“ wymaga jednak od chętnych specyficznego przygotowania, które może ten udział zoptymalizować i uatrakcyjnić. Jak sadzę, można to robić w ramach zajęć „kółka matematycznego“, które obejmowałyby, obok oczywistego merytorycznego przygotowania uczniów, także kształtowanie odporności wolicjonalno-emocjonalnej oraz sugestie, co do strategii postępowania.

Klíčová slova: „Kangur matematyczny“, konkurs, stres, strategia działania

PREPARING CHILDREN TO PARTICIPATE IN THE “MATHEMATIC KANGAROO” CONTEST

Abstract

"Math Kangaroo" as any contest of this kind is an excellent opportunity to popularize mathematical competence among students and to find talents. Effective participation of children in the "kangaroo", however, requires a specific preparation of volunteers, which can optimize the participation and make it more interesting. I assume, it is possible to do it in the classes special-interest groups which would include, in addition to the obvious substantive preparation of students also shaping volicionally-emotional resistance and suggestions for operation strategies.

Key words: "Math Kangaroo", competition, stress, operation strategy

1. Wprowadzenie

Jednym z fundamentów współczesności jest przyjęte kilkaset lat temu w Europie założenie, iż matematyka nie jest wyłącznie intelektualną zabawą dla nielicznych, ale także najefektywniejszym sposobem opisywania i poznawania świata, jako że: *Księga natury napisana jest w języku matematyki* (Galileusz), *eo ipso*: *Tyle jest w każdym poznaniu nauki, ile jest w nim matematyki* (Kant). Tak więc jakość naszego życia teraz i w przyszłości zależy od tego, na ile trwałe i powszechne będzie to przekonanie, a jak się zdaje przeżywa ono kryzys. Obserwujemy, wśród młodzieży studiującej w Polsce i szerzej, w Europie odwrót od nauk ścisłych, tak że wiele kierunków studiów tego rodzaju ma kłopoty z naborem kandydatów, a na niektórych nawet się płaci za samą chęć ich studiowania.

Wartościowym sposobem powstrzymania, a może nawet odwrócenia tej tendencji mogą być konkursy matematyczne dla dzieci i młodzieży szkolnej. Dają one możliwość stosunkowo wczesnego „wyłowienia" osób uzdolnionych matematycznie, zwłaszcza na wsi i w małych miastach, a przede wszystkim, podnoszą popularność i atrakcyjność wiedzy matematycznej w szerokich rzeszach uczniów (Janowicz 2013).

By tak się stało, wskazane jest aby uczniowie, uczestnicy konkursu, mogli odnosić sukcesy na swoją miarę i to najlepiej już od pierwszego w nim udziału. Jeżeli bowiem to uczestnictwo będzie całkowicie nieudane, może skutecznie dziecko przekonać o braku jakichkolwiek predyspozycji i zniechęcić do udziału w kolejnych. Wymagania konkursowe, co do matematycznych kompetencji uczestników, a szczególnie procedura ich egzekwowania, są jednak na tyle odmienne od szkolnych doświadczeń dzieci, iż chcących w nim startować powinno się do udziału w konkursie przygotować, czemu poświęcony jest niniejszy tekst.

Najpopularniejszym konkursem matematycznym w Polsce, jak w wielu innych krajach świata, jest „Kangur matematyczny". Dzieci w młodszym wieku szkolnym mogą uczestniczyć w nim na poziomie „Żaczek", który jest dedykowany dla uczniów kl. 2. oraz na poziomie „Maluch", w którym mogą uczestniczyć uczniowie klas 3. i 4. Przypomnijmy, iż ta klasyfikacja jest nieco myląca, jako że konkurs jest przedsięwzięciem organizacji pozaszkolnych, a szkoły niejako tylko „udostępniają" uczestników i miejsce jego realizacji[1]. W roku 2015, na poziomie „Żaczek" w konkursie uczestniczyło 50.400 uczniów, a na poziomie „Maluch" 103.200, co stanowi kilkanaście procent uczniów poszczególnych roczników[2].

2. Zakres przygotowań

Przygotowanie, o którym tu będzie mowa, jest nie tyle kluczem do sukcesu, ile szansą na taki sukces. Jeżeli jednak ma nią być rzeczywiście, winno ono być możliwie wieloaspektowe obejmując, obok oczywistego przygotowania merytorycznego, także kwestie związane z przygotowaniem emocjonalno-wolicjonalnym uczestników i odnośnie do strategii postępowania w trakcie trwania konkursu.

a) przygotowanie merytoryczne

Powinno ono przede wszystkim objąć porównanie zadań konkursowych i potrzebnych do ich rozwiązania kompetencji z programem szkolnej matematyki. W ten sposób nauczyciel i kandydaci mogą określić zakres różnic i braków umiejętności, co za tym idzie - koniecznych działań uzupełniających. W praktyce

---

[1] W Polsce organizacją i popularyzacją konkursu zajmuje się: Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych z siedzibą w Toruniu.

[2] Dane o konkursie podaję za oficjalną stroną Międzynarodowego Konkursu "Kangur Matematyczny" Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych, Kangourou Sans Frontières http://www.kangur-mat.pl/polska.php#statystyki, pobranie 2016-02-15.

przygotowanie winno się koncentrować na rozwiązywaniu zadań z poprzednich edycji konkursu, właściwych dla danego poziomu i wybranych zadań z poziomu bezpośrednio wyższego (Bobiński: 2011). Pewną nowością dla uczniów może tu być pula „gotowych” odpowiedzi, z których należy jedynie wybrać właściwą. W szczególnych przypadkach i przy podjęciu ryzyka, można więc udzielić odpowiedzi bez zajmującej czas procedury rozwiązania. Warto zapewne także, dobierając odpowiednie przykłady, zwrócić dzieciom uwagę, iż zadania różne w warstwie treściowej często są identyczne w swej strukturze matematycznej, której rozpoznanaie może uczynić rozwiązanie banalnym.

b) przygotowanie emocjonalno-wolicjonalne

Uczestnictwo w „Kangurze“ może być dla uczniów pierwszym (jednym z pierwszych) tego typu doświadczeniem związanym z koniecznością działania pod presją, w warunkach istotnego ograniczenia czasowego, silnej konkurencji i braku jakiegokolwiek wsparcia ze strony nauczyciela. Wymaga to od uczestnika odpowiedniego przygotowania wolicjonalno-emocjonalnego: stałej wiary we własne możliwości poznawcze, woli sukcesu i konsekwencji w dążeniu do niego. Wyrobienie odpowiedniego hartu emocjonalnego, radzenia sobie ze stresem i wykorzystywania go na swoją korzyść (eustres) (Selye: 1977). Wydaje się to szczególnie istotne, jako że we współczesnych pokoleniach uczniów obserwuje się ogólne obniżanie odporności emocjonalnej i jej rozwojową retardację.

Jak sądzę można to osiągnąć przez np.:

1. Rozwiązywanie zadań przy stopniowym ograniczaniu limitu czasu (aż do wartości niewystarczających na rozwiązanie zadań).
2. Częste rozwiązywanie zadań w ramach konkurujących ze sobą par i grup.
3. Rozwiązywanie zadań w warunkach działania czynników rozpraszających i zakłócających, takich jak hałas, odrywanie od pracy, wywieranie presji.
4. Wypracowanie technik dowolnej i długotrwałej koncentracji uwagi na wykonywanym zadaniu z uwzględnieniem stopnia jego trudności (prawo Yerkesa-Dodsona).
5. Systematyczne badanie czynionych przez uczniów postępów i dostarczanie im informacji zwrotnej w tym względzie.

c) strategia

Przed przystąpieniem do omawiania przygotowania uczniów w tym zakresie, warto przypomnieć pewne generalne założenia regulaminowo-organizacyjne „Kangura matematycznego”. Czas trwania konkursu jest ograniczony na wszystkich poziomach do 75 minut. Na poziomie „Żaczek” uczestnik ma do zdobycia maksymalnie 84 punkty w 21 zadaniach (7x3p., 7x4p., i 7x5p.), natomiast na poziomie „Maluch” 96 punktów w 24 zadaniach (8x3p., 8x4p., 8x5p.). Przystępujący do konkursu uczestnik posiada „kapitał wyjściowy” w postaci 21 punktów („Żaczek”) lub 24 punktów („Maluch”). Do każdego pytania dołączone jest pięć odpowiedzi, z których tylko jedna jest poprawna. Brak odpowiedzi skutkuje nieprzyznaniem punktów, natomiast, co istotne, wskazanie błędnej odpowiedzi powoduje odjęcie 25% punktów przewidzianych za rozwiązanie danego zadania.

Z uwagi na efektywność strategii postępowania, wydaje się iż słuszne byłoby przygotowanie uczestników konkursu do podejmowania następujących działań:
1. Przejrzenie wszystkich zadań i zaznaczenie tych, co do których ma się przekonanie, iż wie się jak je rozwiązać. Wydaje się to być warunkiem wstępnym i koniecznym, a o tyle godnym uwagi w przygotowaniach, iż typowa szkolna rutyna sugeruje raczej rozwiązywać zadania po kolei i do skutku, co w pewnych okolicznościach może spowodować zakończenie uczestnictwa nawet na którymś z pierwszych zadań. Warto także pamiętać, iż trudności mają zawsze charakter podmiotowy, są „czyjeś”, toteż nie zawsze to, co ma być obiektywnie trudniejsze (tu zadania końcowe, za większą liczbę punktów), jest takim dla konkretnego konkursowicza.
2. Dokonanie kalkulacji potencjalnych zysków związanych z rozwiązywaniem zadań z różnych poziomów trudności. Tak np. rozwiązanie 4 zadań za 5p. na poziomie „Żaczek” daje prawie tyle samo punktów co rozwiązanie 7 po 3p., a 5 zadań po 5p. na poziomie „Maluch” nawet więcej punktów niż wszystkie 8 wartościowanych na 3p. Związane jest to ponownie z przełamaniem szkolnego przyzwyczajenia rozwiązywania zadań po kolei i kontentowania się sukcesem z ich rozwiązania. W konkursie kluczem do sukcsu nie jest bowiem sama liczba rozwiązanych zadań, lecz liczba zdobytych punktów. Zadania najłatwiejsze (potencjalnie) mogą dać odpowiednio 21 p. („Żaczek“) i 24 p. („Maluch“), gdy zadania „najdroższe” 35 i 40 p.
3. Podjęcie ewentualnej decyzji o losowym zaznaczaniu wyników przy świadomości konsekwencji z tym związanych. Regulamin konkursu został tak pomyślany, by generalnie taka procedura się nie opłacała uczestnikom, jako że szansa losowego wskazania dobrej odpowiedzi wynosi 1/5, gdy za odpowiedź błędną traci się aż 1/4 punktów, niemniej w sytuacji niewielkiej liczby uzyskanych punktów (prawdopodobnie), można tej procedury spróbować, jako że domniemany wynik jest i tak niski, a przy pewnej dozie szczęścia, bilans losowania może się okazać korzystny. Istnienie puli odpowiedzi do takiego ryzyka może zachęcać, szczególnie że niektóre z nich mogą się wydawać bardziej prawdopodobne, a jak mówił Ludwik Pasteur: *Szczęście sprzyja przygotowanym.*

5. Zamiast konkluzji

Ostatecznym kryterium przygotowania dzieci do uczestnictwa w konkursie jest oczywiście sam udział w nim i osiągnięte przez uczniów rezultaty. Niemniej można wcześniej sprawdzić ich konkursowe kompetencje, które, jeżeli wzrosły, staną się dla nich źródłem uzasadnionej wiary w siebie i pozytywnej motywacji, a dla nauczyciela będą okazją do dokonania ewaluacji podjętych działań i korekty sprawności, które należałoby jeszcze przed konkursem poprawić.

Jeżeli przyjmiemy założenie o porównywalności stopnia trudności kolejnych edycji konkursu na danym poziomie, to zadania z lat poprzednich mogą być nie tylko najlepszym rezerwuarem zadań do ćwiczeń, ale pozwalają także przeprowadzić „próbę eksperymentalną” dając możliwość w prosty i wystarczająco rzetelny sposób określić skuteczność podjętych z dziećmi działań. Procedura taka, jak każda eksperymentalna, miałaby trzy etapy.

1. Przeprowadzenie z użyciem arkusza konkursowego z lat poprzednich badań wstępnych, wyznaczając liczbę uzyskanych punktów przez poszczególne dzieci.
2. Prowadzenie zaplanowanych zajęć przygotowawczych. Ponieważ rok szkolny zaczyna się we wrześniu, a konkurs przeprowadzany jest w marcu, zajęcia takie mogą trwać około pół roku.
3. Przeprowadzenie badań końcowych. Z uwagi na dystans czasowy (pół roku) można w nich wykorzystać arkusz zadań z badań wstępnych, co daje najbardziej spektakularną możliwość porównania dokonującego się progresu konkursowych kompetencji. Obawę związaną z możliwością „uczenia się narzędzia" przez uczniów można wyeliminować stosując jakiś inny zestaw zadań dla danego poziomu z lat poprzednich. Oczywiście, jak zawsze, gdy badamy procesy rozwojowe, także i w naszym badaniu, nie jesteśmy w stanie wystarczająco rzetelnie oddzielić tego, co jest efektem naszych intencjonalnych działań, a co skutkiem szkolnej nauki i naturalnego wzrostu, ponieważ jednak naszym celem jest jak najlepsze przygotowane dzieci do konkursu, progres w tym zakresie, jakiekolwiek byłyby jego źródła, stanowi wartość obiektywną i ostateczną.

Literatura

1. JANOWICZ, J. *Konkursy matematyczne w szkole podstawowej*. 1. vyd. Gdańsk: Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 2013. 102 s. ISBN 978-83-7420-195-7.
2. BOBIŃSKI, Z. *Kangurkowe skoki w matematykę*. 1. vyd. Toruń: Towarzystwo Upowszechniania Wiedzy i Nauk Matematycznych: Wydawnictwo Aksjomat, 2011. 68 s. ISBN 978-83-60689-46-2.
3. SELYE, H. *Stres okiełznany.* 1.vyd. Warszawa: Państwowy Instytut Wydawniczy, 1977. 141 s. ISBN – .

Kontaktní adresa

dr Zbigniew Nowak
Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej
43-309,Bielsko-Biała, ul. Willowa 2
Telefon: +048- 12-502475568
E-mail: amadeusz56@02.pl

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

INTERDICIPLINÁRNÍ VZTAHY V ČINNOSTECH V MATEŘSKÉ ŠKOLE

Šárka PĚCHOUČKOVÁ, Martina KAŠPAROVÁ, Lukáš HONZÍK

Abstrakt

Práce s dětmi v mateřské škole poskytuje velký prostor pro uplatňování interdisciplinárních vztahů mezi předmatematickou výchovou a ostatními oblastmi předškolního vzdělávání. Do příspěvku jsou zařazeny konkrétní ukázky aktivit, ve kterých se kromě předmatematických představ rozvíjejí i další kompetence dětí.

Klíčová slova: předmatematické představy, slovní úlohy, třídění, mezipředmětové vztahy, přiřazování

INTERDISCIPLINARY RELATIONSHIPS IN THE ACTIVITIES IN NURSERY SCHOOL

Abstract

The work with nursery school children provides a large space for the application of interdisciplinary relationships bethween mathematical education and other areas of preschool education. Specific activities are presented in this submission, in which not only pre-mathematical conceptions, but also other children's competences are cultivated.

Key words: key words in English pre-mathematical conceptions, word problems, classification, interdisciplinary relationships, assignment

1. Požadavek integrovanosti vzdělávání

Uplatňování integrovaného přístupu v předškolním vzdělávání zdůrazňuje Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání (Smolíková, 2004). Současné vzdělávání v mateřské škole tedy nerozlišuje „vzdělávací oblasti“ nebo „vzdělávací složky“, ale probíhá prostřednictvím integrovaných bloků, které umožňují vzdělávání v přirozených souvislostech, vazbách a vztazích. Náplň těchto integrovaných bloků by měla být dětem blízká, měla by vycházet ze života dětí a jejich zkušeností, aby dítě nezískalo jen izolované poznatky a jednoduché dovednosti, nýbrž poznatky kompletnější, které jsou pro ně dále využitelné. Důležitý je rovněž prožitek, který doprovází aktivity realizované v rámci jednotlivých integrovaných bloků.

Pokud má být předškolní vzdělávání efektivní, je třeba, aby používané metody práce s dětmi vycházely z vývojových specifik tohoto věku. Důležité je tedy dodržovat zásadu: **Dítě se nejlépe učí tomu, co prožívá při hře a činnosti.** Podstatou není předat dítěti množství informací a poznatků, ale vytvořit u něho pozitivní vztah k poznávacím činnostem. Zároveň by však okruhy získaných poznatků měly vytvořit základní strukturu, na kterou by navazovalo vzdělávání vyšších stupňů (Nádvorníková, 2011).

Efektivity předškolního vzdělávání můžeme mimo jiné docílit i vhodnými metodami, mezi které patří:

1. **Metody založené na prožitku** – jedná se o metody, ve kterých je zastoupeno vlastní smyslové vnímání dítěte, jako je dramatická hra, vycházka, poslech pohádky, zpěv písně, vlastní činnost pro dítě zajímavá.
2. **Metody založené na vzoru** – zde se uplatňuje vzor učitelky nebo staršího kamaráda, např. jak se chovat při stolování, uklízení pomůcek po hře, při vycházce v lese.
3. **Metody založené na hře** – hry poskytují dětem čas na zažití podnětů. Důležitá je zde role učitelky jako organizátora hry nebo spoluhráče.
4. **Metody založené na pohybu** – v těchto metodách se nenásilnou formou využívá kinestetický učební styl, kterým se u dětí kompenzuje jednostranná statická zátěž. Jedná se o hry s náčiním i bez náčiní, tanec, různé typy pohybových her.
5. **Metody založené na manipulaci a experimentu** – sem patří různé typy pokusů nebo experimentů s předměty, slovy, obrázky, barvami.
6. **Metody založené na myšlenkových operacích** – tyto metody vedou děti k hledání vztahů a souvislostí, k hledání různých možností řešení daných úkolů nebo situací (Svobodová, 2007).

V následujícím textu si na činnosti s názvem **Kočka leze dírou** ukážeme, jak můžeme v mateřské škole vhodným způsobem použít různé metody práce s dětmi a integrovat poznatky z různých disciplín.

2. Kočka leze dírou

Popíšeme si nejdříve realizaci uvedené činnosti, která se v oblasti předmatematické výchovy orientuje zejména na přípravu na pozdější řešení slovních úloh na základní škole. Z tohoto hlediska by se dítě v mateřské škole mělo učit soustředit se, naslouchat, zapamatovat si, orientovat se ve vyprávění, z textu vybrat a zjednodušit informace, chápat otázky a odpovídat na ně správně celou větou. V mateřské škole se tyto dovednosti většinou procvičují při práci s pohádkou nebo jednoduchým textem.

Popisovaná činnost vychází ze známé písně *Kočka leze dírou*. Jako pomůcky potřebujeme obrázky, rytmické nástroje, pracovní listy a pastelky.

Činnost zahájíme společným zpíváním písně *Kočka leze dírou* s klavírním doprovodem. Poté následuje manipulativní zpracování písně. Děti z předložených obrázků (obr. 1) vyberou ty, které do písně nepatří. Pak zařadíme dramatickou hru s pohybem *Prší, svítí*, při které děti reagují na signál. Při navození atmosféry slunečného dne použijeme klavír, pro představu deště ozvučná dřívka. Děti si lehnou na koberci, učitelka vypráví o příjemném působení slunce a tepla za doprovodu klavíru. Pak přejde k chladnému počasí s ozvučnými dřívky znázorňujícími déšť. Děti rychle vstanou a běží se schovat na předem určené místo.

Obrázek 1 Manipulace s obrázky

Pro lepší zapamatování textu si všichni opět zazpívají píseň *Kočka leze dírou*. Děti se posadí do kruhu a učitelka klade otázky (dbá na to, aby se děti snažily odpovídat celou větou):

- Jaká zvířata v písni vystupují?
- Kudy jde pejsek?
- Kudy jde kočka?
- Co se stane pejskovi a kočičce, když budou venku a začne pršet?
- Jak můžou kočička s pejskem venku opět uschnout?

Obrázek 2 Řešení prvního pracovního listu

Po společné činnosti si děti sednou ke stolkům do skupin a vypracovávají pracovní listy (obr. 2). Na prvním pracovním listu jsou obrázky domu, kočičky a pejska.

Úkolem dítěte je nakreslit čáru od pejska (resp. kočičky) k místu, kudy se podle písně dostane do domečku. Na druhém pracovním listu je nakreslena zmoklá kočička, slunce a mrak, ze kterého prší. Dítě má mokré kočičce poradit, kam má jít, aby se usušila, tedy vybarvit obrázek slunce nebo mraku s deštěm. Pracovní listy společně zkontrolujeme.

Z hlediska rozvoje předmatematických dovedností děti v rámci popsané činnosti pracují s výrokem a s jeho negací. Připravují se na řešení slovních úloh na základní škole tím, že se učí porozumět slyšenému, orientovat se v textu, pracovat s informacemi, chápat otázky a správně na ně odpovídat celou větou. Používají přiřazování a třídění jako základní metody řešení. Rozvíjí se i smysl pro rytmus. Předmatematické dovednosti se rozvíjejí zejména v integraci s hudební výchovou, jednoduchými poznatky o přírodě (počasí). Je zařazen i pohyb a prvky výtvarné výchovy. Při aktivitě jsou použity metody založené na prožitku, na manipulaci, na myšlenkových operacích a částečně také na pohybu.

Pracovali jsme s dětmi různého věku. Zajímavé je, že většina dětí píseň dobře zná, ale samotný obsah písně jim uniká.

Pro manipulativní úkol s obrázky (obr. 1) jsme děti rozdělili do skupin podle věku. Mladší 3-4leté děti měly problém s vyloučením obrázku, který se v písni nevyskytuje. Pro mladší děti je tedy mnohem lepší, pokud řeknou, které obrázky se v písni vyskytují, a nikoliv, které tam nejsou. Je také vhodné omezit počet obrázků na tři, přičemž jeden z obrázků by měl být zcela odlišný od tématu písně. (Možná žába příliš připomíná déšť a děti se od motivu nedokáží oprostit. Vhodnější by tedy bylo např. auto, které tematicky zcela vybočuje z obsahu písně.)

U starších dětí (5 let) se také vyskytl problém s vyloučením jednoho obrázku, ale samy, bez dopomoci, si začaly zpívat píseň a vyvozovaly závěry. Nakonec bez problémů vyloučily obrázek žáby.

Příjemným zpestřením činnosti pro všechny děti byla dramatická hra *Prší, svítí*, při které děti nejdříve relaxovaly a poté změnily své pohybové zatížení.

Pracovní listy opět ukázaly, že děti málo vnímají obsah sdělení písně. Mladší 3-4leté děti měly u prvního pracovního listu problém s propojením zvířete a místa. Bylo nutné zazpívat píseň ještě několikrát. Opět se ukázala důležitost správné a jasné formulace zadání úkolu, který mají děti plnit. Druhý pracovní list nečinil zvláštní problémy ani malým ani větším dětem.

3. Závěr

Důležité místo ve vzdělávání mateřské školy má příprava na pozdější řešení slovních úloh na základní škole. Většinou děti pracují s pohádkou nebo jiným textem. Výše popsaná činnost ukazuje, že i píseň lze uplatnit stejně dobře jako např. pohádku nebo jednoduchý text a lze ji využít jako motivaci k řešení slovních úloh v předmatematické výchově. Je však důležité nepodceňovat přípravu pomůcek a promyšlení vhodných otázek a rozhovorů vzhledem k věku dítěte a ke splnění určitého úkolu. Důležité je také děti pochválit a při chybě vhodnou otázkou dopomoci ke správnému výsledku.

Zároveň tato aktivita představuje integraci matematiky s hudební výchovou, základními poznatky o přírodě, výtvarnou výchovou a pohybovou výchovou. Jak již bylo řečeno v úvodu příspěvku, mateřská škola dává učitelům velký prostor pro uplatňování mezipředmětových vztahů. To samozřejmě platí nejen o popsané činnosti, ale i o většině aktivit a her, které jsou realizovány s dětmi v mateřských školách.

Poděkování: Příspěvek vznikl v rámci projektu VS-15_033 „Tvořivost studentů preprimárního vzdělávání“.

Literatura

1. MRHÁLKOVÁ, P. *Příprava na řešení slovních úloh v mateřské škole [seminární práce]* Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2015. 5 s.
2. NÁDVORNÍKOVÁ, H. *Kognitivní činnosti v předškolním vzdělávání.* 1.vyd. Praha: Nakladatelství Dr. Josef Raabe, s.r.o., 2011. 160 s. ISBN 978-80-86307-87-9.
3. SMOLÍKOVÁ, K. *Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání.* 1.vyd. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2004. 48 s. ISBN 80-87000-00-5.
4. SVOBODOVÁ, K., VOJTĚCHOVÁ, A. *Obsah a formy předškolního vzdělávání.* 1.vyd. České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2007. 75 s. ISBN 978-80-7040-940-4.

Kontaktní adresa

PhDr. Šárka Pěchoučková, Ph.D.
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51, 306 14 Plzeň
Telefon: +420 377 636 274
E-mail: pechouck@kmt.zcu.cz

Mgr. Martina Kašparová, Ph.D.
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51, 306 14 Plzeň
Telefon: +420 377 636 279
E-mail: mernesto@kmt.zcu.cz

PhDr. Lukáš Honzík, Ph.D.
KMT FPE ZČU v Plzni
Klatovská 51, 306 14 Plzeň
Telefon: +420 377 636 285
E-mail: luky21@kmt.zcu.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

SITUAČNĚ ORIENTOVANÉ SLOVNÍ ÚLOHY

Jaroslav PERNÝ

Abstrakt

Příspěvek se zabývá vymezením a využitím situačně orientovaných slovních úloh jako prostředku pro zlepšení postojů žáků 1. stupně základní školy k řešení slovních úloh v matematice, k předcházení sociálně negativních jevů a k vytváření příznivého klimatu ve třídě. Předkládá ukázky těchto situačně orientovaných slovních úloh a prezentuje některé výsledky malého průzkumu zařazení těchto úloh do výuky matematiky z pohledu žáků i z pohledu učitelů 1. stupně základní školy.

Klíčová slova: slovní úloha, situačně orientovaná slovní úloha, dotazník

SITUATIONALLY ORIENTED WORD TASKS

Abstract

This clause deals with delimination and making use of situationally oriented word tasks as a support of pupils´ better stance on solving word tasks in Maths in the first grade of primary school. It equally shows them as a way to prevent socially negative phenomens happening and means of composing favourable clime in the classroom. It presents certain types of these situationally oriented word tasks including some results of a minor research where these word tasks were implemented. Both points of view, teacher´s and pupil´s, were outlined.

Key words: word task, situationally oriented word task, questionnaire

1. Úvod

Slovní úlohy patří k obtížnějším partiím matematiky na všech stupních škol. Dosti často žáci už předem vyjadřují obavy z úspěšnosti jejich řešení. Jednou z možností změnit tento postoj, jsou úlohy jim blízké, jako třeba jejich zadání formou matematické pohádky nebo úlohy okolí žákovy působnosti či jeho zájmu. Další takovou možností jsou integrované slovní úlohy a také situačně orientované slovní úlohy. Je vhodné je zařazovat již od 1. stupně základní školy.

2. Vymezení slovní a situačně orientované slovní úlohy

Slovní úlohu je možno chápat jako úlohu, kde je popsána nějaká reálné situace a úkolem řešitele je tento problém vyřešit za pomocí matematických prostředků. Při řešení má významnou roli správné uchopení úlohy a její matematizace, což je „převedení“ reálné situace do matematického modelu.

Integrovanou slovní úlohu lze vymezit jako úlohu, která propojuje cíle a výsledky různých vyučovacích předmětů v jeden – integrovaný – cíl. Jako taková je pomocí v práci učitele s obsahem, je nástrojem propojení obsahu prostřednictvím společného tématu.

Situačně orientované slovní úlohy (SOSÚ) jsou chápány jako ve školních podmínkách zadávané slovní úlohy, jejichž obsahový parametr vychází ze školního i mimoškolního života žáků a které jsou zadávány jako součást projektového vyučování nebo jiného, na životní praxi orientovaného výukového modelu, v kterém se stávají úlohy referenčním rámcem učiva, přičemž toto učivo problematizují a dovolují řešení v různorodé skupině žáků, pro které nabývají osobního subjektivního smyslu, čímž se zvyšuje motivační hodnota těchto úloh.

Protože jsou žákům tyto SOSÚ blízké a bezprostředně se jich týkají, mohou s využitím žákových zkušeností a jejich přenosu do prostředí školy napomoci ke kladnému přijetí úlohy žákem, úspěšnosti jejího řešení, ke zlepšení klimatu třídy, k předcházení negativních sociálních projevů ve třídě a zvládnutí dalších životních situací žáků třídy.

3. Ukázky situačně orientované slovní úlohy (SOSÚ)

a) Z prostředí Rybaření

V Jičíně se všichni v listopadu těší na výlov rybníka Knížete, jemuž již tradičně předchází rybářská soutěž o nejtěžšího kapra. Všichni jsou zvědaví, zda padne rekord loňského roku, kdy vítězný úlovek vážil 4800 g. Začátek soutěžního klání oznámil zvon Valdické brány devíti údery druhý listopadový víkend v 9 hodin, soutěž skončila v 9 hodin 30 minut. Pan Pátek ulovil kapra o 500 g těžšího, než byl kapr pana Novotného, jenž vážil 3300 g. Kapr pana Růžičky vážil 2x více, než kapr s nejnižší hmotností v čele soutěži, což bylo 1100 gramu.

a) Jak dlouho trvala soutěž? Výsledek převeď na minuty a na sekundy.
b) Kolik gramů vážil kapr pana Pátka a pana Růžičky? Pozn.: Hmotnosti kaprů převeď na kg a seřaď všechny kapry podle hmotnosti od nejlehčího po nejtěžší kus. Pozn.: (pouze letošní úlovky)
c) Překonal by pan Pátek loňský rekord, pokud by zvážil svůj úlovek s kaprem s nejnižší hmotností?
d) Porovnej hmotnosti úlovků.
kapr pana Pátka ◯ kapr pana Růžičky ◯ kapr pana Novotného

b) Z prostředí Medové perníčky

Na 24 kusů budeme potřebovat 75 ml tmavého sirupu, 60 g přírodního cukru, 60 g změklého másla, ¾ lžičky sody bikarbony, ¼ lžičky mletého nového koření, ¼ lžičky mleté skořice, ¼ lžičky mletého zázvoru, stejné množství mletého hřebíčku, 1 vejce a 325 g hladké mouky. Kolik množství ingrediencí budou děti potřebovat na přípravu **240 kusů cukroví?**

a) Kolik ml tmavého sirupu?
b) Kolik g přírodního cukru a změklého másla dohromady?
c) Kolik lžiček sody bikarbony, mletého nového koření, mleté skořice, mletého zázvoru a hřebíčku dohromady?
d) Kolik vajec?
e) Kolik g hladké mouky? Kolik kg?

4. Průzkumná sonda

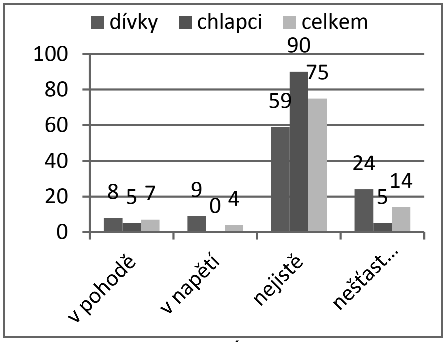
V několika 4. ročnících škol ve městě a jeho blízkém okolí byl žákům zadán dotazník o oblíbenosti činností v matematice a podrobněji o jejich vztahu ke slovním úlohám a jejich řešení. Následně s nimi byly v průběhu 4 měsíců, kromě běžné výuky matematiky, řešeny v hodinách matematiky situačně orientované slovní úlohy, blízké žákům, jak z hlediska prostředí, tak jejich zájmu. V každém měsíci byly tyto úlohy z určitého prostředí, což je v současné době užívaná forma, zpracované ve formě pracovních listů. Cestování (červen), Zase do školy (září), Okolí školy (říjen), Rybaření (listopad), Medové perníčky (prosinec). Poté byl žákům zadán další obdobný dotazník, doplněný novými položkami, zda jim tyto SOSÚ pomohly v řešení SÚ, jestli by je chtěli zařazovat do výuky i dále a které téma a prostředí se jim nejvíce líbilo.

Pro doplnění byl zadán učitelům zkoumaných tříd dotazník, který zjišťoval, jakým způsobem a jak často zadávají slovní úlohy. Další položky zjišťovaly, zda učitelé už někdy použili SOSÚ, jaký na ně mají názor, zda je dále budou zařazovat do výuky a jak se implementace pracovních listů se SOSÚ promítla do ostatních předmětů a postojů žáků v jejich třídě.

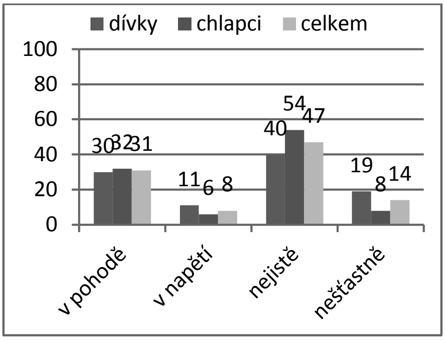
Získané údaje byly zpracovány a vyhodnoceny do tabulek a grafů.

5. Některá zjištění z dotazníků žáků

Z dotazníků žáků vyplynulo, že řešení slovních úloh patří většinou mezi neoblíbené činnosti v matematice, kromě jedné školy, kde se již delší dobu pracuje se SOSÚ. Tam jsou středně oblíbené. Pro řadu žáků je řešení slovních úloh stresující. Porovnání mezi červnem 15 a lednem 16 ukazují grafy 1 a 2 (v %).



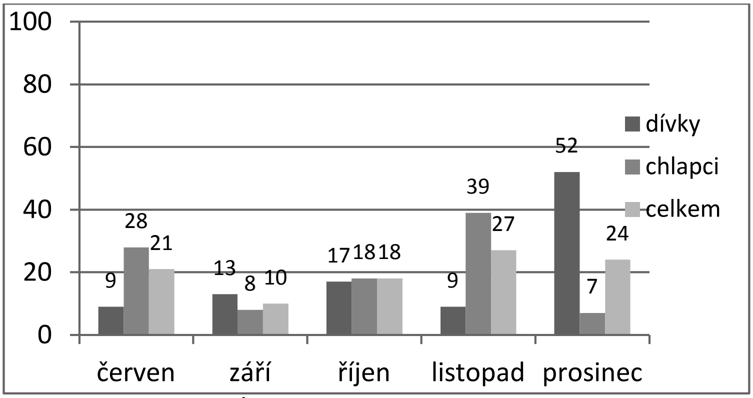
Graf 1 Při řešení SÚ se cítím - červen



Graf 2 Při řešení SÚ se cítím - leden

Z grafů je vidět, že se změnily postoje žáků k řešení slovních úloh za těch 5 měsíců užívání SOSÚ. Narostl počet těch, kteří se při řešení úloh cítí v pohodě a poklesl počet těch, kteří se cítí nejistě.

Vyučující volí SÚ převážně z učebnic, nepřizpůsobují je místu a situaci. Kromě jedné školy uváděli žáci je jim SOSÚ pomohly nebo pomohly trochu a chtěli by je dále zařazovat do výuky. Především proto, že jsou jim bližší, více se jich týkají, využívají jejich zkušeností.

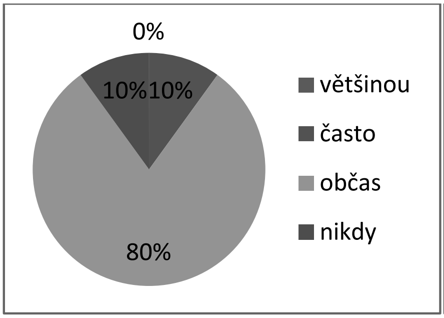


Graf 3 SOSÚ kterého měsíce se ti nejvíce líbily

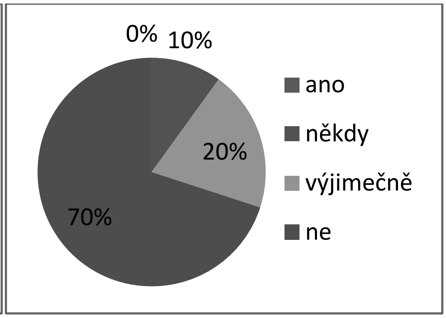
Žákovskou oblíbenost jednotlivých prostředí ukazuje graf 3. Pro chlapce bylo nejoblíbenějším prostředím Rybaření, které se týkalo místní tradiční akce před výlovem místního rybníku a všeho, co s touto činností souvisí, pro dívky byly nejoblíbenějším prostředím Medové perníčky, které se týkalo pečení vánočního cukroví a vánočních tradicí v místním regionu.

6. Některá zjištění z dotazníků učitelů

Z dotazníků pro učitele vyplývá, že slovní úlohy do výuky matematiky zařazují, ale čerpají převážně z učebnic a úlohy nepřizpůsobují zkušenostem a prostředí žáků. Neumožňují také žákům přílišné zasahování do textu zadání úloh.



Graf 4 SÚ volím dle situace ve třídě (neberu je za sebou podle učebnice)



Graf 5 Žáci můžou do textu SÚ “zasahovat“, měnit ho

Jen desetina učitelů takový typ SOSÚ ve výuce použila, protože se s nimi ještě příliš nesetkali. Uznávají, že jsou pro žáky přínosné a hodlají obdobné úlohy nadále používat, zejména pokud by měli možnost je odněkud převzít (90%). Někteří (40%) si chtějí SOSÚ zkusit sami vytvořit. Podotýkám, že jde o malý vzorek respondentů.

7. Závěr

Za klad považuji pozitivní přístup učitelů, kteří se snažili předkládat svým žákům úlohy vycházející ze situací, jež jsou žákům blízké, jejich zadání čerpali z jim dostupných materiálů. Mohli rozvinout a doplnit text poskytnutý v pracovním listu, využít jakoukoliv aktuální situaci k tvorbě textu slovní úlohy. Důležitou součástí bylo vždy rozvinutí diskuze nad situací, jež se do slovní úlohy promítla, se zkušeností žáků s danou situací a formou burzy nápadů společně rozhodnout o způsobu řešení. Samotný proces řešení úlohy s ověřením správnosti výsledku prováděli žáci samostatně, ti slabší s dopomocí učitele nebo spolužáka.

Průzkumná sonda ukázala jednu z možností zlepšení postojů žáků k řešení slovních úloh v matematice, a to situačně orientované slovní úlohy, které jsou cíleně zaměřené na danou školu či třídu a jsou proto žákům bližší. Navíc mohou napomoci zlepšení klimatu třídy a předcházení negativních sociálních projevů. Daný námět, který je blízký dané škole či třídě, nemusí být blízký jiné škole či třídě, ale lze je pro konkrétní kolektiv příslušně upravit.

Literatura

1. ODVÁRKO, O.: *Metody řešení matematických úloh*. 1. vyd. Praha: SPN, 1990. ISBN 80-042-0434-1.
2. RAKOUŠOVÁ, A.: *Integrace obsahu vyučování: Integrované slovní úlohy napříč předměty*, Praha: Grada, 2008, ISBN 978-80-247-2529-1

Kontaktní adresa

Jaroslav Perný, doc., PaedDr., Ph.D.
Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Univerzitní nám. 1410/1, 461 17 Liberec 1
Telefon: +485 352 885
E-mail: jarolav.perny@tul.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

MATEMATICKÉ ZVLÁŠTNOSTI ŠESTISTĚNNÉ HRACÍ KOSTKY

Adam PLOCKI

Abstrakt

Předmětem článku jsou matematické zvláštnosti hrací kostky, které vyplývají z faktu, že součet ok na každých dvou protilehlých stěnách kostky je vždy roven sedmi. Tyto zvláštní vlastnosti lze zkoumat a využívat i ve školské matematice. Zajímavé vlastnosti hrací kostky odhalíme i tehdy, když vyjdeme z její plošné představy - jedná se zde pak o šest rovinných útvarů. Hrací kostka tedy může evokovat otázky, které se týkají nejen logiky a aritmetiky, ale i vlastností funkcí.

Klíčová slova: kostka, náhodná veličina, funkce, aritmetika kostky, logika kostky.

MATHEMATICAL PECULIARITIES OF SIX-SIDED DICE

Abstract

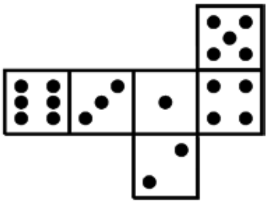
The article deals with mathematical peculiarities of six-sided playing dice arising from the fact that the sides opposite each other always add to seven dots. These special properties can explore and exploit well in school mathematics. Interesting features of the dice will reveal even when we come out from its 2D interpretation - there are six planar shapes here. Dice thus can evoke issues which concern not only logic and arithmetic, but also the properties of functions.

Key words: dice, random variable, function, dice arithmetic, dice logic.

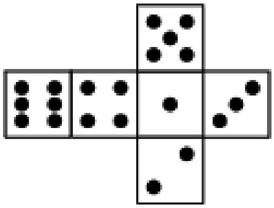
1. Kostka a její vlastnost w_K

Kostkou budeme mít na mysli krychli, jejíž stěny obsahují jednotlivě 1 až 6 ok tak, že součet ok na každých dvou protilehlých stěnách je roven 7. (Tedy obvyklou hrací kostku.) Díky této vlastnosti, označme ji w_K, je hrací kostka nositelem mnoha matematických idejí.

Úloha 1. Na obr. 1 a 2 máme sítě dvou kostek. Mají tyto kostky vlastnost w_K? Jak se liší tyto kostky, pokud bereme v úvahu stěny s 1, 2 a 3 oky?



Obrázek 1



Obrázek 2

Při hodu kostkou nás zajímá kolik ok je na horní stěně kostky po jejím dopadu. Výsledkem tohoto náhodného pokusu je *počet padlých ok*. Je šest možných výsledků, které tvoří množinu

$\Omega_K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Mluvíme-li o počtu padlých ok ještě před hodem kostkou, je počet padlých ok *náhodnou veličinou*, která nabývá se stejnou pravděpodobností hodnot 1, 2, 3, 4, 5, 6. Před hodem kostkou, je také počet ok na dolní stěně náhodnou veličinou, která nabývá se stejnou pravděpodobností hodnot 1, 2, 3, 4, 5, 6. Padlým počtem ok je tedy pro nás

- počet ok na horní stěně kostky, nebo
- počet ok na dolní stěně kostky.

Zdá se, že součet ok na čtyřech bočních stěnách kostky (pokud o něm hovoříme před hodem kostkou) je také náhodná veličina.

Vlastnost w_K kostky může být předmětem matematické reflexe. Každý žák hodí kostkou a zvítězí ten, který získá největší součet ok na bočních stěnách kostky. V tomto turnaji nelze určit vítěze. Součet ok na bočních stěnách kostky se stále rovná číslu 14, a přitom se zdálo, že tento součet je náhodnou veličinou.

Proč tomu tak je?

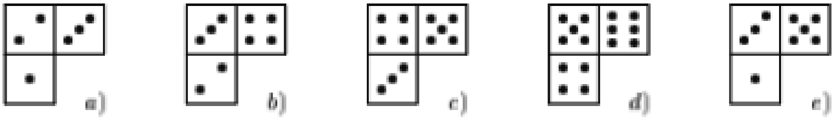
K odhalení příčiny využijeme vlastnosti w_K.

2. Aritmetika kostky a trochu logiky

Tři stěny kostky mohou mít společný vrchol. V takovém případě řekneme, že se tři stěny *scházejí v tomto vrcholu*. Dvě stěny, které mají společnou hranu, nazýváme *sousedními*. Následující implikace jsou pravdivé:

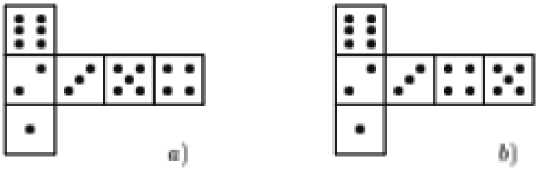
– mezi každými třemi stěnami jsou dvě sousední,
– pokud se tři stěny kostky scházejí v jednom vrcholu, pak žádné dvě z nich nejsou protilehlé,
– pokud mezi třemi stěnami kostky jsou dvě protilehlé, pak se tyto tři stěny nescházejí v jednom vrcholu,
– pokud se tři stěny kostky scházejí v jednom vrcholu, pak tři zbylé strany se také scházejí v jednom vrcholu,
– pokud se tři stěny kostky scházejí v jednom vrcholu a jednu z nich zaměníme za stěnu k ní protilehlou, pak tyto tři nové stěny se také scházejí v jednom vrcholu.

Příklad 1. Na obr. 3 máme části pěti sítí kostky. Část se skládá jen ze třech stěn, které se scházejí v jednom vrcholu. Rozhodněme, které z těchto částí mohou, a které nemohou patřit síti kostky mající vlastnost w_K.



Obrázek 3: Části pěti sítí šestistěnné kostky

Úloha 2. Obr. 3a může, ale nemusí být částí sítě kostky mající vlastnost w_K. Co má obr. 4 společného s tímto faktem?



Obrázek 4: Sítě dvou různých kostek

V případě částí sítí na obr. 3b na třech stěnách scházejících se v jednom vrcholu jsou počty ok 2, 3 a 4. Aby kostka měla vlastnost w_K stěny s počtem ok 3 a 4 musí být protilehlé, ale ony takové nejsou, protože se scházejí v jednom vrcholu. Tato část sítě se nedá doplnit tak, aby kostka složená z této sítě měla vlastnost w_K. Z poslední úvahy plyne tvrzení:

Pokud mezi třemi stěnami scházejícími se v jednom vrcholu existují dvě, na kterých je dohromady 7 ok, pak tato kostka nemá vlastnost w_K.

Příklad 2. Předpokládejme, že kostka K má vlastnost w_K. Nechť s_j označuje stěnu, na které je j ok (j = 1, 2, 3, 4, 5, 6). Uvažujme tři stěny, na kterých jsou 1, 2 a 3 oka, a tedy stěny s_1, s_2 a s_3. Mezi těmito stěnami jsou dvě sousední. Předpokládejme, že jsou to stěny s_1 a s_2 (pokud by to byly stěny s_1 a s_3 nebo s_2 a s_3, pak by argumentace byla analogická). Rozhodněme, jaká je třetí stěna scházející se v jednom vrcholu se stěnami s_1 a s_2.

Nemůže to být stěna s_6, protože je protilehlá ke stěně s_1 a mezi třemi stěnami scházejícími se v jednom vrcholu nejsou žádné dvě protilehlé. Ze stejných důvodů to nemůže být stěna s_5, protože je protilehlá ke stěně s_2. V úvahu zůstávají pouze stěny s_3 a s_4. Pokud je to stěna s_4, pak k ní protilehlá (stěna s_3) se schází v jednom vrcholu se stěnami s_1 a s_2. Dokázali jsme tedy, že:

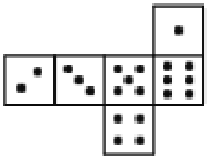
Pokud kostka K má vlastnost w_K, potom se stěny s počtem ok 1, 2 a 3 scházejí v jednom vrcholu.

Úloha 3. Narýsujte síť kostky, jejíž stěny s počtem ok 1, 2 a 3 se nescházejí v jednom vrcholu. Má tato kostka vlastnost w_K?

Kostka, o které se hovoří v úloze 3, nemůže mít vlastnosti w_K, protože z výše uvedené implikace vyplývá, že:

Pokud strany s počtem ok 1, 2 a 3 se nescházejí v jednom vrcholu, pak tato kostka nemá vlastnosti w_K.

Úloha 4. Zdůvodněte pravdivost implikace: *Pokud kostka má vlastnost w_K, pak stěny s počtem ok* 4, 5 *a* 6 *se scházejí v jednom vrcholu.* Platí i obrácená implikace? Jak se tato otázka vztahuje k obr. 5?



Obrázek 5: Síť kostky, která nemá vlastnost w_K

Z faktu, že stěny kostky s počtem ok 4, 5 a 6 se scházejí v jednom vrcholu, nevyplývá, že tato kostka má vlastnost w_K. Příkladem je kostka (její síť máme na obr. 5), jejíž stěny s počtem ok 4, 5 a 6 se scházejí v jednom vrcholu, a která nemá vlastnost w_K, protože existují dvě protilehlé stěny, na kterých je dohromady 9 ok (6 + 3 = 9).

Úloha 5. Na třech bočních stěnách kostky ležící na stole jsou 3 oka, 2 oka a 1 oko. Má tato kostka vlastnost w_K? Proč?

3. Počty ok na třech stěnách kostky scházejících se v jednom vrcholu

Připišme každému vrcholu kostky K součet počtu ok na třech stěnách scházejících se v tomto vrcholu. Tímto způsobem jsme na množině osmi vrcholů kostky určili funkci f_K. Předpokládejme, že kostka má vlastnost w_K. Je to jediná informace, kterou máme o této kostce. Z této informace vyplývá, že stěny s 1, 2 a 3 oky se scházejí v jednom vrcholu kostky K. Tomuto vrcholu funkce f_K přiřazuje součet 1 + 2 + 3, čili hodnotu 6. Je to nejmenší z možných hodnot funkce f_K, a tedy její minimum. Funkce f_K nabývá také hodnotu 15, protože stěny s počtem ok 4, 5 a 6 se také scházejí v jednom vrcholu. Číslo 15 je největší hodnotou funkce f_K, tedy její maximum. Na kostce je 8 vrcholů a každý je společný pro některé tři její stěny. Pro každý vrchol kostky hodnota funkce f_K je součtem třech různých čísel z množiny {1, 2, 3, 4, 5, 6}. V úvahu přichází pouze tyto součty:

1 + 2 + 3, 1 + 2 + 4, 1 + 2 + 5, 1 + 2 + 6,
1 + 3 + 4, 1 + 3 + 5, 1 + 3 + 6,
1 + 4 + 5, 1 + 4 + 6,
1 + 5 + 6,
2 + 3 + 4, 2 + 3 + 5, 2 + 3 + 6,
2 + 4 + 5, 2 + 4 + 6,
2 + 5 + 6,
3 + 4 + 5, 3 + 4 + 6,
3 + 5 + 6,
4 + 5 + 6.

Možných součtů je 20 a vrcholů pouze 8, alespoň 12 z těchto 20 součtů nejsou hodnoty funkcí f_K. Které to jsou součty?

Žádné dvě z třech scházejících se stěn v jednom, kterémkoliv vrcholu kostky nejsou protilehlé. Pokud kostka má vlastnost w_K, pak neexistuje vrchol společný pro stěny s počtem ok 1, 2 a 5, protože stěny s 2 a 5 oky jsou protilehlé, nepřichází tedy v úvahu součet 1 + 2 + 5. Z analogických důvodů nepřichází v úvahu součty: 1 + 2 +

6, 1 + 3 + 6, 1 + 3 + 4, 1 + 4 + 6, 2 + 3 + 4, 2 + 3 + 5, 2 + 4 + 5, 2 + 5 + 6, 3 + 4 + 5, 3 + 4 + 6. Jsou to ty součty, v kterých dva sčítance dají dohromady 7. Takových součtů je 12, zůstává tedy 8 následujících součtů: 1 + 2 + 3, 1 + 2 + 4, 1 + 3 + 5, 1 + 4 + 5, 2 + 3 + 6, 2 + 4 + 6, 3 + 5 + 6 a 4 + 5 + 6. Jsou to čísla 6, 7, 9, 10, 11, 12, 14 a 15. Je každá z nich hodnotou funkce f_K? Všimněte si, že mezi nimi nejsou čísla 8 a 13. Vznikají tedy otázky:

– Proč kostka s vlastností w_K, nemá vrchol, v němž je hodnota funkce f_K rovna 8 a 13?

– Jakých hodnot nabývá funkce f_K, když kostka K nemá vlastnost w_K?

Číslo 8 si můžeme rozložit na součet tří různých čísel z množiny {1, 2, 3, 4, 5, 6} pouze dvěma způsoby: 8 = 1 + 2 + 5 a 8 = 1 + 3 + 4. Všimněte si, že 2 + 5 = 7 a 3 + 4 = 7, a tedy pokud kostka má vlastnost w_K, tak mezi stěnami scházejícími se v jednom vrcholu nemohou být stěny s 2 a 5 oky a také s 3 a 4 oky, a tedy:

Pokud kostka K má vlastnost w_K, potom číslo 8 není hodnotou funkce f_K.

Podobně 13 = 2 + 5 + 6 a 2 + 5 = 7 a také 13 = 3 + 4 + 6 a 3 + 4 = 7, a tedy:

Pokud kostka K má vlastnost w_K, potom číslo 13 není hodnotou funkce f_K.

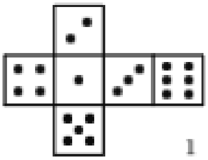
Funkce f_K nabývá hodnotu 6 tehdy a jen tehdy, kdy se tři stěny s počtem ok 1, 2 a 3 scházejí v jednom vrcholu kostky.

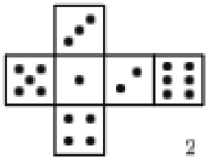
Funkce f_K nabývá hodnotu 15 tehdy a jen tehdy, kdy se tři stěny s počtem ok 4, 5 a 6 scházejí v jednom vrcholu kostky. Je 1 + 2 + 3 = 6 a 4 + 5 + 6 = 15, a tedy z tvrzení, o kterém se hovoří v úloze 4, vyplývá, že:

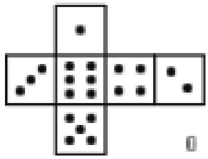
Pokud kostka K má vlastnost w_K, pak funkce f_K nabývá hodnoty 6 a 15.

Z výše uvedených tvrzení vyplývá, že:

Pokud mezi hodnotami funkce f_K je číslo 8 nebo 13, pak kostka K nemá vlastnosti w_K.


1


2


0

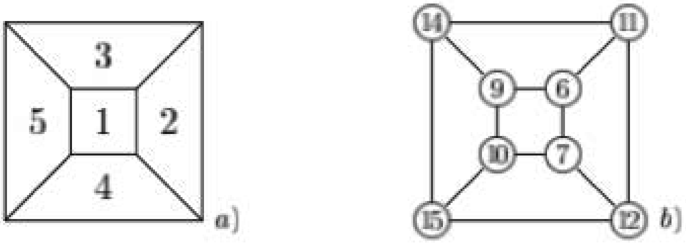
Obrázek 6: Sítě kostek, které mají vlastnost w_K

Obrázek 7: Síť kostky, která nemá vlastnost w_K

Příklad 3. Na obr. 7 máme síť kostky K_0, která nemá vlastnosti w_K. Ve dvou vrcholech této kostky se scházejí tři stěny se stejným součtem počtu ok (1 + 4 + 6 a 2 + 4 + 5). V případě této kostky funkce f_K není prostá. Počet 12 není hodnotou funkce f_K.

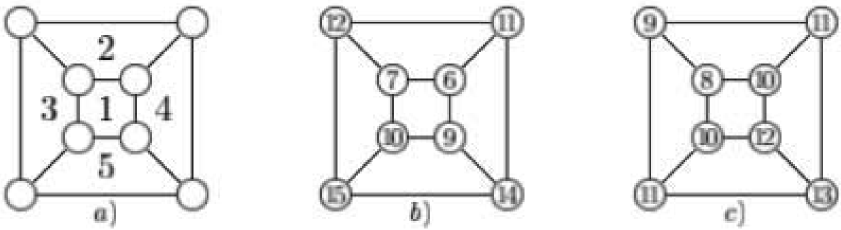
4. Plošná představa kostky a funkce f_K

Na obr. 8a máme plošnou představu kostky. Tvoří ji šest útvarů: malý (vnitřní) čtverec, čtyři lichoběžníky a velký (vnější) čtverec. Tyto útvary představují stěny kostky. V pěti útvarech (malém čtverci a čtyřech lichoběžnících) rozmístíme čísla 1, 2, 3, 4, 5 jako počty ok, velký čtverec představuje stěnu s 6 oky (číslo 6 tam nepíšeme). Tímto způsobem dostáváme plošnou představu kostky. Je to jiný objekt než síť kostky.



Obrázek 8: Plošná představa nějaké kostky K a prezentace funkce f_K

Kostka K na obr. 8a má na zadní stěně 1 oko, na pravé boční stěně 2 oka, na horní stěně 3 oka, atd. Číslo 6 není zapsáno, předpokládáme, že na přední stěně je 6 ok. Tato kostka K *má vlastnost* w_K. Na obr. 8b v každém vrcholu kostky je umístěno kolečko a v něm hodnota funkce f_K pro tento vrchol.



Obrázek 9: Plošná představa některé kostky K_a a představa funkce f_K pro dvě kostky

Úloha 6. Na obr. 9a máme plošnou představu kostky K_a. Má tato kostka vlastnost w_K? Napište do každého kolečka hodnotu funkce f_K.

Všimněte si, že pro každé dva různé vrcholy kostky K_a jsou hodnoty funkce f_K různé, funkce f_K je prostá.

Úloha 7. Pro každý vrchol kostky K_b známe součet počtu ok na třech stěnách scházejících se v tomto vrcholu (viz obr. 9b). Je to jediná informace o této kostce. Jaká je to kostka? Doplňte obr. 9b čísly počtu ok na stěnách kostky vepsáním do lichoběžníků a čtverce. Udělejte totéž pro kostku K_c z obr. 9c.

Funkce f_K v případě kostky K_b je prostá. Kostka K_b má vlastnost w_K. Kostka K_c z obr. 9c nemá vlastnost w_K. Všimněte si, že ve dvou vrcholech této kostky je vepsané číslo 10 a také ve dvou číslo 11. V případě této kostky funkce f_K není prostá.

5. Závěr

V tomto článku je představena hrací kostka jako nositel problémů z aritmetiky, logiky a také kombinatoriky i teorie funkcí. Některé popsané fakty jsou překvapivé (na bočních stěnách hozené kostky je vždy 14 ok; číslo 8 není hodnotou funkce f_K, pokud stěny s počtem ok 1, 2 a 3 se nescházejí v jednom vrcholu kostky, potom kostka nemá vlastnosti w_K). Tyto fakty inspirují matematickou reflexy. Jde o odpověď na otázku:

Proč se tak děje? Jak to vysvětlit pomocí matematiky?

Didaktika matematiky nazývá tyto situace reflexe *a posteriori* (viz [1], [2], [4]).

Literatura:

1. Krygowska, Z.: *Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczaca role w matematyce dla wszystkich*, Dydaktyka Matematyki 6 (1986).
2. Płocki, A.: *Pravděpodobnost okolo nás*, Katolická univerzita v Ružomberku, Ružomberok, 2007.
3. Płocki, A, Tlustý, P.: *Kombinatoryka wokól nas*, Wydawnictwo Naukowe NOVUM, Płock 2011.
4. Płocki, A, Tlustý, P.: *Pravděpodobnost a statistika pro začátečníky a mírně pokročilé*, Prometheus, Praha 2007.

Kontaktní adresa

prof. dr. hab. Adam Plocki
State Higher Vocational School in Nowy Sacz
ul. Chruslicka 6, PL 33-300 Nowy Sacz
E-mail: adplocki@up.krakow.pl

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

INTERAKTÍVNE APLIKÁCIE NA NÁCVIK ALGORITMOV SČÍTANIA A ODČÍTANIA

Milan POKORNÝ

Abstrakt

Článok sa zaoberá efektívnym využitím moderných informačných a komunikačných technológií vo vzdelávaní na prvom stupni základných škôl. Autor článku charakterizuje interaktívne aplikácie, ktoré sú primárne určené na nácvik písomných algoritmov sčítania, odčítania a násobenia jednociferným činiteľom. Tieto aplikácie, ktoré sú vhodné najmä pre žiakov prvého stupňa základnej školy, môžu byť využívané počas vyučovacích hodín v kombinácii s interaktívnou tabuľou, ale najmä pre samostatnú prácu žiakov, či už v rámci školských klubov detí alebo domácej prípravy na vyučovanie.

Klíčová slova: algoritmus písomného sčítania, algoritmus písomného odčítania, IKT vo vzdelávaní, interaktivita, interaktívna tabuľa

INTERACTIVE ELEMENTS FOR ALGORITHMS OF ADDITION AND SUBTRACTION

Abstract

The paper deals with efficient utilization of modern information and communication technologies in education at the first grade of primary schools. The author characterizes interactive elements that are primarily designed for algorithms of addition and subtraction. The elements, that are suitable for 6 to 10 years old pupils, can be utilized in classrooms in a combination with interactive whiteboards, as well as for voluntary activities of pupils at school clubs or as a part of their homework.

Key words: algorithm of addition, algorithm of subtraction, ICT in education, interactivity, interactive whiteboard

1. Úvod

Moderné technológie si našli svoje uplatnenie takmer vo všetkých oblastiach ľudskej činnosti. Dnes už s nimi dokážu pracovať nielen dospelí, ale aj deti na prvom stupni základnej školy. Je preto úplne prirodzené, aby sme sa snažili naplno využívať ich pozitíva aj pri dosahovaní vzdelávacích cieľov. Napokon, je všeobecne známe, že integráciu počítačov do vzdelávania odporučil už Seymour Papert v roku 1980.

Snaha využiť možnosti moderných technológií na efektívne dosiahnutie vzdelávacích cieľov už nie je iba doménou univerzít, ale presúva sa na všetky typy škôl. V niektorých vyspelých krajinách, napríklad vo Veľkej Británii, boli centrálne zakúpené interaktívne tabule do všetkých škôl, vrátane prvého stupňa základných škôl. (Shenton, Pagett, 2007) Iba samotné zakúpenie interaktívnej tabule a jej inštalácia v triede však neurobia vzdelávací proces efektívnejším. Nemcová a Žilková (2014) poukazujú na skutočnosť, že využívanie interaktívnych tabúľ vo vyučovaní elementárnej matematiky nemusí vždy znamenať zvýšenie kvality a efektivity vzdelávania. Zároveň musíme súhlasiť so Žilkovou (2014), ktorá tvrdí, že kvalita elektronického vzdelávania je determinovaná predovšetkým kvalitným e-obsahom.

Význam integrácie moderných technológií do vyučovania na základných a stredných školách dokazujú aj projekty realizované Ministerstvom školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky. V minulosti to bol projekt INFOVEK, ktorý vybavil školy potrebnou technikou a internetovým prístupom. V súčasnosti ministerstvo realizuje projekt digitalizácie regionálneho školstva v Slovenskej republike v súlade so záväzkami vyplývajúcimi zo Stratégie Európa 2020 (pozri Koncepcia informatizácie rezortu školstva s výhľadom do roku 2020 – DIGIPEDIA 2020). Medzi ciele koncepcie okrem iného patrí aj zabezpečiť do roku 2016 digitálne vzdelávacie a učebné pomôcky (ako napr. interaktívne tabule alebo projektory) do každej druhej triedy v materských, základných, stredných školách a vysokých školách; širokopásmový bezpečný internet, dostupné digitálne učivo ako plnohodnotný doplnok ku klasickým vzdelávacím materiálom a adekvátne koncové zariadenie umožňujúce digitálne vzdelávanie pre každého učiteľa.

Opodstatnenie integrácie moderných technológií do vzdelávania bolo potvrdené mnohými výskumami, ktoré sa zameriavali na efektívnosť využitia týchto technológií. Výskumy preukázali, že vhodné použitie moderných technológií vo vyučovaní matematiky dokáže zvýšiť úroveň vedomostí žiakov a zlepšiť ich vzťah k matematike.

Výsledky štúdie ICILS 2013 preukázali, že žiaci v Českej aj v Slovenskej republike sú výborne pripravení na integráciu moderných technológií do vzdelávania (žiaci SR v tejto štúdii, ktorá zisťovala úroveň vzdelávania žiakov v oblasti počítačovej a informačnej gramotnosti v jednotlivých krajinách, dosiahli priemerné skóre 517 bodov a zaradili sa tak na 7. miesto s výsledkom významne vyšším v porovnaní s priemerom štúdie).

2. Interaktívne programy na nácvik algoritmov sčítania a odčítania

Ako uvádza Klenovčan (2013), moderné technológie, pomocou ktorých prijímajú študenti nové informácie, kladú vyššie nároky na učiteľa, hlavne na jeho schopnosť pracovať s rýchlo sa vyvíjajúcimi technológiami a didaktickými prostriedkami. Nie je však možné predpokladať, že učitelia, najmä učitelia na prvom stupni, si budú pripravovať elektronické vzdelávacie materiály sami.

Kde však vziať vhodné interaktívne materiály, ktoré možno použiť na vyučovaní matematiky na prvom stupni, či už v kombinácii s počítačmi alebo interaktívnou tabuľou? Jedným zo zdrojov je Internet. Napríklad stránka www.veskole.cz nám pri voľbe matematických aplikácií pre 1. stupeň ZŠ ponúkne niekoľko tisíc materiálov.

Pri hľadaní interaktívnych aplikácií však narazíme na skutočnosť, že väčšina z nich má veľmi nízky stupeň interaktivity. V mnohých prípadoch je interaktivita zúžená iba na poskytnutie spätnej väzby o správnosti riešenia a častokrát je táto činnosť dokonca prenechaná používateľovi. V prípade nesprávnej odpovede aplikácie neanalyzujú, prečo je odpoveď nesprávna, a ani sa nesnažia naviesť žiaka na správnu odpoveď. Plne súhlasíme s tvrdením Klenovčana (2013), že problémom sa ukazuje nedostatok kvalitných elektronických výučbových materiálov.

Jedným z dôležitých cieľov vyučovania matematiky na prvom stupni základnej školy je, aby žiaci vedeli sčítať a odčítať prirodzené čísla spamäti aj písomne. Myslíme si, že práve pri tejto činnosti je možné využiť potenciál interaktívnych aplikácií. Aby sme poskytli učiteľom na prvom stupni základných škôl kvalitné interaktívne materiály k tejto téme, vytvorili sme zbierku pozostávajúcu z 20 interaktívnych aplikácií, ktoré sú zamerané na nácvik písomných algoritmov sčítania, odčítania a násobenia jednociferným činiteľom. Zbierka je verejne dostupná na adrese http://pdf.truni.sk/pokorny/operacie/.

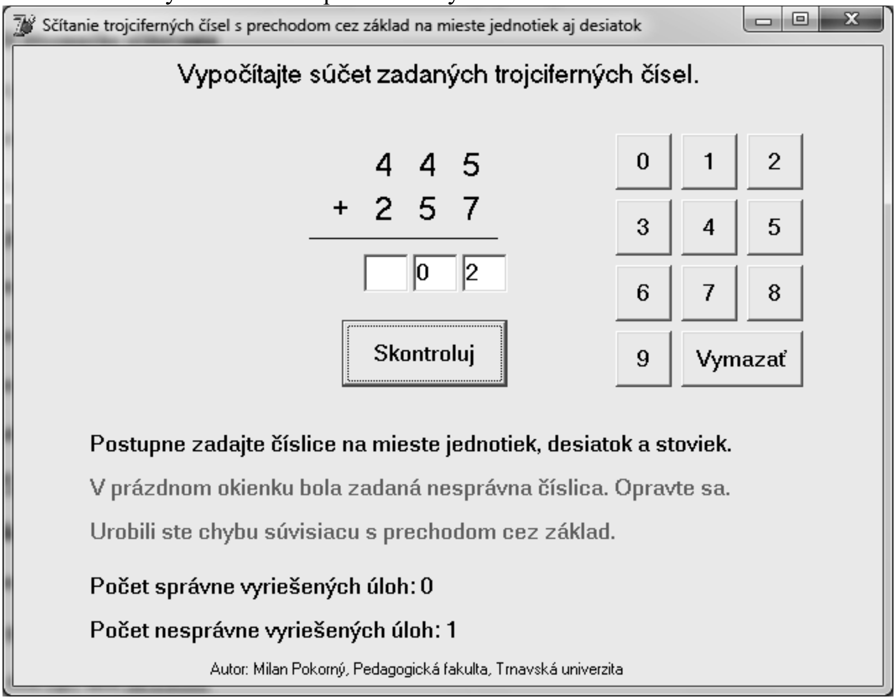
Zbierka obsahuje deväť aplikácií na nácvik písomného sčitovania, ktoré majú gradovanú náročnosť. Sú zamerané na nácvik sčítania dvojciferných čísel bez prechodu cez základ, s prechodom cez základ, sčítania trojciferných čísel bez prechodu cez základ, s prechodom cez základ na mieste jednotiek, s prechodom cez základ na mieste desiatok, s prechodom cez základ na mieste jednotiek aj desiatok, sčítania štvorciferných čísel. Podobne sú realizované aj aplikácie pre odčítanie. To dáva učiteľovi možnosť vhodnej voľby typu generovaných úloh podľa schopností a vedomostí žiakov.

Podľa nášho názoru medzi hlavné pozitíva vytvorenej zbierky patrí:

- Interaktívne aplikácie sú vhodné a jednoducho ovládateľné už žiakmi vo veku 8-10 rokov.
- Aplikácie korešpondujú s požiadavkami na vedomosti a zručnosti stanovenými v štátnom vzdelávacom programe.
- Gradovaná náročnosť aplikácií umožňuje pristupovať k vyučovaniu žiakov individuálne podľa ich schopností. Naviac, každý žiak má generované vlastné úlohy, takže pracuje samostatne. Tempo práce každého žiaka je individuálne.
- Aplikácie sú v slovenskom jazyku, takže u žiakov nenastáva žiadna jazyková bariéra.
- Ovládanie všetkých aplikácií má jednotný systém, takže nestratíme čas vysvetľovaním, ako majú žiaci pracovať s aplikáciami.
- Aplikácie sú plne ovládateľné myšou (Pri ovládaní sa klávesnica nepoužíva!). Preto sú vhodné aj na použitie na interaktívnej tabuli pri vysvetľovaní i precvičovaní učiva, nakoľko ich možno plne ovládať dotykom.
- Aplikácie nie sú závislé od typu či výrobcu interaktívnej tabule.
- Aplikácie poskytujú žiakom okamžitú spätnú väzbu o správnosti riešenia, pričom sa snažia rozpoznať aj dôvod nesprávnej odpovede (v tomto prípade chyby najčastejšie súvisia s prechodom cez desiatku), ako to vidno

na obrázku 1. Naviac, aplikácie zamerané na sčítanie a odčítanie trojciferných čísel poskytujú učiteľovi podrobnú štatistiku, v ktorých typoch úloh má žiak problémy.

- Aplikácie sú použiteľné nielen počas vyučovacej hodiny v kombinácii s interaktívnou tabuľou, ale najmä na samostatné riešenie úloh žiakmi na PC, a to najmä mimo vyučovacích hodín, či už v rámci školského klubu detí, krúžkovej činnosti, alebo domácej prípravy na vyučovanie.
- Aplikácie je možné si stiahnuť do počítača a potom s nimi pracovať aj bez pripojenia na Internet. Sú spustiteľné na starších i novších počítačoch s rôznymi verziami operačného systému Windows.



Obrázok 1 Ukážka interaktívnej aplikácie so spätnou väzbou po nesprávnej odpovedi žiaka

3. Záver

Správne použitie moderných technológií dokáže urobiť vzdelávací proces zaujímavejší, pútavejší a efektívnejší. Hoci na Internete nájdeme množstvo aplikácií pre použitie vo vzdelávacom procese, ich didaktická kvalita je často otázna.

V článku sme opísali nami navrhnuté interaktívne aplikácie určené na nácvik algoritmov písomného sčítania, odčítania a násobenia jednociferným číslom, ktoré sú voľne prístupné pre všetkých potenciálnych používateľov. Sme presvedčení, že tieto aplikácie môžu byť pre žiakov základných škôl užitočné. Bolo by však potrebné experimentálne overiť ich prínos na žiakoch 1. stupňa základných škôl, čo sa nám zatiaľ nepodarilo realizovať.

4. Poďakovanie

Článok vznikol aj vďaka podpore grantu KEGA 003TTU-4/2015.

Literatúra

1. MŠVVaŠ SR. DIGIPEDIA 2020 Koncepcia informatizácie rezortu školstva s výhľadom do roku 2020. Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky, 2013. Dostupné na internete: <http://www.minedu.sk/data/att/4796.pdf >
2. KLENOVČAN, P. *Tvorba elektronických edukačných testov*. Matematika v primárnej škole, rôzne cesty, rovnaké ciele, Zborník príspevkov z vedeckej konferencie s medzinárodnou účasťou, Prešov 2013, pp. 107-110. ISBN 978-80-555-0765-1
3. NEMCOVÁ, J., ŽILKOVÁ, K. Problémy kvality vyučovania elementárnej matematiky s využitím interaktívnej tabule. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, 2014, s. 156-160. ISBN 978-80-244-4062-0
4. NUCEM. ICILS 2013 Prvé výsledky medzinárodného výskumu z pohľadu Slovenska, alebo ... ako dobre sú žiaci pripravení na štúdium, prácu a život v ére informačných technológií ..., 2013. Dostupné na internete: <http://www.nucem.sk/documents/27/ medzinarodne_merania/icils/publikacie/ine/Krátka_správa.pdf>
5. SHENTON, A., PAGETT, L. *From 'bored' to screen: the use of the interactive whiteboard for literacy in six primary classrooms in England*. Literacy, 2007, Vol.41, pp.129-136.
6. ŽILKOVÁ, K. *Prednosti a riziká vzdelávania prostredníctvom e-learningového kurzu manipulačná geometria.* XXVI. Didmattech 2013: New Technologies in Science and Education: International scientific and professional conference. University of West Hungary, Györ, 2014, pp. 222-227. ISBN 978-963-334-184-1.

Kontaktná adresa

PaedDr. Milan Pokorný, PhD.
Trnavská univerzita, Pedagogická fakulta
Priemyselná 4, P.O.BOX 9, 918 43 Trnava
Telefon: +421 33 5939578
E-mail: mpokorny@truni.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

EDUKÁCIA MATEMATIKY V SLOVENSKOM A CUDZOM JAZYKU APLIKÁCIOU HUDOBNÝCH KOMUNIKAČNÝCH PROSTRIEDKOV

Alena PRÍDAVKOVÁ, Edita ŠIMČÍKOVÁ

Abstrakt

Hudobné komunikačné prostriedky predstavujú jednu z ciest ako zvýšiť kognitívnu úroveň žiakov v matematike. Získané požadované matematické kompetencie sú predpokladom na nadobúdanie cudzojazyčných kompetencií. Príspevok nadväzuje na publikované výstupy v konferenčných zborníkoch venovaných primárnemu vzdelávaniu (2014, 2015). Je pokračovaním prezentácie čiastkových výstupov projektov *COMENIUS* a *KEGA* a poskytuje konkrétnu ukážku aktivity integrujúcej vybrané elementy matematiky a hudobnej výchovy.

Kľúčové slová: matematická edukácia, hudobné aktivity, učebné zdroje v cudzom jazyku

TEACHING MATHEMATICS IN SLOVAK AND FOREIGN LANGUAGES BY APPLYING MUSICAL MEANS OF COMMUNICATION

Abstract

Musical means of communication represent one of the ways how to raise the level of students’ cognition in mathematics. Acquired mathematical competences are precondition for the acquisition of foreign language competences. This article is a follow-up to the outcomes published in the conference proceedings on primary education. It draws on the presentation of partial outputs of Comenius and KEGA programs and provides a concrete demonstration of the activity which integrates selected elements of mathematics and music education.

Key words: teaching mathematics, musical activities, learning resources in a foreign language

1. Úvod

Skúsenosti z praxe ukazujú, že učitelia nie sú v mnohých prípadoch na interdisciplinárnu edukáciu odborne pripravení. Uvedená skutočnosť je zrejme dôsledkom toho, že proces vyučovania, edukačné postupy, metódy sú vo väčšine prípadov skúmané separovane. Nie je tomu inak ani v prípade matematiky a hudobnej výchovy, čoho dôkazom je aj to, že existuje málo výskumov zaoberajúcich sa problematikou interdisciplinárnych vzťahov medzi spomenutými vyučovacími predmetmi.

Prešovská univerzita v Prešove je jednou z organizácií, ktoré participujú na riešení medzinárodného edukačného projektu v schéme LLP Comenius. Nadväzuje na úspešne ukončený projekt, ktorý bol zameraný na vyučovanie cudzieho jazyka s podporou hudby. Bližšie bol projekt charakterizovaný v príspevku autoriek Prídavková, Šimčíková (2015). Jedným z cieľov projektu je zvýšiť úroveň matematickej gramotnosti dievčat, ako aj žiakov zo sociálne znevýhodneného prostredia. Ďalším zámerom je vytvoriť a overiť nové prístupy vo vyučovaní matematiky prostredníctvom hudobných činností. Základná myšlienka projektu vychádza z tvrdenia, že sprístupňovanie matematických schopností, ale aj motivácia žiakov k učeniu sa matematiky, môžu byť posilnené prostredníctvom medzipredmetových aktivít, vytvorených na hudobnej báze.

2. Návrhy činností integrujúcich matematiku a hudobnú výchovu v primárnom vzdelávaní

Zvuk a pohyb predstavujú kľúčové elementy pri vytváraní konceptov v matematike a naopak, matematické schopnosti pomáhajú lepšie porozumieť hudbe. Prvotné predstavy o elementárnych pojmoch v matematike sa v myslení dieťaťa začínajú formovať prostredníctvom aktivizujúcich, manipulatívnych činností, cez vlastnú skúsenosť. Poznávací proces prebieha od izolovaných modelov matematických pojmov, cez generické modely až ku abstrakcii. Poznatky vznikajú v mysli každého dieťaťa a predstavujú individuálne konštrukty (Hejný, Kuřina, 2001). Ako uvádza Kopčáková (2014, s. 48) *„pohyb a hra na jednoduché hudobné nástroje rozvíjajú priestorovú orientáciu a pamäť, improvizácia prispieva k rozvoju tvorivosti a divergentného myslenia“*. Pamäť, priestorová orientácia, divergentné myslenie sú dôležitými konštruktmi aj pri rozvoji matematických schopností.

Východiskom pre tvorbu aktivít zameraných na rozvoj matematických poznatkov detí prostredníctvom hudobných činností je vzájomné prepájanie matematiky s hudbou a s hudobnými činnosťami. V posledných rokoch sa v systéme výchovy a vzdelávania hľadajú rôzne alternatívy, ktorých cieľom je skvalitniť edukačný proces a obohatiť ho o zážitkové učenie, či vzájomné prepájanie učiva z jednotlivých vied a umení. Do popredia sa dostávajú otázky súvisiace s problematikou medzizložkových resp. medzipredmetových vzťahov (interdisciplinarita), ale aj s problematikou integrovaného vyučovania, alebo integratívnych postupov vo vyučovaní. V tejto súvislosti sa často používa pojem integrácia.

Pri medzipredmetových vzťahoch podľa Stračára (1997, s.175) *„vnútorné vzťahy medzi predmetmi, zabezpečujú vzájomnú oporu a možnosť všestranne využívať osvojené poznatky v rozličných predmetoch.“* V prezentovanom projekte sa predpokladá, že hudba, hudobno-pohybové, inštrumentálne a percepčné činnosti budú prostriedkom na získavanie a rozvíjanie matematických poznatkov, resp. na ich dlhodobé uchovávanie v pamäti. Kým sa hudba a hudobné aktivity chápali predovšetkým v štátnom kurikule ako cieľ, projektovým zámerom je využiť hudbu a jej komunikačné prostriedky ako „vyučovaciu metódu“. Niektoré výskumy, ktoré sa zaoberajú prepojením matematiky a hudby, vychádzajú aj z teórie viacnásobnej inteligencie H. Gardnera.

Aktivity, vytvorené v rámci projektu, budú súčasťou príručky pre učiteľov ako jedného z učebných zdrojov, ktoré budú použité pri implementácii cieľových zámerov do praxe. Všetky aktivity sú štruktúrované do štyroch častí: *vstupná časť, prípravná časť*, *realizácia* a *obmeny*. Vo vstupnej časti sú predstavené základné informácie o aktivite. V druhej časti sú uvedené nevyhnutné predpoklady (vedomosti a zručnosti), ktoré by mali mať žiaci zvládnuté už pred a počas realizácie aktivity. Tretia časť obsahuje stručný opis postupu, ako by daná aktivita mohla byť realizovaná v priamej edukácii a v časti *obmeny* sú naznačené možné variácie (obmeny) aktivity a záleží len na učiteľovi, ktorú verziu si zvolí a pripraví.

V nasledujúcej časti je uvedená ukážka konkrétnej aktivity, spracovaná podľa požadovanej štruktúry projektu (okrem návrhov na obmeny).

- ***Vstupná časť***

Názov: Hudobné počítanie

Téma

Aktivita je zameraná na určenie počtu prvkov v skupine a upevnenie pojmov a postupov súvisiacich s matematickými operáciami sčítanie a odčítanie prirodzených čísel prostredníctvom sluchovo-analytických vnemov.

Kľúčové slová

Matematika: číslo, sčítanec, súčet, rozdiel, plus, mínus.
Hudobná výchova: sluchová analýza, hudobná imitácia, hudobná improvizácia.

Anotácia

V aktivite budú žiaci na základe sluchových vnemov (zvukovej reprezentácie) identifikovať čísla a určovať matematické operácie rozlíšením výšky tónov prezentovaných v bezprostrednom slede za sebou.

Základné elementy matematiky a hudobnej výchovy

Hudobná výchova: sluchová – analýza; hra na hudobnom nástroji; rytmicko-melodická imitácia a improvizácia.
Matematika: čísla (prirodzené čísla); sčítanie a odčítanie prirodzených čísel v obore do 20.

- ***Prípravná časť***

Prerekvizity v matematike

Základné numerické zručnosti – určovanie počtu prvkov v množine sluchom. Ovládanie princípov sčítania a odčítania prirodzených čísel; sčítanie a odčítanie prirodzených čísel v obore do 20 spamäti.

Prerekvizity v hudobnej výchove

Poznanie a ovládanie princípu hry na detskom melodickom hudobnom nástroji. Sluchové rozlišovanie tónov rôznej výšky.

Prepojenie matematiky a hudby (vrátane ďalších výhod učenia sa)

Určovanie počtu tónov rovnakej výšky vytvorených v slede za sebou umožňuje rozvinúť abstraktnú predstavu prirodzeného čísla. Zmeny vo výške tónov medzi skupinami znejúcich tónov evokujú priradenie požadovanej matematickej operácie. Aktivita obsahuje elementy postupnosti a kombinatoriky. Podporuje rozvoj sluchového rozlišovania tónov rôznej výšky, zručnosti v hre na hudobnom nástroji a tonálne cítenie.

- ***Realizácia aktivity***

Ciele

Rozvíjať schopnosť určovať počet prostredníctvom akustického modelu vytvárania skupín prvkov. Uvedomiť si prepojenie stúpajúceho/klesajúceho radu tónov s princípom sčítania a odčítania prirodzených čísel a s výsledkom operácie. Sluchové vnímanie dôsledne odlišovať v porovnaní so zrakovým vnemom pri identifikácii matematických operácií.

Cieľová skupina

Vek: 6–7 rokov (+); frontálna práca žiakov, resp. skupinová práca

Dĺžka trvania aktivity

10 minút pri štandardnom postupe

Aktivita – štandardný postup

Učiteľ zahrá na melodickom hudobnom nástroji Bobo tubes ľubovoľné jednociferné prirodzené číslo (úderom jednej z ozvučných túb). Žiaci nevidia hru na nástroji, sluchom identifikujú počet zahratých tónov rovnakej výšky. Počet si uchovajú v pamäti. Nadväzne prezentuje druhé číslo pomocou inej ozvučnej tuby hudobného nástroja – nižší, resp. vyšší tón napríklad v intervale tercie. Žiaci opäť identifikujú počet zahratých tónov. Je potrebné si uvedomiť, že pri aplikácii ozvučnej tuby s najnižším tónom c1 nie je možné ďalej využiť operáciu odčítanie.

Na základe sluchovej analýzy žiaci zároveň určia, či bola druhá skupina tónov oproti prvej skupine vyššie, alebo nižšie znejúca. V prípade druhej vyššie znejúcej skupiny tónov počet zahratých tónov pripočítajú k prvej skupine (k prvému číslu). Ak bola druhá skupina tónov nižšie znejúca, daný počet odpočítajú od prvého čísla. V prípade, že počet tónov bol v druhej skupine pri odčítaní väčší ako v prvej, je na žiakovi, aký postup si zvolí – povie, že toto nevieme odčítať, alebo vymení menšenca za menšiteľa, resp. určí záporný výsledok. Riešenia a výsledky matematických úloh žiaci zapisujú na pripravené kartičky a po skončení aktivity ich umiestnia na magnetickú tabuľu, kde bude prebiehať kontrola. Kontrola riešenia je frontálna, vyberú sa všetky kartičky s rovnakými a správnymi riešeniami na jednu stranu tabule a diskutuje sa o problematických zápisoch a riešeniach. Pri analýze chýb na kartičkách je dôležité všímať si sčítance, menšencov a menšiteľov z hľadiska správnosti určenia počtu zahratých tónov. V ďalšom kroku sa posudzuje identifikácia operácie a v poslednom výsledok.

Materiál, obrázky, hudba – rozmiestnenie pomôcok v priestore

Papier, pero, lavica, melodický hudobný nástroj Bobo tubes, paravan. Žiaci sedia v laviciach a pracujú individuálne.

Aktivita dáva priestor na realizáciu rôznych variácií z matematickej aj hudobnej oblasti. Pedagóg, ktorý absolvuje krátkodobé vzdelávacie kurzy v rámci projektu, bude mať možnosť vyskúšať si aj navrhnuté obmeny z pripravovanej metodiky, resp. dostane priestor na tvorbu vlastných námetov na prácu so žiakmi. Štandardný postup aktivity predstavuje „štart“ pre realizáciu ďalších tvorivých námetov.

3. Záver

Riešenie projektových zámerov podporuje problematiku integrácie vyučovacích predmetov v primárnom vzdelávaní. Napriek tomu, že nejde o nové edukačné prístupy, v pedagogickej praxi často chýba kompletný ucelený materiál, ktorý by obsahoval nielen priamu aktivitu alebo metódu integrácie vyučovacích predmetov, ale poskytoval by aj pedagogicko-psychologické aspekty uvedenej vyučovacej stratégie.

Výstupy projektov v podobe učebných zdrojov v cudzom jazyku budú implementované do pregraduálnej prípravy budúcich učiteľov primárneho vzdelávania na Pedagogickej fakulte PU v Prešove. Niektoré navrhované aktivity boli v uplynulom roku overené v pedagogickej praxi v rámci výskumnej časti záverečných prác a priniesli prvé pozitívne ohlasy.

Poznámka: Príspevok je čiastkovým výstupom projektov
KEGA č. 021PU-4/2015 *Tvorba učebných zdrojov pre matematické pregraduálne vzdelávanie elementaristov v cudzom jazyku*
COMENIUS 538547-LLP-1-2013-1-CH-COMENIUS-CMP: *European Music Portfolio - Maths "Sounding Ways Into Mathematics" - EMP Maths.*
This contribution was created with the support of the Lifelong Learning Programme of the European Union.

Literatúra

1. HEJNÝ, M., KUŘINA, F., *Dítě, škola, matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-581-4
2. HUDÁKOVÁ, J. Matematika v hudbe a hudba v matematike. In: *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitas Catholica Ružomberok,* Roč. XIV., číslo 1. Ružomberok: Verbum, 2015. s.50-57. ISSN 1336-2232
3. KOPČÁKOVÁ, S. Ozvučenie cesty do matematiky – nové úlohy a možnosti pre hudobnú výchovu. In: *Múzy v škole.* Roč. 19., č. 1-2, 2014. s. 43-49. ISSN 1335-1605
4. KOPČÁKOVÁ, S. Niekoľko téz k interdisciplinárnym väzbám hudby a matematiky v súčasnej primárnej edukácii. In: *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitas Catholica Ružomberok,* Roč. XIV., č. 1. Ružomberok: Verbum, 2015. s.43-49. ISSN 1336-2232
5. PRÍDAVKOVÁ, A., ŠIMČÍKOVÁ, E. Ozvučené cesty do matematiky – vyučovanie matematiky využitím hudobných aktivít. In: *História, súčasnosť a perspektívy vzdelávania na Pedagogickej fakulte Prešovskej univerzity v Prešove.* Prešov: PF PU, 2014. s. 665-670. ISBN 978-80-555-1237-2
6. PRIDAVKOVÁ, A., ŠIMČÍKOVÁ, E. Rozvoj matematických poznatkov prostredníctvom hudobných aktivít. In *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitas Catholica Ružomberok*, roč. XIV., č. 2. Ružomberok: Verbum, 2015. s. 195-199. ISSN 1336-2232.
7. STRAČÁR, E. *Systém a metódy riadenia učebného procesu.* Bratislava: Štátne pedagogické nakladateľstvo, 1997.
8. http://maths.emportfolio.eu/

Kontaktná adresa

doc. RNDr. Alena Prídavková, PhD., PaedDr. Edita Šimčíková, PhD.
Prešovská univerzita v Prešove, Pedagogická fakulta, Katedra matematickej edukácie
Ul. 17. novembra 15, 080 01 Prešov
Telefón: +421 517470541, +421 517470543
E-mail: alena.pridavkova@unipo.sk edita.simcikova@unipo.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

DOMINO JAKO DIDAKTICKÁ POMŮCKA K ROZVOJI LOGICKO-KOMBINAČNÍHO MYŠLENÍ ŽÁKA

Jana PŘÍHONSKÁ

Abstrakt

V příspěvku je diskutována možnost využití hry DOMINO jako didaktického prostředku k rozvoji logicko-kombinačního myšlení žáka. Kostek domina se dá využít k vytváření „součtových" i magických čtverců, „součtových rámů", vše na základě předem stanovených pravidel skládání. V příspěvku je uvedeno několik námětů a ukázka aktivity ze seminární práce studentky FP TUL.

Klíčová slova: hra Domino, kombinace, řešitelská strategie, tabulkové schéma

DOMINO AS A DIDACTIC TOOL FOR DEVELOPMENT OF LOGICAL-COMBINATORIAL PUPIL'S THINKING

Abstract

In the paper the possibility of using the game DOMINO as an educational tool for development logical-combinatorial thinking of pupil is discussed. Domino cubes can be used to create add and magic squares, „add frames", all based on a predetermined set of rules. Some ideas for activities and example of activity from seminar paper of student FP TUL are shown.

Key words: Domino game, combination, solving strategy, table schema

1. Úvod

Děti mladšího školního věku nevyžadují vysvětlení spojení učiva s realitou v míře, v jaké se jí dožadují ti starší, nepátrají po smysluplnosti, chápou učivo jako příjemnou hru, chtějí soutěžit a zpravidla své snažení nevzdávají, dokud nedojdou ke správnému řešení. Fakt, že toto hraní posléze využijí právě např. při pochopení potravních řetězců, historických staveb pyramid, tvorbě rodokmenů, pokládání dlažby, lepení obkladů, zpracovávání a třídění údajů, dohledávání společných znaků v řetězci atd., je pro ně v tomto věku nepodstatný, přesto jej zmínit můžeme.

Již v prvním ročníku lze začít hrát jednoduché obrázkové domino, domino s geometrickými tvary a ponechat dětem dostatek času na pochopení principu a pravidel hry. Učitel posléze sám identifikuje moment, kdy je vhodné obrázky nahradit puntíky či číslicemi. Děti změnu uvítají s nadšením, neboť mohou konečně prokázat své počtářské a kombinační schopnosti.

Má-li učitel jistotu, že všichni žáci princip včetně pravidel domina pochopili, je vhodný čas na jiné formy práce, jimiž mohou být právě hry na rozvoj kombinatorického myšlení dětí s využitím dominových kostek. Nelze je mechanicky začleňovat např. do hodin matematiky s geometrií, rozhodně ale mají své pevné místo v rámci situačně orientovaných slovních úloh, projektového vyučování s návazností na matematické soutěže, olympiády a scio testy.

2. Hra DOMINO

Hra DOMINO se nejčastěji skládá z obdélníkových kostiček (destiček) zvaných kameny. Kameny jsou rozděleny na poloviny a označeny v každé polovině určitým počtem bodů (číslem), podobně jako na hrací kostce. Každá dvojice čísel se vyskytuje právě jednou. Klasické domino obsahuje čísla od 0 do 6, takže celkový počet kamenů je 28 ($\binom{7}{2} + 7$ tzv. dublů), resp. ze sedmi čísel 0 až 6 tvoříme neuspořádané dvojice s možností opakování ($K'(2{,}7) = \binom{8}{2}$). Existují ale též varianty s čísly 0 až 9 (těch je 55), 0 až 12 (těch je 91) a 0 až 15 (těch je 136). Skupina bodů na každém kameni je jednou z možných kombinací.
Pravidla hry viz www: http://wasicek.webnode.cz/ctyrka/

Každý kámen v dominu je charakterizován dvěma čísly (počtem ok v jednotlivých čtvercích). Součet všech ok na kameni udává počet jeho „ok“, neboli hodnotu. Všech osmadvacet dominových kamenů lze rozložit do skupin dle schématu na Obr. 1:

0-6	1-6	2-6	3-6	4-6	5-6	6-6
0-5	1-5	2-5	3-5	4-5	5-5	
0-4	1-4	2-4	3-4	4-4		
0-3	1-3	2-3	3-3			
0-2	1-2	2-2				
0-1	1-1					
0-0						

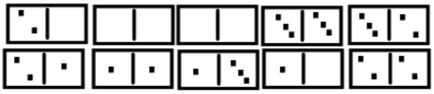
Obrázek 1 Rozdělení dominových kostek

Z dominových kamenů je možné skládat „okénka“ tak, že součet bodů na všech stranách každého „okénka“ je stejný. Je možné vytvářet magické čtverce, je možné vytvářet příklady na násobení či využít dominových kostech jako zlomků. V následující části ilustrujeme některé z možných využití. Každý úkol či problém vybízí k různým kombinacím. Vždy je nutno zdůraznit, zda pro skládání kostek dodržujeme pravidla hry Domino či nikoli.

3. **Náměty pro DOMINO** – náměty podle [1]

V následujících problémech P1, P2 nebudeme pravidla o pokládání kamenů Domina dodržovat (není nutno přikládat k sobě čtverce se stejným počtem ok). Počet bodů v rohových čtvercích dominových kostek se počítá dvakrát (do vodorovné i svislé strany). Začneme jednoduchým problémem:

P1 Vezměte 10 daných dominových kamenů (Obr. 2) a sestavte čtvercový rám tak, aby na každé straně čtverce byl součet bodů osm. Nalezněte co nejvíce variant.

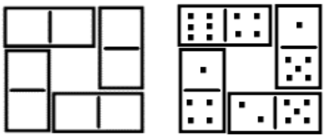


Obrázek 2 Dominové kostky P1

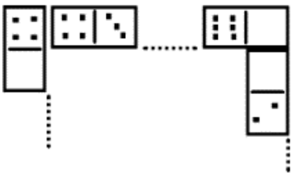
P2 Vezměte všech 28 dominových kamenů a sestavte sedm různých dominových okének, kdy součet na každé ze stran daného okénka bude stejný.

Jedna z možných variant je na Obr. 3. Nalezněte sedm dalších odlišných variant.

Poznámka: *u různých okének se mohou součty lišit (stejné součty bodů platí jen pro strany téhož okénka).*



Obrázek 3 Dominová okna



Obrázek 4 Čtvercový rám

P3 Pokládejte dominové kameny k sobě podle pravidel hry tak, aby vznikl čtvercový rám. Použijte všech 28 kamenů a složte je tak, aby součet bodů na každé straně čtverce byl 44.

Vrchní strana (zleva doprava): 4-3, 3-3, 3-1, 1-1, 1-4, 4-6, 6-0.
Pravá boční strana (shora dolů): 0-2, 2-4, 4-4, 4-5, 5-5, 5-1, 1-2.
Spodní strana (zprava doleva): 2-3, 3-5, 5-0, 0-3, 3-6, 6-2, 2-2.
Levá boční strana (zdola nahoru): 2-5, 5-6, 6-6, 6-1, 1-0, 0-0, 0-4.
Spojení v horních rozích je vidět na Obr. 4.

Magické čtverce z dominových kamenů

Z dominových kamenů lze sestavovat i magické čtverce. Např. ze sedmi dominových kamenů, které mají jednu nebo obě poloviny prázdné, a ze dvou dalších přidaných kamenů 1-6 a 2-6 lze sestavit magický čtverec se součtem 12.

Dominový čtverec sestavený ze zadaných kamenů je možno znázornit pomocí schématu, resp. v číslech (Obr. 5). Počet ok na devíti výše použitých kamenech je vyjádřen nulou a prvními osmi přirozenými čísly (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8). Stálý součet pro tento magický čtverec je číslo 12.

1-6	0-0	0-5
0-2	0-4	0-6
0-3	2-6	0-1

7	0	5
2	4	6
3	8	1

Obrázek 5 Magický čtverec z dominových kamenů

Vezmeme-li devět kamenů, na nichž bude počet bodů vyjádřen prvními čísly přirozené číselné posloupnosti (např. 0-1, 2-0, 3-0, 4-0, 5-0, 6-0, 6-1, 6-2, 6-3), můžeme sestavit magický čtverec se stálým součtem 15.

Poznámka: *v magických čtvercích z dominových kamenů se za řadu, sloupec a úhlopříčku považuje pruh, v němž leží příslušné kameny.*

Zlomky z Domina

Pokud vyjmeme kameny, jejichž obě poloviny obsahují stejný počet bodů (dubly) a kameny, které mají aspoň jednu polovinu prázdnou, můžeme zbylé kameny (celkem 15) využít jako zlomky. Kameny můžeme rozložit do tříd - řad tak, aby součet zlomků v každé řadě byl 2 ½ .

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{6}+\frac{1}{2}+\frac{2}{4}=2½\ ;\quad \frac{5}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{3}+\frac{4}{5}+\frac{1}{5}=2½\ ;\quad \frac{4}{6}+\frac{1}{6}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=2½$$

Můžeme použít některé kameny jako nepravé zlomky a rozdělit 15 kamenů do tří tříd (řad) se součtem 10.

$$\frac{1}{3}+\frac{6}{1}+\frac{3}{4}+\frac{5}{3}+\frac{5}{4}=10\ ;\quad \frac{2}{1}+\frac{5}{1}+\frac{2}{6}+\frac{6}{3}+\frac{4}{6}=10\ ;\quad \frac{4}{1}+\frac{2}{3}+\frac{4}{2}+\frac{5}{2}+\frac{5}{6}=10$$

4. **Náměty aktivit ze seminární práce** – Radka Tauchmanová, FP TUL 2015, [2]

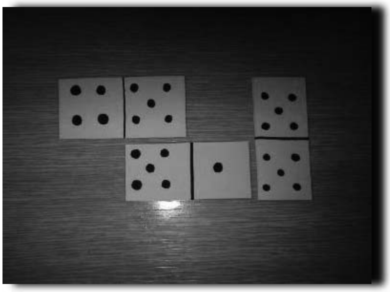
A1 HLAVOLAMINO

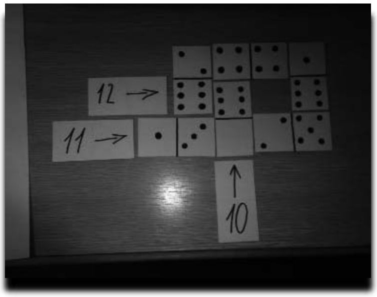
Hra využívá dominové kostky/karty k utvoření hlavolamu. Každý žák dostane číselné schéma, které představuje sestavení kostek domina do obdélníku (6x5). Jednotlivé kostky nejsou však vyznačeny. Úkolem a řešeným problémem zde je nalezení jednotlivých kostek, resp. způsob jejich sestavení ve schématu.

A2 „ONIMOD“/DOMINO

Pomůcky: 50 karet (podobným kostkám domina), blok na zapisování výsledků
Cíl hry: Vytvořit vodorovné nebo svislé linie karet tak, aby dávaly dohromady součet 10, 11, 12 (pokud je to možné).
Popis aktivity: Každý hráč obdrží list z bloku na zápis bodů. Při hře ve trojicích se hrají 3 kola. Hráč získá body jenom při vytvoření součtu s výsledkem 10, 11 nebo 12. Výsledek může být menší než 10, ale není nijak bodovaný, ale nesmí být větší

než 12. Obě čísla na kartě mohou být součástí několika různých linií (jak vodorovně, tak svisle, Obr. 6). Kdo má na konci hry více bodů vyhrává.
Průběh hry: Začíná ten, kdo rozdával (4 karty). Vyloží 2 karty z ruky lícem nahoru. Zapíše si skóre, které získal a vezme si novou kartu ze své hromádky. Přikládá další hráč (Obr. 6).





Obrázek 6 Pokládání karet a vyčíslení bodů A2

5. Závěr

Hra DOMINO sama o sobě není nijak zvlášť matematicky zajímavá, ale jak bylo ukázáno, dominových kamenů lze s výhodou využít k řešení různých hlavolamů a hádanek. Domino kostky jsou i vhodnou pomůckou pro děti s dyskalkulií (fixace seskupení, počtu, čísla, číslice). Žáci při řešení problémů různě kombinují a sestavují dominové kostky a získávají různé varianty výsledného řešení. Rozvíjí se tak systematičnost v hledání všech možných řešení, schopnost využívat schémata a dochází k rozvoji podvědomého chápání pojmu kombinace. Žák též procvičuje základní početní operace (sčítání, resp. násobení). Je proto na místě využívat DOMINO i v hodinách matematiky.

Příspěvek byl podpořen grantem SGS - FP - TUL - 2016.

Literatura

1. KORDĚMSKIJ, B. A. *Matematické prostocviky.* Mladá fronta, Praha 1957.
2. TAUCHMANOVÁ, R. *Aktivity pro rozvoj kombinačního myšlení žáka.* Seminární práce: Technická univerzita v Liberci, 2015.
3. Vašíček, V. W.: *Čtyřka*. In: Dominové hry. [online], © 2008. Dostupné z World Wide Web: http://wasicek.webnode.cz/ctyrka/.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
Katedra matematiky a didaktiky matematiky FP TUL
Univerzitní náměstí 1410/2
Telefon: +420 485 352 870
E-mail: jana.prihonska@tul.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

KSZTAŁTOWANIE INTUICJI MATEMATYCZNYCH W TRAKCIE POZASZKOLNEJ AKTYWNOŚCI DZIECKA

Renata RECLIK

Abstract

Dzieci uczą się spontanicznie i ustawicznie. Uczą się wówczas, gdy przyglądają się jakiejś rzeczy, gdy zauważają coś mimochodem, gdy wykonują proste czynności dnia codziennego, czy też zwracają się do dorosłego z pytaniem. Dlatego też kształtowanie właściwych intuicji matematycznych nie powinno być ograniczone jedynie do zajęć w szkole, ale powinno przebiegać w sposób naturalny, w trakcie codziennych czynności, w czasie zabaw czy wspólnej rozmowy z innymi dziećmi lub rodzicami. W artykule zamieszczono propozycje ćwiczeń i sytuacji umożliwiających rodzicom kształtowanie w umyśle dziecka właściwych intuicji matematycznych i budowanie odpowiedniego zasobu pojęciowego, pozwalającego dziecku na pomyślny start szkolny i rozbudzenie jego ciekawości matematycznej.

Key words: wspomaganie rozwoju intelektualnego dzieci, edukacja matematyczna, intuicje matematyczne, aktywność matematyczna.

FORMING THE MATHEMATICAL INTUITION IN THE COURSE OF CHILD'S EXTRACURRICULAR ACTIVITY

Abstract

Children learn in a spontaneous and continuous way: when they look at an object, paying more attention to it, or when they notice something accidentally, when they perform simple actions of daily routine, or even when they turn to a grown-up with a question. Therefore, forming proper mathematical intuition should not be limited merely to activities at school, but should also be run in a natural manner, also during everyday activities, while playing games or talking to other children or the parents. In her article, the author presents exercises and situations which make it possible for parents to form appropriate mathematical intuition in the child's mind and to build a proper corpus of notions. This will allow the child to make a successful start at school and will awake its mathematical curiosity.

Key words: mathematical education, mathematical intuition, supporting intellectual development of children, mathematical activity

1. Wprowadzenie

Dzieci uczą się spontanicznie i ustawicznie. Uczą się wówczas, gdy przyglądają się jakiejś rzeczy z uwagą, gdy zauważają coś mimochodem, gdy wykonują proste czynności dnia codziennego, czy też zwracają się do dorosłego z pytaniem. Uczą się przez cały czas, a nie tylko wówczas, gdy dorosły uczy je według własnego pomysłu. Stopniowo przyswajają słowa określające położenie i kierunek, wielkość i masę przedmiotów. Przyswajają umiejętność posługiwania się nazwami prostych figur geometrycznych, liczebników. Proces ten powinien przebiegać w sposób naturalny, bez zmuszania do wielokrotnego powtarzania tych samych wyrazów w celu ich zapamiętania oraz objaśnień, co one oznaczają. Wiedza i umiejętności powinny być nabywane przez dziecko w trakcie codziennych, konkretnych czynności, w czasie zabaw i gier, w czasie wspólnej rozmowy z innymi dziećmi czy rodzicami, formułowania pytań i poszukiwania odpowiedzi na nie.

Własna aktywność jednostki, podejmowana pod wpływem osobistych pobudek wewnętrznych i z własnej chęci i prowadząca do odkrycia i wytworzenia czegoś dla siebie nowego odgrywa szczególną rolę w rozwoju osobowości dziecka. Wiedza osobista dziecka bardzo ściśle łączy się z myśleniem intuicyjnym, które, zdaniem J. S. Brunera, jest aktem „uchwycenia sensu, znaczenia lub struktury problemu bez wyraźnego zastosowania aparatury analitycznej danej dziedziny wiedzy" i stanowi warunek rozumienia pojęć matematycznych (Bruner, 1971, s. 137).

Uczenie się w rzeczywistych sytuacjach oraz odwoływanie się do konkretnych czynności rozszerza proces edukacyjny poza szkołę. O tym, w którą stronę dziecko kieruje swoją aktywność i jak ją wykorzystuje, decydują w dużej mierze rodzice. Nie posiadają oni jednak rozległej wiedzy psychologicznej i pedagogicznej potrzebnej do poprawnego i skutecznego rozwijania aktywności matematycznej dziecka. Niestety ich działanie ogranicza się często do wyręczania dzieci w rozwiązywaniu problemów i pokonywaniu trudności, do pokazywania i pouczania jak to zrobić, bo sami wiedzą i potrafią lepiej, bo tak będzie szybciej. Czynią to zazwyczaj w dobrej wierze by uchronić dziecko przed ewentualnymi niepowodzeniami. W celu rozwijania zauważonych uzdolnień matematycznych rodzice, ufając autorom wielu książeczek z „ciekawymi" (często niestety tylko udziwnionymi) zadaniami matematycznymi, bezkrytycznie zachęcają dzieci do bezmyślnego „wypełniania" kolejnych stron (które niewiele różnią się od tych ze szkolnych podręczników) z zadaniami utrwalającymi jedynie pewne utarte schematy postępowania. Taki mechanizm, jak twierdzi E. Gruszczyk-Kolczyńska, „sprawia, że dzieci coraz mniej fascynują się samodzielną działalnością matematyczną w sytuacjach życiowych. To zaś skutecznie blokuje rozwijanie dziecięcych uzdolnień matematycznych" (Semadeni, Gruszczyk-Kolczyńska, Treliński, 2015, s. 184). Dlatego też rolą rodziców powinno być wspieranie i zachęcanie dzieci do podejmowania samodzielnej działalności matematycznej, do podejmowania prób rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji i zajęć, bowiem „(…) badawcze akty poznawcze mogą pojawiać się u dzieci przedszkolnych spontanicznie lub pod wpływem oddziaływań osób dorosłych. (…) Oddziaływanie to mieści się w nurcie czynności służących rozwijaniu aktywności poznawczej dzieci" (Adamek, 1998, s. 10-11).

Z powodu ograniczeń w objętości prezentowanego tekstu, skupię się na możliwości wspierania rozwoju poznawczego i intuicji matematycznych dziecka przez rodziców w zakresie dwóch obszarów tematycznych.

2. Nabywanie przez dziecko intuicji związanych z klasyfikowaniem

Umiejętności segregowania i klasyfikowania przedmiotów można z powodzeniem rozwijać w trakcie różnorodnych ćwiczeń uwzględniających prawidłowości rozwojowe dzieci. W tym celu należy nie tylko organizować odpowiednie zajęcia dydaktyczne w przedszkolu, czy szkole ale również wykorzystywać naturalne sytuacje życiowe, w których dziecko ma okazję do grupowania, segregowania i definiowania otaczających je przedmiotów.

Oto kilka propozycji, w jaki sposób rodzice mogą kształtować intuicje dziecka w zakresie klasyfikacji:

Rozmawiamy o przedmiotach. W trakcie rozmowy z dzieckiem o różnych przedmiotach warto używać słów, które uwzględniają jego cechy np. opisują rodzaj i fakturę materiału, kolor, kształt, przeznaczenie, smak, zapach, itp. Dorosły wspólnie z dzieckiem ogląda przedmiot, który już znają i prosi o jego opisanie. Na kartce papieru zapisuje jego cechy. Czynność ta powtarzana jest w odniesieniu do innego przedmiotu. Wspólnie z dzieckiem porównują wypisane cechy przedmiotów, ustalają, które z nich są takie same a które różne;

Wizyta w sklepie. W trakcie pobytu w sklepie można wspólnie z dzieckiem obserwować np. jak są ułożone produkty na półkach w sklepie. Warto zachęcać dziecko aby samo słownie opisywało, jaki rodzaj produktów znajduje się w określonej części sklepu np.: *Tu są sery, a tu jogurty. Na tej półce są ciastka. Jesteśmy w części spożywczej.* Są to pierwsze próby samodzielnego klasyfikowania, definiowania oraz dokonywania uogólnień;

Sprzątanie. Dzieci mogą sortować przedmioty podczas ich sprzątania np. po zabawie. Dorosły może oznaczyć półki obrazkami przedmiotów, które mają się na nich znaleźć, na koszyczkach umieścić etykiety z kolorem kredek, itp. Doskonałą okazją do sortowania jest również sprzątanie naczyń po posiłku (np.: *Talerze odstawiamy na górną półkę a kubki na dolną. Do tej przegródki wkładamy widelce a tu łyżki.*), układanie wypranych ubrań (*Te są mamy, te ubrania są taty a te moje)* czy rozpakowywanie zakupów i układanie ich w odpowiednie miejsca;

Gry w zgadywanki. Najpierw dorosły naśladuje odgłosy np. zwierząt, urządzeń domowych, narzędzi, a dziecko odgadują co to może być. Po odgadnięciu kolejną zagadkę przygotowuje dziecko. Odgłosy mogą być też opisywane słownie, przez podanie charakterystycznych cech, np.: *Słyszę jakiś cichy pisk. Co to może być?*

Zaprezentowane przykłady stanowią okazję do pierwszych prób samodzielnego klasyfikowania, definiowania oraz dokonywania uogólnień.

3. Nabywanie przez dziecko intuicji potrzebnych do kształtowania pojęć liczbowych

Aby dziecko mogło tworzyć i doskonalić rozumienie pojęć liczbowych na sposób szkolny potrzebne są mu umiejętności związane z liczeniem (przeliczaniem) przedmiotów i rachowaniem (ustalaniem ile jest obiektów po dodaniu lub odjęciu), ustalaniem równoliczności zbiorów i wnioskowaniem o stałej liczbie elementów w zbiorze, posługiwaniem się liczebnikami porządkowymi (Gruszczyk-Kolczyńska, 2014, s. 121).

Pierwsze aktywności zapowiadające początki kształtowania się umiejętności liczenia można dostrzec u dziecka już pod koniec pierwszego roku życia. Przez kolejne lata gromadzi ono w swoim umyśle doświadczenia, które umożliwią mu ukształtowanie i stosowanie właściwego schematu liczenia w każdej sytuacji (Gruszczyk-Kolczyńska, 2014, s. 65 – 70). Jest to proces długotrwały, uzależniony od możliwości rozwojowych dziecka i jego podatności na proces uczenia się pod kierunkiem dorosłego. Stymulowanie rozwoju tej ważnej umiejętności nie powinno być zatem ograniczane jedynie do zajęć przedszkolnych czy szkolnych. Znaczącą rolę w odkrywaniu przez dziecko zasad rządzących liczeniem odgrywają rodzice, którzy w sposób świadomy powinni wykorzystywać codzienne sytuacje (lub dodatkowo je organizować) w celu zdobywania i gromadzenia przez dziecko niezbędnych doświadczeń. Zasady organizowania takich sytuacji przedstawiała w swoich publikacjach Edyta Gruszczyk-Kolczyńska (1997, s. 47 – 48, 2014, s. 69 – 70).

W jaki sposób rodzice mogą pomóc dziecku opanować umiejętności potrzebne do kształtowania pojęć liczbowych:

W trakcie rozmowy z dzieckiem należy używać słów, które określają liczebność np. *dużo, mało, para, kilkanaście* oraz liczebników np. *„Podaj mi dwa jabłka", „Usiądziemy w trzecim rzędzie"*;

Zadawanie pytań. Podczas różnych codziennych sytuacji warto zadawać sobie nawzajem pytania dotyczące liczebności zbioru (aspekt kardynalny liczby) lub miejsca w szeregu (aspekt porządkowy) np. *„Ile widzisz samochodów na parkingu?", „Ile osób stoi przed nami w kolejce, a ile osób zostanie, gdy pierwsza w kolejce odejdzie od kasy?", „Którą porcję lodów jesz?"* oraz pytań dotyczących porównywania *„Jak myślisz, jakich owoców kupiłam więcej, jabłek czy gruszek? Skąd wiesz?", „Czy na stole jest tyle samo talerzy i kubków?"*;

Wykonywanie prostych prac domowych. Okazją do zbierania przez dziecko doświadczeń dotyczących równoliczności zbiorów jest np. nakrywanie do stołu. Trzeba przecież przygotować tyle talerzy, kubków i sztućców ilu jest domowników. Porządkowanie garnków i pokrywek to okazja do łączenia w pary (garnek – pokrywka) lub szeregowania (od największego do najmniejszego).

Liczyć można wszystko i wszędzie. **Podczas spacerów** należy zachęć dzieci do rozglądania się i szukania w ich najbliższym otoczeniu znaków graficznych liczb. Jest to również doskonała okazja do wspólnego przeliczania np. mijanych drzew, ławek, samochodów, do szacowania a potem sprawdzania ile schodów jest z parteru na pierwsze piętro, ile kroków trzeba zrobić aby przejść od jednej latarni do drugiej itp. **W domu** można liczyć książki na półce (liczenie od lewej do prawej i odwrotnie to okazja do odkrycia, że liczba elementów nie zależy od kolejności liczonych obiektów), przeliczać klocki rozsypane na dywanie i po włożeniu do pudełka lub woreczka (stałość liczby elementów przy obserwowanych zmianach), odliczać dni pozostające do zakończenia roku szkolnego.

5. Podsumowanie

Poprawne kształtowanie pojęć matematycznych jest procesem długotrwałym, którego początki sięgają pierwszych dziecięcych doświadczeń zdobywanych w warunkach naturalnych poza przedszkolem czy szkołą, w trakcie wykonywania codziennych czynności. Dzieci mają wrodzoną ciekawość świata, potrzebę ciągłego doświadczania i zdobywania wiedzy. Ich aktywność umysłowa jest równie naturalną cechą jak aktywność fizyczna i stanowi jeden z podstawowych czynników rozwoju osobowości człowieka. Spostrzeżenia poczynione podczas samodzielnego wykonywania wszystkich „zwykłych" codziennych zajęć pozwalają im poznać nowe rzeczy i zjawiska, a informacje zdobyte drogą własnych, aktywnych poszukiwań powinny być punktem startu dla szkolnego upublicznienia wiedzy. „Droga do kształtowania nowych pojęć i ich należytego rozumienia wiedzie przez ich używanie w sensownych sytuacjach. Proces ten można wspomagać, ale musi się to dokonywać w umyśle dziecka, dorosły nie może tego zrobić za niego, może zaś i powinien stworzyć mu odpowiednie okazje" (Semadeni i inni, 2015, s. 157).

Kształtowanie właściwych intuicji matematycznych nie powinno być zatem ograniczone jedynie do zajęć w szkole. Ogromną rolę w tym procesie pełnią rodzice, którzy wykorzystując różne sytuacje mogą rozbudzać naturalną ciekawość matematyczną dziecka, rozwijać w jego umyśle właściwe intuicje i przygotować jego zasób pojęciowy tak, aby umożliwić mu pomyślny start szkolny. Dlatego też rodzicom, którzy nie posiadają rozległej wiedzy psychologicznej i pedagogicznej, należy wyjaśnić i pokazać, w jaki sposób można wspierać dziecko w kształtowaniu intuicji i pojęć matematycznych.

Literatura

1. ADAMEK, I., *Rozwiązywanie problemów przez dzieci*. Kraków: Oficyna Wydawnicza „Impuls", 1998. ISBN 83-86994-39-8.
2. BRUNER, J. S., *O poznawaniu – szkice lewą ręką*. Warszawa: PIW, 1971.
3. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E., ZIELIŃSKA, E., *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*. Warszawa: WSiP, 1997. ISBN 83-02-06487-4
4. GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E. (red.), *Edukacja matematyczna w klasie I*. Kraków: Centrum Edukacyjne Bliżej Przedszkola, 2014. ISBN 978-83-64631-12-2
5. KLUS-STAŃSKA, D., NOWICKA, M., *Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej*. Gdańsk: Harmonia Universalis, 2014. ISBN 978-83-7744-061-2
6. SCHAFFER, H. R., Epizody wspólnego zaangażowania jako kontekst rozwoju poznawczego. W: A. Brzezińska, G. Lutomski (red.), *Dziecko w świecie ludzi i przedmiotów*. Poznań: Wydawnictwo Zysk i S-ka, 1994. ISBN
7. SEMADENI, Z., GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E., TRELIŃSKI, G. i inni. *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna Teoria i praktyka*. Kielce: Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP, 2015. ISBN 978-83-7173-309-3

Contact address

dr Renata Reclik
Uniwersytet Opolski, Instytut Studiów Edukacyjnych
ul. Ojca Józefa Czaplaka 2a, 45-055 Opole
Phone: 077 452 73 37
E-mail: rreclik@uni.opole.pl

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

BADATELSKÉ AKTIVITY S GEOMETRICKÝM OBSAHEM V PŘÍPRAVĚ STUDENTŮ UČITELSTVÍ

Filip ROUBÍČEK

Abstrakt

Příspěvek je věnován otázkám uplatnění badatelského přístupu v semináři z didaktiky matematiky určených budoucím učitelům prvního stupně základní školy. Studentům byly předkládány badatelské výukové situace, jejichž základem bylo specifické geometrické prostředí. Studenti se zabývali řešením neurčitých geometrických úloh, které umožňovalo uplatnění badatelských postupů, jako jsou kladení otázek, navrhování postupů, experimentování, usuzování, ověřování, diskutování závěrů aj. V příspěvku jsou prezentovány tři ukázky badatelských aktivit realizovaných se studenty a jejich reflexe bádání.

Klíčová slova: badatelské aktivity, geometrické úlohy, příprava studentů učitelství

INQUIRY ACTIVITIES WITH GEOMETRICAL CONTENTS INTO PRESERVICE TEACHER EDUCATION

Abstract

The paper deals with the issue of implementation of inquiry-based approach into seminars of didactics of mathematics for future primary school teachers. Inquiry -stimulating teaching situations based on specific geometrical environments were presented to students. Students engaged in the solving of undefined geometrical problems that enables application od inquiry procedures, such as posing of questions, designing of solving processes, making experiments, reasoning, verification, discussion of findings and others. Three illustrations of inquiry activities realised with students and their reflection of inquiry are presented in the paper.

Key words: inquiry activities, geometrical problems, preservice teacher education

1. Úvod – badatelsky orientovaná výuka

Badatelsky orientovaná výuka představuje v matematickém vzdělávání jednu z diskutovaných cest jeho zkvalitňování (Samková a kol. 2015), která se týká nejen vyučovací praxe na základních a středních školách, ale také přípravy studentů učitelství (Hošpesová 2014). O uplatnění badatelských aktivit v seminářích z matematiky a didaktiky matematiky na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích referovala L. Samková v úvodní přednášce letošní konference EME.

Badatelsky orientovaná výuka je hojně uplatňována v přírodovědných oborech, a však její obecné principy korespondují s didaktickými přístupy v matematickém vzdělávání, jako jsou učení tvořením a řešením úloh, objevování a znovuobjevování matematických poznatků, užití podnětných výukových prostředí aj. V badatelském přístupu lze tedy najít řadu společných rysů s jinými didaktickými teoriemi. Podstatou badatelského přístupu v matematickém vzdělávání je podnícení a podpora badatelských aktivit žáků/studentů s cílem zpřesnit, rozšířit nebo prohloubit jejich poznání určité oblasti matematiky.

2. Charakteristické rysy badatelského přístupu

Proces bádání je iniciován otevřenou úlohou, která popisuje neurčitou nebo nejednoznačnou a pro řešitele většinou neznámou situaci. Geometrické úlohy, které splňují tuto vlastnost, mohou vycházet ze specifického prostředí. Právě komplexní prozkoumání tohoto prostředí je předpokladem pro vyřešení úlohy: zodpovězení položené otázky, nalezení postupu nebo objevení poznatku, který je pro žáka/studenta nový, resp. neznámý.

Naplnění badatelského přístupu ve výuce předpokládá aktivizaci žáka/studenta. Žák/student se stává tím, kdo pokládá otázky, navrhuje postupy, formuluje závěry. Učitel vystupuje v roli toho, kdo badatelské aktivity žáků/studentů iniciuje, podporuje a dle potřeby usměrňuje návodnými otázkami nebo zhodnocením vybádaných skutečností, aby dosáhli stanoveného cíle. Úkolem učitele je také zajistit vhodné učební podmínky, zejména umožnit autonomní a kooperativní učení, poskytnout prostor pro sdílení a diskusi ve skupině, zajistit potřebný materiál a přístup k informačním zdrojům. K aktivizaci žáků/studentů přispívá užití dialogické formy komunikace a navození atmosféry, kdy i nesprávný postup nebo závěr je přijímán jako přínos. Cílem badatelské aktivity nebývá pouze vyřešení zadané úlohy, ale také upevnění a ujasnění určitých poznatků.

3. Badatelské aktivity

Badatelskými aktivitami v matematice se rozumí řešení (příp. tvoření) úloh, objevování (resp. znovuobjevování) poznatků a další činnosti, při kterých jsou cíleně uplatňovány postupy charakteristické pro bádání, jako jsou experimentování, sběr a analýza dat, usuzování, ověřování domněnek, dokazování, formulování a diskutování závěrů. Pro bádání ve vzdělávacím procesu jsou typické čtyři etapy:

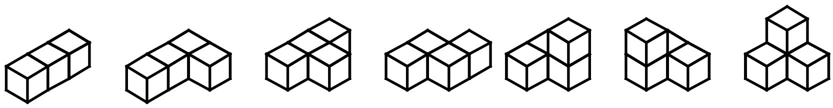
- *uchopení neurčité situace* – řešitel si klade otázky, snaží se v zadané situaci zorientovat a vymezit oblast zkoumání, jíž se bude věnovat;
- *formulace problému* – řešitel identifikuje problém, který má řešit, případně formuluje dílčí úlohy, které jsou pro zkoumání neznámé situace důležité;
- *návrh postupu řešení* – řešitel navrhuje cesty, kterými se vydá, vyhledává potřebné informace, hledá způsoby, jak problém modelovat, experimentuje;
- *prezentace řešení* – řešitel sděluje výsledky svého zkoumání, diskutuje o nich s ostatními, ověřuje je, formuluje závěry.

Popsané etapy procesu bádání se prolínají a v průběhu řešení problému se většinou opakují. Řešitel se nejprve zabývá jednotlivostmi a řeší jednodušší případy, ze získaných poznatků vyvozuje složitější případy a posléze provádí zobecnění. Průběh bádání ovlivňuje řada aspektů. Kromě zkušeností řešitele s bádáním a jeho znalostí záleží na obtížnosti zadaného problému a prostředí, ve kterém je zkoumán.

4. Řešení úloh ve specifickém geometrickém prostředí

Ve výuce geometrie na různých stupních vzdělávání se používají rozmanitá prostředí, ve kterých lze určitou geometrickou situace názorně modelovat. Patří mezi ně například čtvercová síť v podobě čtverečkovaného papíru, čtvercové skládačky nebo stavebnice, geodesky nebo soustavy souřadnic v aplikaci dynamické geometrie. Prostředí, které je pro řešení zadaného problému zvoleno, do jisté míry předurčuje možnosti řešení. Názorný model řešení daného problému usnadňuje, ale zároveň limituje. V rámci semináře z didaktiky matematiky byly studentům učitelství zadány konstrukční úlohy v různých geometrických prostředích, která mohou využít ve své vlastní výuce. Badatelské aktivity byly zaměřeny na konstruování krychlových těles z dílů SOMA kostky, mnohoúhelníků překládáním listu papíru a souměrných útvarů překládáním a vystřihováním.

SOMA kostka jako soubor krychlových těles představuje specifické stereometrické prostředí, které lze využít pro rozvíjení prostorové představivosti a zobrazovacích metod a konstruování krychlových těles s danými tvarovými ametrickými vlastnostmi. Krychlovým tělesem se rozumí těleso sestavené z několika shodných krychlí, které jsou spojeny celými stěnami (Michnová 2005, Jirotková 2010). SOMA kostka je hlavolam ve tvaru krychle 3x3x3 sestavený ze sedmi krychlových těles, které jsou tvořeny 3 nebo 4 krychlemi (viz obrázek 1). Existuje 240 možností, jak krychli z takových krychlových těles sestavit. Hlavolam vytvořil ve 30. letech 20. století Piet Hein a později zpopularizoval Martin Gardner. V rámci Programm mathe 2000 použili E. Ch. Wittmann a G. N. Müller SOMA kostku jako jednu z didaktických pomůcek pro výuku geometrie (Hirt, Luginbühl 2003).



Obrázek 1 Sedm dílů SOMA kostky

Úvodní badatelskou aktivitou v prostředí SOMA kostky je hledání navzájem různých krychlových těles, která jsou tvořena čtyřmi krychlemi, a poté identifikace krychlových těles, které tvoří SOMA kostku. Objevení všech osmi řešení usnadní modelování těles z jednotlivých krychlí, ovšem k ověření úplnosti řešení je nutné najít určitý systém. Problematickým místem při řešení této úlohy bývá identifikace shodných těles, které jsou vymodelovány nebo zobrazeny v rozdílných polohách, a dále rozlišení nepřímo shodných těles E, F, která považujeme v tomto případě za různá. Navazující badatelskou aktivitou může být konstruování krychlových těles z dílů SOMA kostky, které odpovídají danému nákresu nebo které splňují určité tvarové a metrické vlastnosti. Úlohu lze zadat například takto: *Jak vypadá souměrné krychlové těleso sestavené ze čtyř dílů SOMA kostky, které má nejmenší povrch?*

Geometrie překládaného papíru je alternativní prostředí pro planimetrické konstrukce, které provádíme překládáním volného listu papíru představujícího rovinu (Sýkora 2000). Přeložením listu papíru vznikají rovné hrany, které představují přímky, a průsečíky dvou hran znázorňují body. Geometrie překládaného papíru úzce souvisí s origami – japonským uměním skládání z papíru. Konstrukce v tomto prostředí lze axiomatizovat; italsko-japonský matematik H. Huzita (1992) zformuloval šest axiomů origami. Překládáním papíru lze zkonstruovat osu (střed) úsečky, osu úhlu, kolmici k dané přímce, rovnoběžku s danou přímkou a také provést trisekci úhlu (Abe 1980), která je v euklidovské geometrii neřešitelná.

Seznámení se s těmito konstrukcemi je předpokladem pro další badatelské aktivity v prostředí překládaného papíru. Pomocí základních konstrukčních postupů mohou žáci/studenti konstruovat mnohoúhelníky různých typů a vlastností (Roubíček 2006). Již samotná konstrukce čtverce je příležitostí pro objevování několika různých postupů, které vycházejí z vlastností čtverce (rovnoběžnost, kolmost a shodnost stran, shodnost a kolmost úhlopříček, souměrnost). Konstrukce je vhodné provádět na listu papíru s nerovnými okraji (použití listu papíru obdélníkového tvaru je pro badatelskou aktivitu omezující). Zatímco konstrukci čtverce překládáním papíru lze provést kombinací konstrukčních postupů používaných při rýsování, konstrukce rovnostranného trojúhelníku je v tomto prostředí skutečnou výzvou k bádání. Jedna z možných konstrukcí rovnostranného trojúhelníku vychází z jeho vlastností (shodnost stran a souměrnost) a nevyžaduje provedení trisekce úhlu pro nalezení úhlu o velikosti 60°, o což se řešitelé této úlohy v prvních úvahách většinou marně snaží. Cílem uvedených badatelských aktivit je prostřednictvím konstrukcí mnohoúhelníků upevnit poznatky o jejich vlastnostech.

Překládání a vystřihování je didaktické prostředí, ve kterém lze reprezentovat principy shodných zobrazení v rovině (Roubíček 2012) a konstruovat obrazce s různým počtem os souměrnosti. Překládáním papíru modelujeme osy souměrnosti: dvě kolmé osy vedou ke středové souměrnosti, dvě různoběžné osy k otočení, dvě rovnoběžné osy k posunutí. Úlohy v tomto prostředí lze formulovat jako značně otevřené, pokud nespecifikujeme vlastnosti hledaných útvarů nebo neurčíme, kolikrát a jakým způsobem budeme list papíru překládat a následně vystřihovat. Otevřenost úlohy vede řešitele ke kladení otázek a vymezení oblasti, kterou bude zkoumat. Výsledkem prvotních úvah může být například formulace následující úlohy: *Z přeloženého listu papíru vystřihněte několika rovnými střihy modely různých mnohoúhelníků a takto vzniklé mnohoúhelníky charakterizujte.* Předpokládá se, že list papíru je přeložen jednou a řešitel volí počet střihů. Počet střihů a jejich vzájemná poloha je hlediskem pro klasifikaci vzniklých útvarů. Následně lze aktivitu zaměřit na hledání konkrétních typů mnohoúhelníků, případně určit, jaké mnohoúhelníky nelze tímto způsobem vytvořit.

5. Závěr – reflexe badatelských aktivit

Při realizaci výše popsaných badatelských aktivit se studenty učitelství bylo sledováno, jak vnímají bádání v geometrickém kontextu, jaké postupy spontánně používají a do jaké míry jsou schopni implementovat badatelských přístup do své výuky. Uvedená prostředí nabízela studentům příležitosti k experimentování a studenti této možnosti hojně využívali a svá tvrzení opírali o konkrétní modely. Experimentování bylo často nahodilé (studenti svůj postup označovali jako „pokus a omyl“), v menší míře se snažili o systematické experimentování. Ukázalo se, že systém hledali zejména v situacích, které jim nebyly zcela neznámé, například v prostředí SOMA kostky využívali své zkušenosti, které získali při modelování krychlových těles a při manipulaci s polyminy (hra Tetris). Úloha, která byla studentům známá, vykazovala nižší badatelský potenciál (například při hledání všech krychlových těles složených ze čtyř krychlí studenti neobjevovali, ale spíše reprodukovali dříve získané poznatky, přičemž následné úlohy se SOMA kostkou byly pro bádání podnětnější). Objevování konstrukcí mnohoúhelníků v neobvyklém prostředí překládaného papíru bylo zatíženo zažitými postupy, které studenti získali při rýsování těchto útvarů, a to zvláště při hledání konstrukce rovnostranného trojúhelníku. Problematická byla otevřenost geometrické situace v prostředí překládání a vystřihování, kdy si studenti uvědomovali, že úloha, jejíž zadání je neurčité a nejednoznačné, má nekonečně mnoho řešení. Jen někteří byli schopni neurčitou situaci uchopit stanovením omezujících podmínek nebo formulací dílčího úkolu a na základě svých zjištění získané útvary podrobněji klasifikovat. Možná tato obtíž souvisí s jejich tendencí tvořit převážně uzavřené úlohy, které velký prostor pro bádání nenabízejí a často vedou k jedinému řešení.

Výzkum je podporován grantem GAČR 14-01417S a RVO 67985840.

Literatura

1. ABE, H. Trisection of angle by H. Abe. *Science of Origami*, 1980, s. 8.
2. HIRT, U., LUGINBÜHL, S. *Schauen und Bauen Teil 2: Spiele mit dem Somawürfel.* Kallmeyer Lernspiele, 2003. [metodický materiál]
3. HOŠPESOVÁ, A. Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ a příprava učitelů. In *Matematika 6. Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace.* Olomouc: UP, 2014, s. 8-14.
4. HUZITA, H. Understanding Geometry through Origami Axioms. In Smith, J. *Proceedings of COET91*, British Origami Society, 1992, s. 37-70.
5. JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitňování výuky geometrie.* Praha: Pedagogická fakulta UK, 2010, 330 s.
6. MICHNOVÁ, J. Krychlová tělesa a hlavolamy. In *Dva dny s didaktikou matematiky 2005.* Praha: Pedagogická fakulta UK, 2005, s. 90-95.
7. ROUBÍČEK, F. Geometrické konstrukce z pohledu různých didaktických prostředí. In *Jak učit matematice žáky ve věku 11-15 let?* Plzeň: Vydavatelský servis, 2006, s. 187-195.
8. ROUBÍČEK, F. Reprezentace shodných zobrazení. In *Matematika 5. Specifika matematické edukace v prostředí primárním školy.* Olomouc: UP, 2012, s. 241-245.
9. SAMKOVÁ, L. a kol. Badatelsky orientované vyučování matematice. *Scientia in educatione* 6(1), 2015, s. 91-122.
10. SÝKORA, V. Geometrie překládaného papíru. In *Dva dny s didaktikou matematiky 2000.* Praha: Pedagogická fakulta UK, 2000, s. 68-70.

Kontaktní adresa

PhDr. Filip Roubíček, Ph.D.
Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
Žitná 25, Praha 1
Telefon: +420 222 090 750
E-mail: roubicek@math.cas.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

ETAPY ROZWIĄZYWANIA ZADAŃ TEKSTOWYCH G. POLYI – ZASTOSOWANIE W PODRĘCZNIKACH DLA KLAS I-III

Helena SIWEK

Abstrakt

Dzięki pracom G. Polyi i dydaktyków kontynuujących badania związane z metodami rozwiązywania zadań tekstowych wydawać by się mogło, że zagadnienie to jest na tyle zaawansowane, iż nie powinno nastręczać ani nauczycielom, ani studentom, ani uczniom większych problemów w praktyce. Tymczasem ciągle rozwiązywanie zadań tekstowych jest przysłowiową piętą achillesową wielu uczniów. Jednym z ważnych środków uczenia się metod rozwiązywania zadań tekstowych zapewne powinien być podręcznik. Zachodzi pytanie, czy ten podstawowy środek dydaktyczny służy do realizacji tego celu.

Klíčová slova: Zadania tekstowe, metody rozwiązywania, analiza podręczników matematyki.

THE STAGES OF SOLVING G. POLYA TEXT TASKS - THEIR APPLICATION IN TEXTBOOKS FOR CLASSES I-III

Abstract

Thanks to the works of G. Polyi, and educators continuing research related to methods of solving text exercises, it would seem that this issue is so advanced that it should not cause any major problems in practice neither for teachers nor students or pupils. Meanwhile, constantly it is a proverbial Achilles' heel for many students. Manuals certainly should be one of the important means of learning methods concerning solving text exercises. The question is whether that basic teaching resources really serve the purpose to achieve this objective.

Key words: text exercises, methods of solving, analysis of textbooks of mathematics.

1. Metodyka rozwiązywania zadań tekstowych Polyi – przykłady z kl. I-III

Rozwiązywanie zadań tekstowych, jak pokazują nieustannie wyniki badań i praktyka szkolna, jest dla uczniów jedną z dominujących trudności. Aby nie stanowiło ono dla uczniów bariery trudnej do pokonania, powinno się już od początku nauki w szkole stosować na lekcjach matematyki poprawną metodykę rozwiązywania takich zadań. Przede wszystkim na wstępie dziecko (uczeń) powinno umieć, po przeczytaniu tekstu zadania, opowiedzieć „o czym jest zadanie”, scharakteryzować własnymi słowami sytuację przedstawioną w zadaniu (bez konieczności dokładnego pamiętania danych), postawić pytanie o szukane. Chodzi bowiem o sprawdzenie zrozumienia tekstu przez dziecko, a także o zapobieganie pośpiesznemu „rozwiązywaniu” zadania, polegającego na wykonywaniu jakichkolwiek działań na liczbach, które wystąpiły w treści zadania, aby uzyskać jakiś wynik i uzyskać przekonanie, że zadanie jest rozwiązane a polecenie nauczyciela wykonane.

Dopiero potem przechodzimy do realizacji planowego postępowania zgodnie z czterema etapami według Polyi, a mianowicie: 1. Zrozumienie zadania, 2. Układanie planu rozwiązania, 3. Wykonanie planu, 4. Rzut oka wstecz.

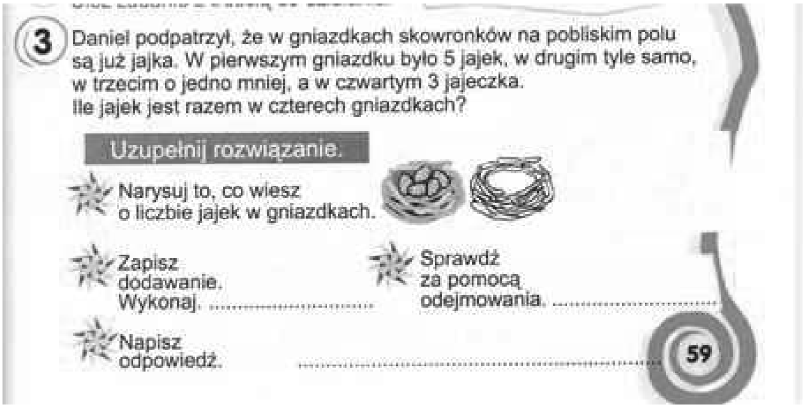
Etapy te wiążą się ze wskazówkami i pytaniami sformułowanymi przez twórcę metodyki rozwiązywania zadań tekstowych, które przykładowo w wielkim skrócie są następujące:

1. Staraj się zrozumieć zadanie. Co jest niewiadome? Co jest dane? Jaki jest warunek? Zrób rysunek. Wprowadź odpowiednie oznaczenia.
2. Znajdź związek między danymi i niewiadomymi. Ułóż plan rozwiązania zadania. Czy znasz jakieś pokrewne zadanie? Czy nie spotkałeś się już kiedyś z podobnym zadaniem? Czy nie mógłbyś tego zrobić jeszcze inaczej?
3. Wykonaj swój plan. Sprawdzaj każdy krok. Czy możesz uzasadnić, że dany krok jest poprawnie wykonany?
4. Sprawdź otrzymane rozwiązanie. Czy możesz sprawdzić wynik? Czy możesz sprawdzić uzasadnienie rozwiązania? Czy możesz ułożyć inne, podobne zadanie?

Rozwiązywanie zadań tekstowych zgodne z osiągnięciami dydaktyki matematyki, powinno występować już od klasy I szkoły podstawowej. Dzieci już w drugim semestrze zaczynają samodzielnie czytać proste teksty, więc można już w podręczniku zamieścić - od czasu do czasu – teksty rozwiązań do uzupełnienia przez dziecko. Chodzi o tzw. teksty sterujące samodzielną pracą ucznia pod kierunkiem nauczyciela, teksty z lukami, które należy ze zrozumieniem uzupełnić. Oczywiście towarzyszyć temu powinna analiza treści zadania, matematyzacja warunków zawartych w zadaniu, wykonanie obliczeń, sprawdzenie rozwiązania i sformułowanie odpowiedzi. Przykłady takich zaplanowanych rozwiązań, które równocześnie mają wprowadzać dziecko w poprawne redagowanie rozwiązania zadania, są zaprezentowane i omówione poniżej. Zostały one tak dobrane, aby równocześnie zilustrować idee integralnego nauczania, sięgania po treści zadań do różnych obszarów, a mianowicie: środowiska przyrodniczego, społecznego, kulturowego, technicznego itp. , a więc obszarów bliskich doświadczeniom dziecka poznającego otaczający je świat.

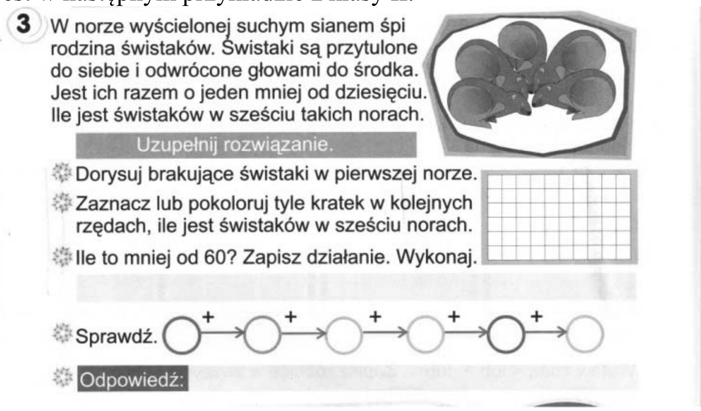
Pierwsze zadanie dotyczy gniazd skowronków, które zakładają je nie na drzewach, w szuwarach, zaroślach, ale na polach. Liczby występujące w zadaniu są zgodne z rzeczywistością, dzikie ptaki składają bowiem tylko po kilka jaj.

Cztery kolejne etapy rozwiązania zadania są oznaczone ilonkami. W pierwszym punkcie dziecko powinno zrozumieć język matematyczny i sprawdzić, że w pierwszym gniazdku jest 5 jajek, a następnie narysować jajka i gniazdka z liczbami jajek – 5, 4, 3. W następnym punkcie jest zaplanowana czynność związana z



Rys 1 Zadanie z podręcznika Tęczowa Szkoła, kl. I, cz. 1.3, s. 59.

dodawaniem i zapisem działania. Działanie to dziecko ma zapisać i wykonać. Czyli ten punkt jest związany z drugim i trzecim etapem rozwiązania zadania. Sprawdzanie wyniku (za pomocą odejmowania – co sugeruje wykonanie innego działania niż na etapie rozwiązania) i sformułowanie odpowiedzi, to jest czwarty etap. Wypełniając luki dziecko uczy się też redagowania rozwiązań zadań. Powinno od początku wiedzieć, że nie wystarczy napisać działanie i odpowiedź, ale trzeba zapisać kolejne kroki rozumowania, będące uzasadnieniem rozwiązania zadania. Podobnie jest w następnym przykładzie z klasy II.

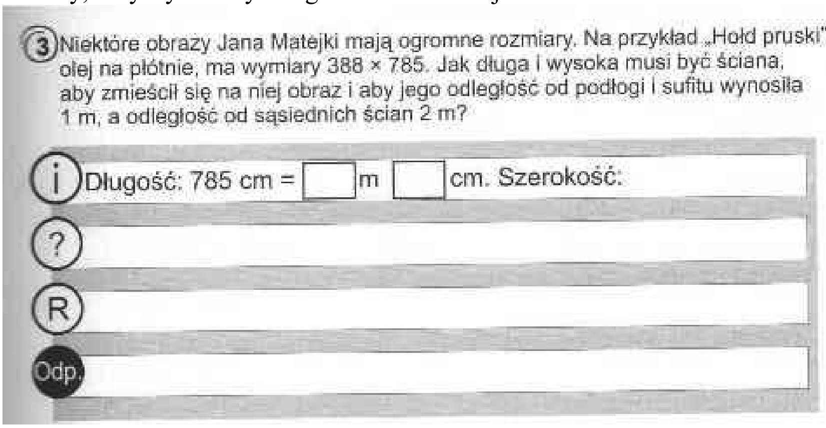


Rys 2 Zadanie z podręcznika Tęczowa Szkoła, kl. II, cz. 2.2, s. 14.

Powyższe zadanie jest związane z tematyką zwierząt zasypiających na zimę. Jest to zadanie realistyczne ukazujące, że rodziny świstaków śpią w głębokich norach, ułożone w specjalny sposób, zapewniający im ciepło. Wcześniej dzieci miały okazję się dowiedzieć, że głębokość nor sięga 8m. Tutaj też zaplanowano wszystkie etapy.

W pierwszym punkcie dziecko ma na rysunku pokazać, że zrozumiało warunek: „świstaków jest w norze o jeden mniej od dziesięciu”. W drugim punkcie ma zaplanowany sposób rozwiązania, ale musi się wykazać rozumieniem i w każdym rzędzie zaznaczyć tylko 9 kratek (kratownica ma wymiary 6x10 kratek). Tutaj też powinien wystąpić etap rozwiązania – zapisu matematycznej formuły i wykonania mnożenia $6 \cdot 9 = 54$. Zapis ten uczeń może umieścić obok kratownicy. Następny punkt zawiera dodatkowe pytanie związane z zadaniem (można je traktować jako przedłużenie zadania) i wymaga od ucznia zapisu i wykonania odejmowania 60-54 = 6. Ostatnie dwa punkty wracają do głównego nurtu i stanowią rzut oka wstecz – sprawdzenie mnożenia za pomocą dodawania i sformułowanie odpowiedzi.

Kolejny przykład z kl. III wymaga od ucznia większej samodzielności w redagowaniu rozwiązania, zgodnie z punktami planu oznaczonymi sugestywnymi ikonkami. Treść jest związana z tematyką muzeów gromadzących dzieła wybitnych malarzy, dotyczy historycznego obrazu J. Matejki.


3 Niektóre obrazy Jana Matejki mają ogromne rozmiary. Na przykład „Hołd pruski", olej na płótnie, ma wymiary 388 × 785. Jak długa i wysoka musi być ściana, aby zmieścił się na niej obraz i aby jego odległość od podłogi i sufitu wynosiła 1 m, a odległość od sąsiednich ścian 2 m?

i Długość: 785 cm = ☐ m ☐ cm. Szerokość:

?

R

Odp.

Rys 3 Zadanie z podręcznika Tęczowa Szkoła, kl. III, cz. 3.3 ćw. , s. 15.

2. Cztery etapy w procesie rozwiązywania zadań według Polyi – wyniki badań

Temat *Uczenie się przez dzieci klas I – III metod rozwiązywania zadań tekstowych z matematyki* stał się problemem badań grupy – prowadzonej przeze mnie - seminarium magisterskiego w latach 2013-15, na WSP w Katowicach. Zadaniem studentek, po przestudiowaniu i uporządkowaniu odpowiedniej literatury była analiza porównawcza podręczników zintegrowanych lub podręczników do matematyki dla I etapu edukacyjnego, pod kątem uczenia dzieci rozwiązywania zadań, a przede wszystkim występowania czterech etapów w procesie rozwiązywania zadań tekstowych. **Problem główny** sformułowałyśmy następująco: *W jakim stopniu w podręcznikach zróżnicowane są matematyczne zadania tekstowe pod względem fabuły, treści, typów oraz czy występuje zamierzone przez autorów podręczników uczenie sposobów rozwiązywania zadań z treścią?*

Podstawową metodą badań była **analiza dokumentów,** przede wszystkim analiza porównawcza podręczników oraz programów szkolnych i podstaw programowych. N**arzędzie badawcze** skonstruowałyśmy w postaci tabeli, w której najważniejsze dane były związane z czterema etapami w procesie rozwiązywania zadań.

Zbiorcze wyniki ilościowe są sumą wyników cząstkowych z obronionych prac magisterskich w 2015 roku.

typ pod-ręcznika	**razem zadań**	arytm.	geom.	z 4 eta-pami	z 3 eta-pami	z 1 lub 2 etapa mi	z 0 eta-pów
WP- podr. matemat	**687**	623	64	**0**	**64**	335	288
TS – podr. zintegrow	**860**	688	172	**77**	**157**	362	264
Procent/ WP	100 %	91 %	9 %	0 %	9%	49 %	42%
Procent/TS	100 %	80 %	20 %	9 %	18%	42 %	31%

Tabela 1 Rodzaje zadań i zastosowanie etapów Polyi – opracowanie własne

Obserwując dane w tabeli rzuca się w oczy zerowy wynik dla zadań z czterema etapami – w ogóle takich sytuacji nie ma w WP, czyli w żadnym z podręczników popularnych w szkole. Natomiast takich zadań w TS było 77. Dla metodycznego wprowadzania dzieci w proces rozwiązywania zadań tekstowych korzystne są głównie zadania z planem czterech oraz trzech etapów. Okazuje się, że takich sytuacji w WP jest tylko 64, natomiast w TS – 234, czyli prawie cztery razy więcej. Również niekorzystny wynik mają zadania geometryczne, które stanowią niespełna jedną dziesiątą część wszystkich zadań w WP, a w podręczniku TS jest ich jedna piąta. Wyniki te świadczą na korzyść innowacyjności podręcznika Tęczowej Szkoły.

Literatura

1. POLYA, G. *Jak to rozwiązać,* PWN, Warszawa, 1993.
2. SIWEK H. *Kształcenie zintegrowane na etapie wczesnoszkolnym,* WN AP, Kraków, 2004, ISBN 83-7271-308-1.
3. SIWEK H. *Wyniki analizy porównawczej podręczników dla I etapu edukacji*
4. *pod kątem metodyki rozwiązywania matematycznych zadań tekstowych,* (w druku).

Kontaktní adresa

SIWEK Helena, prof. dr hab.
WSP , ul. Katowicka 27, 40-173 Katowice
Telefon: +420 691 295 742
E-mail: h.siwek91@gmail.com

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

TESSELLATION –AN EASY TASK?

Ewa SWOBODA, Izabela KOBA

Abstract

Theories of forming geometrical concepts primarily are focused on distinguishing the levels of understanding of concepts, of which the concept of a geometric figure is considered as the most important. It is emphasized here that the transition from the visual level, where the shape is perceived globally - to the descriptive level - on which the child is able to distinguish attendants (property of figures) and to use them to solve geometric problems - is the biggest educational challenge at this educational stage. In this paper we discuss the results of one of the task, which could support child to rich the next step in their understanding of shapes.

Key words: attendants of geometric figures, early geometry, visual level, tessellation,

1. Introduction

Early geometry is still a neglected research area, or - at least – not recognized as important area concerning problems of the arithmetic concepts and procedures. However, very often the outcomes of research in this domain are unexpected; and by this they inform that there is still a lot of unknowns regarding the development of geometrical concepts. They also show that the ways children solve geometrical problems differ from our assumptions. In addition, this narrow range of observations and results often do not penetrate school practice. As a result, teacher's evaluation of the geometric issues and tasks, proposed for early stages, is ambiguous. Such tasks are assessed as either very easy, therefore regarded as unworthy of time and effort, or - as having no impact on the student's mathematical knowledge.

Theories of forming geometrical concepts (van Hiele 1987, Hejný 1995) are primarily focused on distinguishing the levels of understanding of concepts, of which the concept of a geometric figure is considered as the most important. It is emphasized here that the transition from the visual level, where the shape is perceived globally - to the descriptive level - on which the child is able to distinguish attendants (property of figures) and to use them to solve geometric problems - is the biggest educational challenge at this educational stage.

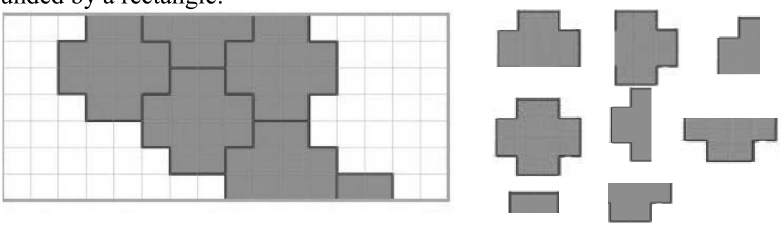
In Polish school textbooks, geometric tasks generally refer to recognizing the basic geometric figures. It is related to the curriculum, where the content of geometric education is limited to identifying and naming the basic shapes. As the results, offered task are limited to such, where students paint over ready-shapes objects in their worksheets. In this way they practice global recognition of shapes only - what can be an easy task for them, and thus do not provide anything new to learn. Almost at the edge of educator’s interests are geometric puzzle treated mainly as the tool for reveal intuitions of geometric transformations. Such target of puzzles is mainly noticed in the didactical publications

The puzzle is usually implemented for building mosaics, using ready-made elements. Typically, these classes are very creative, children can arrange a variety of patterns, operate at different levels. However, when working with a puzzle child manipulates with rigid object (badge) with a fixed shape - so there is no need to control the length of the sides or the size of the angles of the figure represented by the placard. A little out of the interest are such activities where mosaics are painted and drawn. In the course of such tasks the child has to think analytically. Unfortunately, the number of such classes is very low. When teacher decide to offer to child a task based on drawing, it is usually a linear pattern only; often having the structure A B A B,, or equally simple. In these tasks, the primary problem concern to capture the rhythm and the global shape of the figure.

In mathematics, creating a two-dimensional mosaics is called "tessellation". According to the B. Grunbaum and G. C. Shephard definition (1977, pp. 227 - quoted by Csachová 2010) *A tiling of the plane is a family of sets - called tiles - that cover the plane without gaps or overlaps.* Same tessellations’ problems (covering the plane by congruent polygons) could be interesting from a mathematical point of view and therefore was a subject of work both mathematicians and mathematics educators (Jeleński 1988, Semadeni 1988, Siwek 1988, Turnau 1988, Csachová 2010, Hospesova, et.at. 2010). It seems, however, that rhythmic filling the plane by drawing tiles can be treated as a rich didactic activity also at the lowest educational levels. Such work may also constitute a rich material for educators. Analysis of children's drawings shows how they understand geometrical object - global, or by using attendants and geometric properties of the object. This was also the target of observation, which are described in this article.

2. Organisation of observations

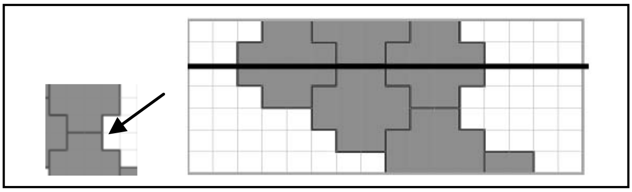
The observations were conducted in November 2015, in one of the school in south-eastern Poland. Students of classes II and III (a total of 17 children aged 8-9 years old) were asked to complete the drawing sidewalk shown below, located in the area bounded by a rectangle:



Picture 1 Task, basic motif and its parts

The main problem in this task lays in suitable shaping of the tile and in preserving such mutual arrangement of motifs which maintain complete coverage of the plane. In this task, the motif (a tile) consists of 12 squares. Drawing on a squared grid would facilitate the maintenance of a suitable length of the sides and the size of angles. Since the shape of the tile is regular – it is twelve-side polygon (dodecagon) in the form of a cross (a square with cut off vertexes), so the construction of this shape can be done in two ways - either by use of overall (visual) representation of shape, either through an analytical approach, associated with a detailed analysis the length of the sides and the size of angles.

Filling up the entire plane destined for the task requires the use of both of the over motives, as well as fragments of the tile. To properly complete the task, the child must cut the motives. He must therefore be able to extract the part from the whole shape. He must also be able to assess how the part would fit into the corresponding area. This can be solve only through an analysis of the length of the sides of the motive and their mutual arrangement.



Picture 2 The strategy for solving the task

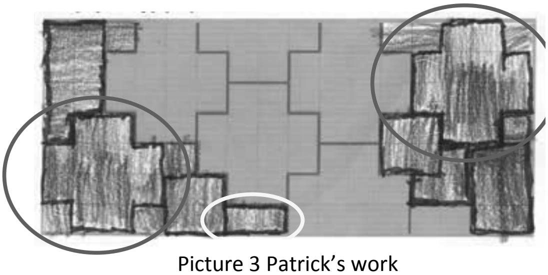
To completely cover the plane, it is necessary to keep the right strategy. Undoubtedly, the most important is to capture the rhythm, which prevails in this mosaic. It is so unusual for child, because that is created from a single motive. A student should first look at how the plates are stacked. He might have noted that the motives combine respectively sides of equal length, but that "indentation" resulting from the combination of parallel sides make room for another motive, moved obliquely in relation to earlier. Below such a place is selected.

Further analysis shows that you can also use parallel shift in the direction indicated by the one side of the frame. It can be seen that on one side of the bottom line is a dodecagon, and the other passes through the center (Picture 3).

3. Findings

The task has proved extremely difficult. Only one girl was able to solve it properly to the end. There were various derogation from the shape of the motive in many children's works - even where a tile could be drawn as the whole. What children have tried to realize – it was accurate filling the plane (only two children were not able to do it and they covered the plane only partially). Often they did it by using either the familiar shapes (different than the motive) or by drawing completely random objects. Below we analyze the work of two students who in varying degrees have realized the task

1. Patrick, 9-years-old boy

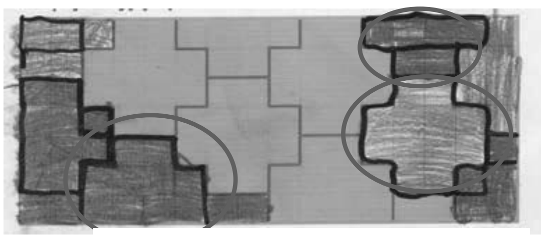


Picture 3 Patrick's work

In his work only two proper motifs appeared (at Picture 3 they are marked by the loops), however, they are placed in the wrong place. The boy noticed how the tile looks like; regardless of the fact that he shape was new to him he was able to reproduce it, in the place where he found enough space for the whole element. One of these motifs is in the immediate vicinity of the motif presented in the task, on the same height as the original one (not obliquely moved). It can be assumed that it was drawn first. In this way the student could support his own drawing by the overall shape picking, without deep penetration in its construction. The second motive is located in the lower left corner of the paper. Oblique placement in relation to the adjacent tile is probably because the boy was trying to find enough space for the whole object, not because of the need to preserve a proper pattern. Several times the regular figures appear-rectangles and squares, by which the boy is trying to fill the space. These shapes are known to the student, who uses them as a whole. Only in two places he draws unusual shapes - L-shaped. This is probably linked to the need to fill the entire plane. Patrick looks globally for the task, he does not analyze the basic shape nor the relationship between motives. Generally there is no pieces (parts) of the basic motive - there is only one correctly drawn fragment of the tile but it is probably a matter of a pure accident (indicated by the yellow loop), as a way to fill the space.

Such analysis of the student's work tends to the conclusion that Patrick has worked on the visual level only. He is not able to analyze shapes of geometric figures, especially of those ones he did not meet before.

Emilka -8 years-old



Picture 4. Emily's work

In Emily's work the properly drawn motifs can be seen. The girl noticed a basic figure appearing in the task and she has mapped it properly. This concerns both motif located entirely within the board, as well as those which are only in part. You can see that the girl introduced the amendment – firstly she underlined strokes in pencil, and then painted them, in addition highlighting the contours with a black marker. The whole task would be well solved if the pupil did not divide one of earlier properly drawn element (the red loop). These divisions could be the result of a relaxation of attention after the completion of the task already, when she only improved contours.

Perhaps the next step in solving the problem was coloring - the direction of crayons, shades of brown may suggest further changes made by the girl - and they are changing which significantly improve the solution. The remaining components are properly drawn and are in the right places. It seems that the solving process proceeded through several stages, in which the visual (holistic) and analytical approach were mutually intertwined.

Summary

Analysis of each child' work allowed to detect the phenomena that accompanied to the process of solving the tasks. Specification of these phenomena was useful in the characterization of individual works. There are as following:

1. Properly maps the shape of the motive - the student recognizes the shape of the theme and apply it when solving a problem.
2. Complete the task by using relevant fragments of the basic shape – a child completes correctly tasks using properly trimmed fragments of the tile.
3. Complete the task partly correctly and partly wrong - the child completes the task by partially relevant fragments of the tile and partly randomly.
4. Complete the task by random elements - the student completes the tasks by using elements not resembling the basic shape.
5. Incorrectly maps the shape of the basic motive - student uses the shape of the tile in the task in a deformed manner.
6. Demonstrates an ability to maintain an adequate tiling - student analyzes mutual arrangement of motives
7. It has no ability to maintain an adequate tessellation - the child does not analyze relationship between the placement of motifs.
8. Maintains completely cover the task area - student fills the entire field of the task
9. Leaves an empty space - child does not complete the entire space in the task.

Results of the analysis are completed in the Table 1below:

No.		**Features of student's work**	**II**	**III**
1.	Motive	Proper mapping the shape of the motive	5	5
2		Complete the task by using relevant fragments of the basic shape	1	1
3		Complete the task partly correctly and partly wrong	3	2
4		Incorrect mapping the shape of the basic	4	1
5.		Complete the task by random elements	5	3
6.	Placing	Demonstrates an ability to maintain an adequate tesselation	2	1
7.		Lack of ability to maintain an adequate tesselation	7	5
8.	Spa ce	Maintains completely cover the task area	7	6
9.		Leaves an empty space	2	0

Table 1 Results of the analysis of children work in the task "tessellation"

From the above presented data it is visible that the students had a problem with this task. The task proved to be extremely difficult, both for the students of class II and III. Only one student from class III (for 6 people) entirely solved them successfully, retaining all the conditions. In the second class also only one girl (for 9 tested) coped with the task very well. A more detailed analysis solutions can trace the reason of the difficulties faced by students. These difficulties have been grouped according to elements that had to be taken into account when solving tasks. These were: (1) the use of basic motif (shape) and fragments thereof, (2) maintain relationships in relative positions (3) filling the plane.

With the proper mapping of the basic theme better coped class III, there is only one student who did not recognize it; where in the class II it is almost half of the students. Those who have problems with proper representation of shape, fared differently – to map the shape with errors, or even apply a completely arbitrary shape of tiles. This last strategy was present in the same degree in class II (5 to 9) as class III (3 persons 6). Using relevant fragments of the basic motive looked similarly in both II and class III: only one person so advised, the rest drew random figures, or partly right and partly wrong. These results indicate that students still have problems with the analysis of the shape of the figures, but such ability changes with age - the older class occurs at a much higher level than the younger students. But this is not a satisfactory level: where the shape did not exist as a whole (that is, only small fragments were visible on the outskirts of the task), the children were not able to assess the effect of their work, they were not able to determine in which a relationship is part of the tile to the whole.

The ability to use the correct positioning of tiles relative to each other looks similarly in both classes, as in class II it was a ratio of 2 to 7, and in the class III - 1 to 5. It can be argued that this was the hardest part of the task. However, to deal with such a problem, it was necessary to focus on the properties of figures, use the length of the side (a particular side as not functioning in the whole figure presented globally).

In Class III, each student undertook to fill the entire plane, and in class II two students left a blank space. This fact may also be related to the inability to break away from the overall perception of figures - where the child did not see the possibility of placing the entire tile in the area of the task, there abandon the coverage of the space.

We can conclude from the above analysis that the seemingly simple task made so much trouble for children. From out of 16 students, only two students were able to correctly analyze every feature present in the task, what lead to correct solutions.

Final conclusion

Children should cope with tasks similar to presented. They make a real challenge for students who have a chance to gain important geometrical experience. You can see the progress between class II and III, which indicates that with the acquisition of mental experiences children can are better cope with such problems. This does not mean that for students from class III it is an easy task. The third class better coped with the representation of the basic shape: only one girl could not reproduce it, where in the second class is almost half of the students. In third grade, each student was able to cover the entire plane, and in the second class, two people couldn't do it. In the scope of other features, students of classes II and III fallen at a similar level.

References

1. CSACHOVÁ, L. *Pravidelné a náhodné teselácie vo vyučovaní matematiky Dizertačná praca*. 2010, Katedra matematiky a didaktiky matematiky, Pedagogicka fakulta Univerzity Karlovy, Matematicky ustav AV ČR.
2. GRUNBAUM, B., SHEPHARD, G. C. *Tilings by regular polygons. Mathematics magazine,* 1977 Vol. 50, No. 5, pp. 227–245.
3. JELEŃSKI, SZ. *Śladami Pitagorasa*. 1988, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne. Warszawa.
4. HEJNÝ, M. Development of Geometrical Concepts, *Proceedings of International Symposium of Elementary Math Teaching.* 1995, Prague, Charles University. pp. 13-18.
5. HIELE VAN P. *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*, 1986 Academic Press Inc. London.
6. HOSPESOVA, A., JAGODA, E., ROUBICEK, F., SWOBODA, E. *Ideas for Natural Differentiation in Primary Mathematics Classrooms. Geometrical Environments*. 2010, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów. ISBN: 978-83-7338-582-5
7. KOBA, I. *Rozwijanie geometrycznych kompetencji uczniów nauczania wczesnoszkolnego w środowisku regularności geometrycznych*, unpublished Master Thesis, 2016, The Bronisław Markiewicz State Higher School of Technology and Economics in Jarosław.
8. KUŘINA, F. The First Geometrical Experience of a Child, *Proceedings of International Symposium of Elementary Math Teaching*. 1995, Prague, Charles University, pp. 42–45.
9. MARCHINI, C., VIGHI, P. The richness of patterns. Application to mathematics education in Italy. *Proceedings of 1st Elementary Mathematics Education Meeting, 3-6 June, Braga,* 2004. Portugal.
10. SEMADENI, Z. Przesunięcia, obroty i odbicia na sieci kwadratowej, [in]: *Ed. Z. Semadeni*, *Nauczanie początkowe matematyki, t.4* 1988. WSiP, Warszawa.
11. SIWEK H. 1988. Układanki, [in]: *red. Z. Semadeni*, *Nauczanie początkowe matematyki, Vol.4* 1988. WSiP, Warszawa.
12. TURNAU, S.1988. Ornamenty, [in]: *Ed. Z. Semadeni*, *Nauczanie początkowe matematyki, Vol.4* 1988. WSiP, Warszawa.

Contact addresses

Dr hab Ewa Swoboda, prof. UR
University of Rzeszów
Department of Mathematics and Natural Science
35 959 Rzeszów
Pigonia 1 str., Poland
Phone: +48609 73 54 50
E-mail: eswoboda@ur.edup.p

Izabela Koba, student of Pedagogy
The Bronisław Markiewicz State Higher School of Technology and Economics in Jarosław
Department of Pedagogy
37 500 Jarosław, Poland
E-mail: izabela1492@o2.pl

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

BADATELSKY ORIENTOVANÉ VZDĚLÁVÁNÍ JAKO JEDNA Z CEST KE ZKVALITŇOVÁNÍ PROFESIONALITY UČITELŮ

Marie TICHÁ, Libuše SAMKOVÁ

Abstrakt

Příspěvek je zaměřen na badatelsky orientované vzdělávání jako možnou cestu rozvíjení a zkvalitňování profesionality v přípravě učitelů 1. stupně základní školy. Vzhledem k tomu, že proces bádání vede k domněnkám, hypotetickým odpovědím a ty je třeba ověřit, zaměřili jsme se v poslední době také na rozvíjení uvědomování si potřeby argumentovat, vědomě zařazovat odůvodňování do vyučování matematice.

Klíčová slova: badatelsky orientované vzdělávání; rozvíjení profesionality učitelů; 1. stupeň ZŠ; odůvodňování; Concept Cartoons

INQUIRY-BASED EDUCATION AS ONE OF THE WAYS TO IMPROVING TEACHERS PROFESSIONALISM

Abstract

This contribution focuses on inquiry-based education as one of the ways to develop and improve professionalism of future primary school teachers. Since the process of inquiry leads to conjectures and hypotheses that need to be verified, we recently turned our attention also to developing awareness of the need of proper argumentation and its incorporation into mathematics lessons.

Key words: inquiry-based education; developing teachers professionalism; primary school; argumentation; Concept Cartoons

1. Úvodem

V rámci hledání cest rozvíjení a zkvalitňování profesionality učitelů, tedy souboru kvalifikací a zdatností, které učitel potřebuje pro úspěšné vykonávání své profese, se zaměřujeme zvláště na vzdělávání učitelů primární školy. Snažíme se o systematické rozvíjení poznatkové báze učitelství, o zkvalitňování didaktických znalostí obsahu, o rozvíjení oborově didaktické kompetence (Tichá 2013).

Tento příspěvek přináší informaci o probíhajícím šetření realizovaném v projektu GAČR *Zkvalitňování znalosti matematického obsahu u budoucích učitelů 1. stupně prostřednictvím badatelsky orientované výuky.* Navazuje zvláště na článek L. Samkové et al. *Badatelsky orientované vyučování matematice* (2015) a na přednášku A. Hošpesové *Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ a příprava učitelů* (2014). S naším příspěvkem souvisí také letošní přednáška

L. Samkové *Badatelsky orientované vyučování matematice v přípravě budoucích prvostupňových učitelů.*

V poslední době se často poukazuje na to, že jedna z významných cest poznávání a získávání poznatků je badatelsky orientované vyučování. Proto také za jednu z klíčových cest, jak prohlubovat a zkvalitňovat profesionalitu učitelů je označována implementace badatelsky orientovaného vzdělávání do jejich přípravy. Podobně jako I. Stuchlíková (2010) se však domníváme, že tu nejde o něco zcela nového. Můžeme navázat například na charakteristiky formulované J. S. Brunerem, který klade důraz na *learning by discovery* a říká, že vzdělat někoho znamená naučit ho podílet se na procesu získávání, zařazování, ukládání poznatků (1965).

V pracích z oblasti didaktiky matematiky se však samotný pojem *bádání* vyskytuje až v poslední době. Dříve se mluvilo o uplatňování myšlenky genetického vyučování, zkoumání a objevování. S těmito pojmy je ostatně pojem badatelské vyučování stále spojován. Podle H. Freudenthala je pro genetický princip charakteristické řízené znovuobjevování jako krok v procesu učení se (1973). E. Wittmann říká, že genetický výklad se zakládá na přirozeném poznávacím procesu ve vytváření a použití matematiky (1974). U nás rozebíral genetický princip a řízené objevování ve svých článcích J. Vyšín (1976).

2. Naše cesta k BOVM

Již dlouhodobě se systematicky snažíme o rozvíjení schopnosti studentů i učitelů praktiků vidět matematiku ve světě kolem sebe (mluvíme o rozvíjení kontaktů školské matematiky s realitou (Tichá 2014). Věnovali jsme se proto studiu procesu uchopování situací (Koman, Tichá 1998). Jde o proces, který vyúsťuje ve tvoření úloh vyrůstajících ze situací matematických i nematematických (reálných). Ukázali jsme, že tento proces lze označovat jako jednu z forem badatelsky orientovaného vzdělávání.

V dosavadním výzkumu jsme ukázali motivační, vzdělávací a diagnostický potenciál badatelských aktivit. Proces bádání vede k domněnkám, hypotetickým odpovědím a ty je třeba ověřit. Proto jsme se v poslední době zaměřili také na rozvíjení uvědomování si role a potřeby argumentovat a dokazovat, vědomě zařazovat odůvodňování do vyučování matematice. Pokoušíme se navázat na Semadeniho myšlenku *action proof* a Wittmannovu *operative proof* a se studenty prvostupňového učitelství se snažíme o přechod od empirické argumentace k deduktivní, k formálnímu důkazu (Samková, Tichá 2016).

Chceme-li badatelsky orientované vyučování matematice (BOVM) realizovat ve školním vyučování, musíme na to připravit učitele, neboť mnohé z nich stavíme do pro ně neznámého světa. Jde o to, aby sami měli možnost a příležitost prožít badatelské aktivity. Proto vyhledáváme a studentům i učitelům zadáváme takové úkoly, jejichž řešení je pomohou vybavit znalostmi a dovednostmi potřebnými pro bádání.

Obecně uznávaný je názor, že matematika se má učit prostřednictvím řešení úloh. Při řešení úlohy se vynořuje potřeba ověřit a posoudit dosažený výsledek. Proto také mezi činnostmi zdůrazňovanými pro badatelské vyučování zaujímá významnou pozici kontrola, ověřování, dokazování. Je ovšem potřeba najít vhodný prostředek. Tím se pro nás staly obrázky zvané Concept Cartoons (Samková 2015).

3. Příprava učitelů aneb jak jsme postupovali, co jsme zatím udělali

Podle našeho názoru by prvky BOVM měly být součástí celé přípravy učitelů. Pokusili jsme se ale výrazněji zařadit badatelské aktivity (předvídání, objevování, formulování otázek, experimentování, usuzování, argumentaci,…) i do jedno-semestrálního volitelného kurzu Didaktické situace ve vyučování matematice.

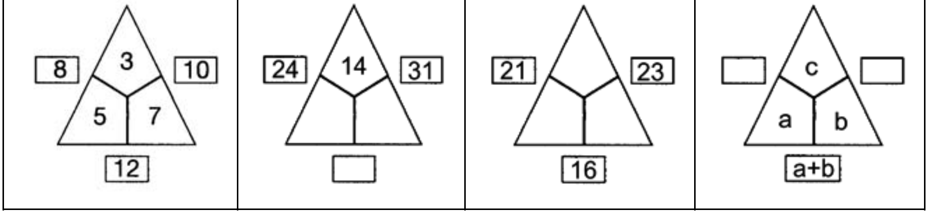
Bezprostředně na začátku práce v semináři jsme studenty požádali, aby napsali, co chápou pod označením badatelsky orientované vyučování matematice, jak by ho charakterizovali, které činnosti jsou pro BOVM charakteristické.

Jako do jisté míry specifickou formu zadání úkolu jsme používali Concept Cartoons (např. Samková, Tichá 2016). Jedná se tu o „obrácený formát“, než je řešení úloh – posuzuje se správnost odpovědí. Při práci s Concept Cartoons bylo úkolem najít chybná řešení, odůvodnit, v čem a kde je chyba a co je zdrojem a příčinou chyby. To znamená, že úkolem bylo posuzování odpovědí, hledání postupu tvůrce odpovědi, uvažování o příčinách chybných výpovědí, formulací atd. Usilovali jsme tak o rozvíjení dovednosti objevovat, argumentovat, dokazovat. To práce s Concept Cartoons umožňuje a dokonce vyžaduje, je „startem“ dokazování.

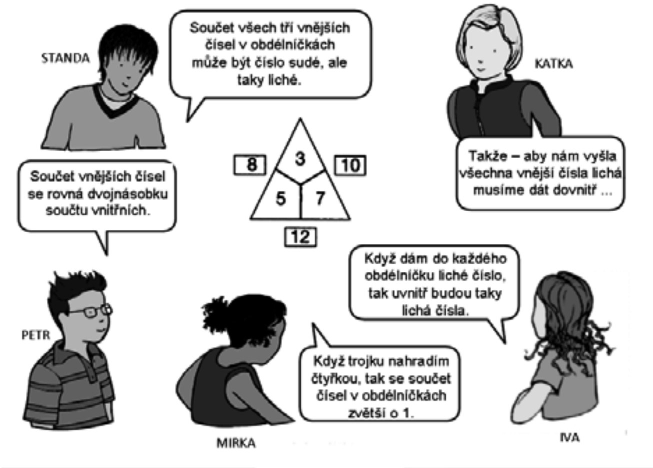
Výpovědi uvedené v bublinách naznačují oblast zájmu, nasměrování otázek. Učitelé i studenti se tak připravují na to, aby jednak sami dokázali tvořit výpovědi do prázdných bublin (pokládali jsme otázku „Na co se ještě mohu ptát?“), event. tvořit vlastní otázky a úlohy, což svědčí o porozumění problematice, jednak aby si uvědomili význam, důležitost schopnosti argumentovat – ve vyučování i ve vlastní přípravě.

4. Ukázka úlohy – podnětného prostředí

Velice vhodné pro bádání se ukazuje prostředí *číselné trojúhelníky* navržené Wittmannem, které, jak se ukázalo, stimuluje zájem respondentů objevovat a aspoň některé zbavuje obav z této činnosti. Inspirací pro zadání této úlohy byla Wittmannova práce o vytváření *podnětných výukových prostředí* (Substantial Learning Environments; Wittmann 2001). Je v něm možné zadávat badatelské úlohy od poměrně jednoduchých typu *objevte pravidlo doplňování a vztahy mezi čísly uvnitř a vně*, přes jednoduché početní úlohy typu *doplňte* (např. jsou dána dvě vnitřní čísla a jedno vnější), k velmi náročným typu *doplňte čísla uvnitř, když jsou dána všechna čísla v obdélníčcích vně*. Je v něm možné nenásilně začít s algebrou.



Pro práci v tomto prostředí jsme vytvořili Concept Cartoon a úkolem respondentů bylo posoudit správnost jednotlivých tvrzení a své stanovisko odůvodnit. Zajímalo nás, jak budou reagovat na potřebu ověřovat a argumentovat.



Ukázalo se, že posoudit výpovědi v bublinách bylo pro respondenty velmi obtížné, možná také proto, že to je nezvyklá činnost. Někteří také vyslovili názor, že chybné výpovědi by se neměly vyskytovat, že by měly být nahrazeny správnými možnostmi.

5. Závěrem - O posunu v názorech

Pokoušeli jsme se zjistit, zda náš postup vedl ke změně nazírání na BOVM. Zda se u studentů projeví snaha o badatelský přístup k přípravě vlastní výuky. Proto jsme na konci semestru studentům znovu položili otázku: Jak si představujete BOVM? Změnila se vaše představa?

Jen několik málo respondentů napsalo, že se jejich názor na podstatu a smysl BOVM zcela změnil. Zpravidla uváděli, že se prohloubil, rozšířil o další aspekty, stal se komplexnějším. Potěšující pro nás bylo, že zdůrazňovali, že BOVM vyžaduje důkladnou přípravu učitele, uvědomit si matematický obsah a jasně formulovat cíl. Že je třeba širší rozhled, hlubší „obecná kultura“. Někteří oceňovali, že BOVM přispělo k prohloubení jejich znalosti matematiky. Několik studentek projevilo obavy z vlastní nedostatečné znalosti matematiky. Bohužel se ale poměrně často objevily výpovědi typu „proklamací“ a „pouček z učebnic“.

- *Pod BOV jsem si na začátku dovedla představit jen vyučování v přírodovědě. Pro mně BOV v matematice vneslo do matematiky klid a ukázalo mi, že může být matematika hezká. Mám jen obavy, že nemám dostatečně vyvinuté matematické myšlení, že mi chybí dostatečné znalosti.*
- *Můj názor na badatelské vyučování se nezměnil, ale zformoval se. V podvědomí jsem měla stejnou myšlenku.*
- *BOVM jsem považovala za činnost určenou výhradně pro nadané žáky v matematice ... zjistila jsem, že takto koncipované vyučování je určeno všem.*
- *Concept Cartoons mě zaujaly a zkusim je použít.*

Výzkum je podporován grantem GAČR 14-01417S a RVO: 67985840.

Literatura

1. BRUNER, J. S. *Vzdělávací proces.* Praha: SPN 1965.
2. FREUDENTHAL, H. *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Reidel, 1973.
3. HOŠPESOVÁ, A. Badatelsky orientovaná výuka matematiky na 1. stupni ZŠ a příprava učitelů. In M. Uhlířová (ed.) *Matematika 6, Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace.* Olomouc: UPOL, 2014, 8-14.
4. KOMAN, M., TICHÁ, M. On Travelling Together and Sharing Expenses. *Teaching Mathematics and its Applications*. Oxford University Press, 1998, 17, 3, 117 - 122.
5. SAMKOVÁ, L. Concept Cartoons a jejich interaktivní možnosti. In Hašek, R. (ed.*) Sborník 7. konference Užití počítačů ve výuce matematiky.* České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2015, 214-218.
6. SAMKOVÁ, L., TICHÁ, M. Developing views of proof of future primary school teachers. In L'. Balko, D. Szarková and D. Richtáriková (eds.) *Proceedings, 15th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2016*, Bratislava, Slovak Republic, 987-998.
7. SAMKOVÁ, L. et al. Badatelsky orientované vyučování matematice. *Scientia in educatione*, 2015, roč. 6, č. 1, s. 91-122.
8. STUCHLÍKOVÁ, I. O badatelsky orientovaném vyučování. In Papáček, M. (ed.) *DiBi 2010.* České Budějovice: Jihočeská univerzita, 2010, 129-135.
9. TICHÁ, M. Objevování struktury slovních úloh ve vzdělávání učitelů. In M. Uhlířová (ed.) *Matematika 6, Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace.* Olomouc: UPOL, 2014, 260-264.
10. VYŠÍN, J. Genetická metoda ve vyučování matematice. *Matematika a fyzika ve škole,* 1976, 6, 582 -593.
11. WITTMANN, E. CH. *Grundlagen des Mathematikunterrichts.* Stuttgart: Vieweg, 1974.
12. WITTMANN, E. CH. Developing mathematics education in a systemic process. *Educational Studies in Mathematics* 2001, 48, 1–20.

Kontaktní adresa

Marie Tichá, CSc.
Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
Žitná 25, 11567 Praha 1
Telefon: +420 222 090 726
E-mail: ticha@math. cas.cz

RNDr. Libuše Samková, Ph.D.
Jihočeská univerzita v Č. Budějovicích, Pedagogická fakulta
Jeronýmova 10, 371 15 České Budějovice
Telefon: +420 387 773 091
E-mail: lsamkova@pf.jcu.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

METÓDY RIEŠENIA ROVNÍC V PRIMÁRNEJ EDUKÁCII

Blanka TOMKOVÁ

Abstrakt

Súčasťou učiva o číselných operáciách na prvom stupni základnej školy sú aj rovnice. Úlohou žiakov je nájsť riešenie rovnice – určiť číslo, ktoré možno dosadiť za premennú tak, aby bola dodržaná rovnosť. Pri hľadaní riešenia rovnice žiak nevyužíva ekvivalentné úpravy rovníc (ktoré nepozná), a jeho činnosť pripomína hľadanie neznámeho čísla. Predstavíme niektoré metódy riešenia rovníc v primárnej edukácii a vyhodnotíme úspešnosť aplikácie týchto metód pri riešení rovníc u budúcich učiteľov elementaristov.

Klíčová slova: lineárne rovnice, metódy riešenia rovníc, pregraduálne vzdelávanie

THE METHODS OF SOLVING EQUATIONS IN THE PRIMARY EDUCATION

Abstract

Part of the topic of numerical operations on the first level of primary school are also equation. The students' task is to find the solution of the equation thus to determine the number that the student can nominate for a variable so that he ensures equality. Student does not use the equivalent adjustment equations of solving equations and his activity recalls of the search an unknown number. We present some methods of solving equations in the primary education and evaluate the success of the application of these methods for solving equations at the future teachers of the 1-st level of primary schools.

Key words: linear equations, methods of solving equations, undergraduate of education

1. Úvod

Rovnicou s neznámou x nazývame zápis v tvare $f(x) = g(x)$, $x \in D$, kde $f(x)$ predstavuje ľavú stranu rovnice a $g(x)$ sa nazýva pravá strana rovnice. Množinu D nazývame definičným oborom rovnice. Čísla $x \in D$, ktoré vyhovujú rovnici, sa nazývajú koreňmi alebo riešením rovnice V pregraduálnej príprave študentov elementaristov zvyčajne vychádzame z pojmu výroková forma, pomocou ktorej zavádzame pojem rovnice.

Nech $V_1(x)$ a $V_2(x)$ sú výrokové formy s premennou x. Zápis $V_1(x) = V_2(x)$ nazývame rovnicou s neznámou x. Riešiť rovnicu znamená určiť množinu tých $x \in D$, dosadením ktorých do danej rovnice dostaneme pravdivý výrok. Danú konštantu – číslo nazývame riešením rovnice. Množinu všetkých riešení rovnice voláme obor pravdivosti a označujeme *P*. Platí: $P \subset D$.

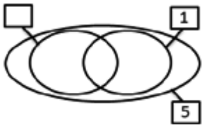
Učiteľ elementarista sa vo svojej edukačnej praxi stretne výhradne s lineárnou rovnicou. Pri jej riešení je pripravený využívať niektoré ekvivalentné úpravy – *pričítanie rovnakých výrazov k obom stranám rovnice, odčítanie rovnakých výrazov od oboch strán rovnice, vynásobenie oboch strán rovnice tým istým nenulovým číslom a vydelenie oboch strán rovnice rovnakým nenulovým číslom*. Pri práci so žiakmi prvého stupňa základnej školy je dobré tieto úpravy poznať, ich použitie v praxi je však v súčasnosti málo pravdepodobné.

2. Rovnice v primárnej edukácii

Učivo o rovniciach a o spôsoboch ich riešenia je zaradené do obsahu vyučovania matematiky na 1. stupni na propedeutickej úrovni. Očakáva sa, že žiak na konci 4. ročníka dokáže vyriešiť jednoduché rovnice na sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie v číselnom obore do 100.

Téma rovníc je riešená len na propedeutickej úrovni. Pre nájdenie riešenia má žiak k dispozícii niekoľko metód.

Koncepcia využívaná v osemdesiatych rokoch vychádzala z množinovej matematiky. Rovnice sa riešili pomocou znázornenia. Pričom množinový diagram slúžil aj na kontrolu správnosti.



Obrázok 1 Množinové riešenie rovnice $\square + 1 = 5$

K diagramu (obr. 1) žiaci (spoločne s učiteľom) napísali všetky štyri prislúchajúce rovnice $\square + 1 = 5$, $1 + \square = 5$, $5 - \square = 1$, $5 - 1 = \square$, ktorých riešením je hľadané číslo. Úlohou žiakov bolo určiť zápis, ktorý vedie k riešeniu rovnice aj bez grafického znázornenia.

V neskorších koncepciách sa rovnice propedeuticky zavádzali postavičkami *Gumkáča* a *Machuľku*. Riešenie rovníc pomocou inverzných operácií sa nepoužívalo. Uprednostňovala sa metóda náhodného skúšania čísel (náhodné dosadzovanie), ktoré sa postupne menilo na cieľavedomé skúšanie (metóda pokus – omyl).

V súčasnosti sa toto ponímanie rovníc a hľadania ich riešenia nezmenilo. Už samotné zadanie úlohy evokuje potrebu hľadania správneho výsledku – čísla:

- *Doplň chýbajúce číslo tak, aby bol zápis správny.* $2 + \_\_ = 8$
- *Nájdi, čo môžeš dosadiť namiesto machuľky* ($\square$, ...). 15 - ✸ = 8
  $3 \,.\, \square = 27$
- *Rieš rovnicu.* *2.5 + **x** = 29*
- *Myslím si číslo. Ak k nemu pripočítam 6, dostanem 13. Aké číslo si myslím?*

K metódam postupného, náhodného dosadzovania, pokus – omyl pribudli nové postupy, ktoré sa stali súčasťou pracovných zošitov. Hovoríme o:

- riešení rovníc s dopomocou (kalendár, teplomer, číselný pás a číselná os),
- dopočítaní hľadaného čísla na prstoch,
- grafickej metóde a
- metóde rozkladu.

V rámci predmetu Elementárna aritmetika a algebra sú tieto metódy predstavené študentom, ktorí pracujú priamo s pracovnými zošitmi, jednotlivé metódy analyzujú a didakticky spracujú. Navyše sa oboznamujú s metódou riešenia rovníc pomocou váh a s prostredím *Deda Lesoň*, ktoré využívajú na riešenie rovníc.

3. Výsledky prieskumu

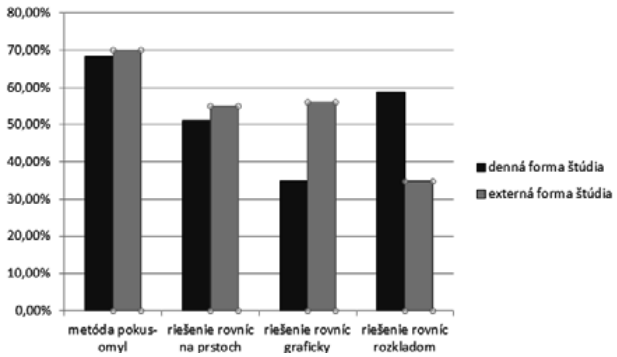
Aké sú naše zistenia z jednotlivých pozorovaní a hodnotení?

Študenti problematiku riešenia lineárnych rovníc nepovažujú za náročnú – hľadané číslo zväčša dokážu doplniť automaticky, sporadicky využívajú ekvivalentné úpravy riešenia rovníc.

Metódy postupného dosadzovania, náhodného dosadzovania čísel, či metóda pokus – omyl patria podľa názoru študentov k „*veľmi jednoduchým*“, zväčša však medzi nimi nevidia rozdiel a popisujú ich ako činnosť, pri ktorej žiak „*dosadzuje čísla do rovnice, až kým nenájde riešenie*“.

Metódy riešenia rovníc dopočítaním na prstoch, graficky, či rozkladom im spôsobujú problém pri ich aplikácii v praxi, zväčša z dôvodu podcenenia problematiky („*to je jasné*“).

Pri záverečnom teste v predmete Elementárna aritmetika a algebra študenti riešili aj úlohu na riešenie rovníc. Požadovali sme, aby danú lineárnu rovnicu vyriešili určenou metódou (pokus-omyl, graficky, rozkladom a dopočítaním na prstoch) a svoj postup metodicky popísali (graf 1). Testovania sa zúčastnilo 161 študentov denného a 59 študentov externého štúdia. Desať študentov úlohu vôbec neriešilo (6 študentov denného a 4 študenti externého štúdia). Z celkového počtu 220 študentov metodicky správne postupovalo iba 109 študentov (78 v dennom a 31 v externom štúdiu) – čo predstavuje 49,55%.



Graf 1 Percentuálna úspešnosť riešenia rovníc zvolenými metodami

Študenti denného štúdia boli najúspešnejší pri riešení rovníc metódou pokus – omyl (68,75 %) a najmenej úspešní pri riešení rovníc graficky (34,92%).

U študentov externej formy štúdia sme najvyššiu úspešnosť (70%) zaznamenali pri metóde pokus – omyl a najnižšiu úspešnosť (30,77%) pri aplikácii metódy riešenia rovníc rozkladom.

K dôvodom nesprávneho postupu študentov pri riešení úlohy patrili – neznalosť správneho postupu zvolenej metódy, zámena jednej metódy za inú, riešenie rovníc postupom nevhodným pre primárnu edukáciu – využitím ekvivalentných úprav (inverzných operácií).

4. Riešenie rovníc – nešpecifický transfer

Prístup študentov k riešeniu rovníc – určenie správneho riešenia bez zdôvodnenia popisu – nás viedol k zmene úloh zameraných na problematiku rovníc.

Riešenie niektorých typov lineárnych rovníc pomocou váh vyplynulo z požiadavky objasniť využitie inverznej operácie (ekvivalentnej úpravy riešenia rovníc). Zdôvodniť aplikáciu danej operácie zvládlo len cca 25% študentov.

V snahe zabrániť formálnosti postupu riešenia lineárnych rovníc (okamžitým určením hľadaného čísla bez adekvátneho zdôvodnenia postupu) sme študentom ponúkli prácu s prostredím *Deda Lesoň*. Išlo o aplikáciu poznatkov v problémových úlohách. Študenti nepracovali s číslami, ale symbolmi a boli postavení pred rovnakú úlohu ako deti – **hľadať** správnu hodnotu.

Počas stretnutí sme pozorovali činnosť študentov a v závere zaznamenali ich vyjadrenia a názory.

- Takmer všetkých študentov (cca 94%) prostredie zaujalo a pokúsili sa v ňom pracovať – desiati študenti sa obhajovali, že mu nerozumejú.
- Približne 4% študentov považovalo prostredie za vynikajúce na prácu s rovnicami, ale aj na porovnávanie čísel pomocou relačných znakov (vlastné návrhy).
- Asi 15% študentov by prostredie využilo v praxi ako alternatívnu – hravú formu práce so žiakom.
- 28% študentov by prostredie nikdy nepoužilo, pretože je (podľa ich názoru) náročné.

Zvyšných cca 53% študentov nechcelo prezentovať svoj názor. Na druhej strane väčšina z nich mala záujem pracovať s úlohami zameranými na riešenie rovníc. Išlo o zadania z menej známych, prípadne zahraničných učebníc.

5. Záver

Pri komparácii učebných textov z predmetu matematika v primárnej edukácii konštatujeme, že takmer vo všetkých sa vyskytujú úlohy na riešenie rovníc. Hľadanie neznámeho čísla býva spojené skôr so znalosťou automatického spoja, ako s využitím tzv. inverzných operácií. Žiadna nami analyzovaná učebnica neponúkala na danom stupni edukácie využívanie ekvivalentných úprav. Okrem vybraných českých a slovenských učebných textov sme sa nestretli so žiadnou učebnicou, ktorá by priamo ponúkala metodický postup riešenia rovníc. Neznamená to však, že takéto učebné texty neexistujú.

Pre väčšinu našich študentov je práca so zahraničnými materiálmi podnetná a umožňuje im vidieť skúmanú problematiku v nových súvislostiach (prostredie váh, *Deda Lesoň*). Aplikácia viacerých metód riešenia rovníc je pre študentov pedagogických fakúlt dôležitá z dôvodu rozvoja odborno-predmetových kompetencií budúcich učiteľov (pozri aj Šimčíková 2006, alebo Prídavková 2002). Súčasne je však pre niektorých jedincov mätúca. Ich nízka schopnosť správnej aplikácie v praxi neumožňuje vytvárať potrebné predpoklady pre tvorbu korektných predstáv a rozvoj zručností riešenia rovníc u žiaka primárneho stupňa edukácie.

Príspevok vznikol s podporou projektu KEGA 021PU-4/2015 Tvorba učebných zdrojov pre matematické pregraduálne vzdelávanie elementaristov v cudzom jazyku

Literatura

1. BRISSIAUD, R. *J´apprends les maths CE1. Livre du maître*. Paris: Retz, 2009. ISBN 978-2-7256-2810-3.
2. ČERNEK, P. a S. BEDNÁŘOVÁ. *Matematika pre 2. ročník základných škôl 1.časť – pracovný zošit*. Bratislava: Aitec, 2011a. ISBN 978-80-89375-63-9.
3. ČERNEK, P. a S. BEDNÁŘOVÁ. *Matematika pre 2. ročník základných škôl 2.časť – pracovný zošit*. Bratislava: Aitec, 2011b. ISBN 978-80-89375-64-6
4. JANKŮ, M., BÁLINT, Ľ., KABELE, J. a J. KOPKA. *Metodická příručka na vyučovanie matematiky v 1. ročníku základnej školy*. Bratislava: SPN, 1989. 184 s.
5. KOVÁČIK, Š. a B. LEHOŤANOVÁ. *Matematika pre 1. ročník ZŠ. Metodická příručka*. Bratislava: Orbis Pictus Istropolitana, 1997. 88 s. ISBN 80-7158-042-2.
6. PRÍDAVKOVÁ, A. Sonda do matematického myslenia budúcich učiteľov na 1. stupni ZŠ. In: *Sborník příspěvků z mezinárodní konference „Podíl matematiky na přípravě učitele primární školy“*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2002, s. 144-148. ISBN 80-244-0440-0.
7. ŠIMČÍKOVÁ, E. Matematické kompetencie začínajúceho učiteľa – elementaristu. In: *Matematika 2: matematika jako prostředí pro rozvoj osobnosti žáka primární školy: sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí*. Olomouci. Olomouc: Univerzita Palackého, 2006, s. 262-266. ISBN 80-244-1311-6.

Kontaktní adresa

Mgr. Blanka Tomková, PhD.
KME, PF PU v Prešove
Ul. 17. novembra 1, 080 01 Prešov
Telefon: +421 904 298 985
E-mail: blanka.tomkova@unipo.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

KOMPARACE ÚSPĚŠNOSTI ČESKÝCH A EGYPTSKÝCH ŽÁKŮ PŘI ŘEŠENÍ SOUBORU MATEMATICKÝCH ÚLOH

Martina UHLÍŘOVÁ, Jitka LAITOCHOVÁ

Abstrakt

V textu příspěvku jsou představeny dílčí výsledky výzkumného šetření MLB (Mathematical Literacy across Borders), které bylo realizováno ve spolupráci s Faculty of Education University of Alexandria. Hlavním cílem šetření MLB bylo analyzovat a vzájemně komparovat výsledky řešení žáků vybraného souboru matematických úloh. Pro potřeby výzkumu byl sestaven nestandardizovaný didaktický test, který řešili žáci 5. ročníků základních škol v České Republice i v Egyptě. V příspěvku se zaměřujeme na komparaci celkové úspěšnosti žáků a na analýzu úspěšnosti řešení vybraných úloh.

Klíčová slova: matematická gramotnost, didaktický test, primární matematika

SUCCESS COMPARISON OF CZECH AND EGYPTIAN PUPILS IN SOLVING A FILE OF MATHEMATICS PROBLEMS

Abstract

The paper presents partial results of the MLB research (Mathematical Literacy Across Borders), which was implemented in collaboration with the Faculty of Education, University of Alexandria, Egypt. The main aim of the MLB research was to analyze and compare pupils results. 5th grade pupils in the Czech Republic and Egypt were given the same set of mathematical problems. In this paper we analyze solutions of selected problems and we focus on the overall comparison of the pupils success.

Key words: mathematical literacy, didactic test, primary mathematics

1. Úvod

Základy společného mezinárodního česko - egyptského výzkumného šetření byly koncipovány v r. 2014, v rámci kuloárních jednání konference EME2014 (Elementary Mathematics Education 2014) v Olomouci. Autorky příspěvku společně s prof. M. M. Nouhem (Faculty of Education, Alexandria University, Alexandria, Egypt) našli společné téma matematické gramotnosti žáků v závěru primárního vzdělávání v kontextu výsledků mezinárodního výzkumného šetření TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Česká Republika se mezinárodního šetření TIMSS účastní opakovaně od roku 1995. Egypt však není mezi participujícími zeměmi zastoupen. Zajímalo nás vzájemné porovnání výsledků žáků při řešení úloh, které by reflektovaly aktuální přístupy k matematické gramotnosti žáků.

2. MLB (Mathematical Literacy across Borders)

Základní myšlenkou společného projektu bylo vytvořit ucelený soubor matematických úloh, které by řešili žáci 5. ročníků v České Republice i v Egyptě a výsledky získané v rámci jednotlivých zemí vzájemně komparovat.

2.1. Výzkumný nástroj

Výzkumným nástrojem byla zvolena forma nestandardizovaného didaktického testu v kombinaci s krátkým dotazníkovým šetřením. Pro potřeby výzkumu MLB byl modifikován výzkumný nástroj J. Češkové (Češková, 2012), který byl primárně určený pro identifikaci rozdílů v úrovni znalostí a dovedností žáků pátých ročníků základní školy v České Republice. Výsledné texty zadání didaktického testu a dotazníkového šetření byly zpracovány ve třech jazykových verzích: v češtině (pro české žáky), angličtině a arabštině (pro egyptské žáky).

Nestandardizovaný didaktický test obsahuje 10 matematických úloh, které reflektují učební osnovy pro 1. - 5. ročník základních škol v České Republice i v Egyptě. Devět úloh bylo koncipováno jako úlohy s výběrem jedné správné odpovědi, konkrétně jedné ze čtyř nabízených distraktorů (úlohy č. 1 - 9). Jedna úloha je úlohou otevřenou (úloha č. 10) - úkolem žáka je zapsat správnou odpověď. Z hlediska způsobu jazykového vyjádření úloh jsou do testu zařazené úlohy numerické (úlohy č. 1 - 5, 9, 10) i kontextové (úlohy č. 6 - 7). Při výběru úloh byl kladen důraz na srozumitelnost zadání a reálnost kontextu zadání vzhledem k různému sociokulturnímu prostředím žáků v České Republice a v Egyptě.

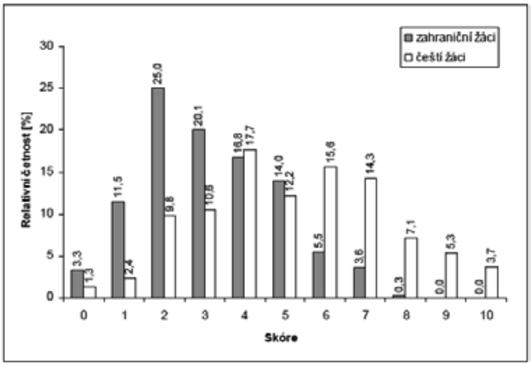
Dotazníkové šetření bylo zaměřeno na bližší identifikaci žáků a zjištění jejich subjektivního vnímání souboru řešených úloh. Zahraniční partner přistoupil k redukci zjišťovaných dat. V souladu se sociokulturními zvyklostmi zjišťoval pouze subjektivní reflexe žáků. V celkovém vyhodnocení jsme tedy nepřistoupili k analýze dosažených výsledků vzhledem k pohlaví respondentů, ani k jejich dosaženým studijním výsledkům.

2.2. Výzkumný vzorek

Výzkumného šetření se zúčastnilo 742 žáků 5. ročníků základních škol, z toho 378 (tj. 50,9 %) žáků v České Republice a 364 (tj. 49,1 %) žáků v Egyptě. Jednalo se tedy o poměrově vyvážené skupiny respondentů. V Egyptě řešilo 193 žáků (tj. 26 % všech respondentů) didaktický test v arabštině a 171 žáků (tj. 23,1 % všech respondentů) v anglickém překladu. V rámci egyptské části výzkumu nebylo zjišťováno pohlaví respondentů. V České Republice řešilo test 181 chlapců a 197 dívek. Podrobné analýze výsledků českých žáků se věnuje ve své diplomové práci I. Hrubá (Hrubá, 2015).

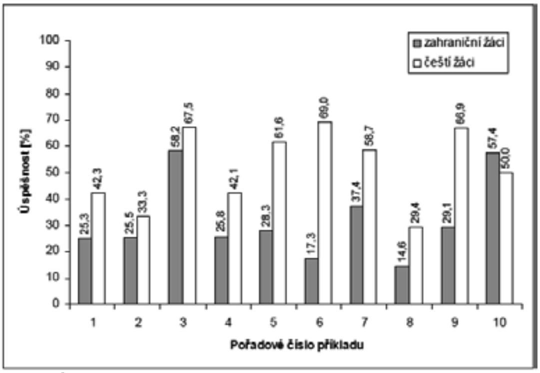
2.3. Výsledky výzkumu

Na základě vyhodnocení didaktických testů a zpracování získaných dat v programovém prostředí MS Excel byly získány základní charakteristiky. Úspěšnost řešení žáků souboru matematických úloh jako celku je shrnuta v grafu č. 1. Minimální možný počet dosažených bodů je 0, maximální možné dosažené skóre je 10. Průměrná hodnota dosaženého skóre pro české žáky je 5,21 bodů, pro zahraniční žáky 3,19 bodů. Je možné konstatovat, že čeští žáci celkově dosáhli lepších výsledků.



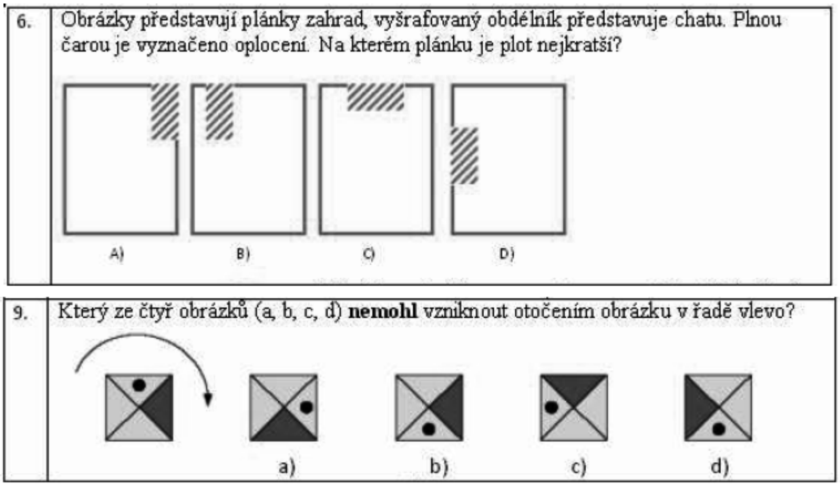
Graf č. 1 Relativní četnosti skóre žáků dosažených v testu

Všimněme si však blíže úspěšnosti řešení jednotlivých matematických úloh testu. Statistické vyhodnocení je zachyceno v grafu č. 2. Úspěšnost v řešení jednotlivých úloh českými a zahraničními žáky je rozdílná. Zahraniční respondenti zaznamenali vyšší úspěšnost pouze v úloze č. 10 (konkrétně o 7,4 %; zadání úlohy je zachyceno na obrázku č. 4). Ve všech ostatních případech byli čeští žáci úspěšnější. Nejvýraznější rozdíly byly zaznamenány v úlohách č. 6 (51,7 %) a č. 9 (37,8 %). Příčiny neúspěchu egyptských žáků při řešení úlohy č. 6 je možné spatřovat v neporozumění kontextu úlohy vzhledem k odlišnému sociokulturnímu zázemí.



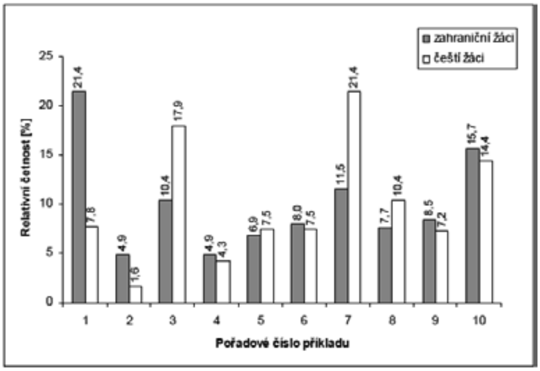
Graf č. 2 Úspěšnost řešení jednotlivých matematických úloh

V souboru českých žáků patřily k nejúspěšněji vyřešeným úlohám úlohy č. 3, 6, 9 (úspěšnost v intervalu < 67,5; 69,0 >). V souboru zahraničních žáků patřily k nejúspěšněji vyřešeným úlohám úlohy č. 3, 7, 10 (úspěšnost v intervalu < 37,4; 58,2 >). Nejvyšší hodnoty rozdílů v úspěšnosti řešení zaznamenaly úloha č. 6 (d = 52,7 %) a úloha č. 9 (d = 37,5 %). U českých žáků jsou tyto úlohy z hlediska úspěšnosti řešení na 1. a 2. místě. Podle subjektivního hodnocení žáků tyto úlohy nepatřily ani u jedné ze skupin respondentů k nejzajímavějším, k těm, co se nejlépe řešily ani k těm, které by žáci považovaly za obtížné (viz. graf. č. 4 a graf č. 5). Pro ilustraci je zadání úloh č. 6 a č. 9 uvedeno na obrázku č. 1.



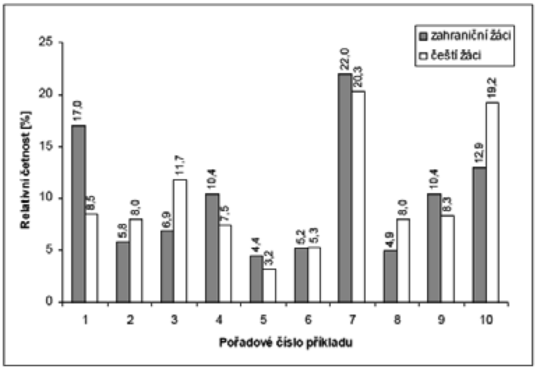
Obrázek č. 1 Zadání úlohy č. 6 a úlohy č. 9

V rámci subjektivního hodnocení úloh žáky nás zajímalo, kterou úlohu žáci hodnotili jako nejzajímavější (vyhodnocení zachycuje graf č. 3), kterou úlohu hodnotili jako nejobtížnější (vyhodnocení zachycuje graf č. 4). Zjišťovali jsme také, která úloha se žákům jevila jako nejsnazší (vyhodnocení tohoto aspektu je nad rámec tohoto příspěvku).

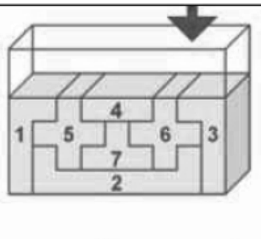


Graf č. 3 Subjektivní hodnocení respondenty - nejzajímavější úloha

Mimořádné postavení mezi úlohami zaujímá úloha č. 7 (viz obrázek č. 2). Čeští i egyptští žáci ji hodnotili jako nejobtížnější z úloh (20,3 %, 22,0 %, graf č. 4). Čeští žáci ji však současně hodnotili jako nejzajímavější úlohu (21 %) přičemž ji úspěšně vyřešilo 28,7 % českých respondentů. V pořadí úspěšnosti řešení úloh byla úloha č. 7 až na 5. místě. Je příjemným ujištěním, že netradiční kontext úlohy má silný motivační potenciál. Egyptští žáci úlohu č. 7 hodnotili jako 3. nejzajímavější, podle úspěšnosti se u nich zařadila také na 3. místo.



Graf č. 4 Subjektivní hodnocení respondenty - nejobtížnější úloha

7.		V jakém pořadí bys **nemohl** zasunout jednotlivé díly do stavebnice? A) 2, 7, 5, 6, 4, 1, 3 B) 2, 7, 5, 1, 6, 4, 3 C) 2, 7, 6, 3, 4, 5, 1 D) 2, 7, 6, 5, 3, 1, 4

Obrázek č. 2 Zadání úlohy č. 7

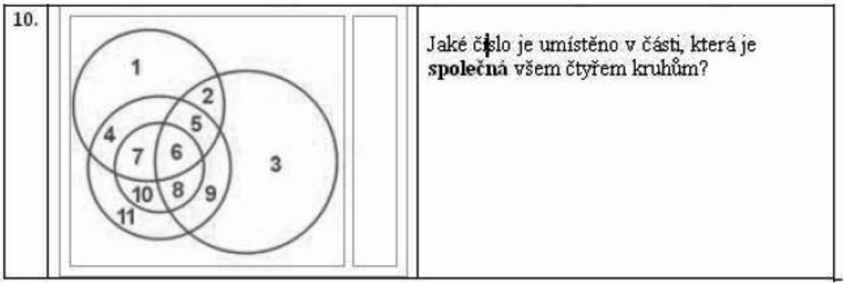
Egyptští žáci (21,4 %) považovali za nejzajímavější úlohu č. 1. (viz obrázek č. 3). Z hlediska náročnosti ji považovali za druhou nejtěžší - s tímto hodnocením koresponduje i pořadí úspěšnosti řešení. Tato úloha zaujala až 8. místo. Úspěšně

1.	Které další číslo následuje v řadě: 1 3 7 15 31 63 ? A) 127 B) 126 C) 81 D) 138

Obrázek č. 3 Zadání úlohy č. 1

ji řešilo 25,3 % egyptských žáků. V hodnocení českých žáků úloha č. 1 zaujala obecně průměrné hodnocení. Z hlediska zajímavosti ji žáci zařadili až na 5. místo. S 42,3 % úspěšných řešitelů se zařadila v úspěšnosti až na místo šesté. Možným zdůvodněním je to, že s podobnými úlohami se čeští žáci běžně setkávají v učebnicích matematiky a úlohy tohoto typu pro ně nepředstavují žádnou „novinku".

Z hlediska subjektivního hodnocení žáků je zajímavá i úloha č. 10, která je zachycena na obrázku č. 4. Je to úloha, při jejímž řešení byli egyptští žáci úspěšnější než žáci čeští. Současně se jedná o úlohu s nejmenším rozdílem v úspěšnosti českých a egyptských žáků (d = 7,4 %). Pro obě dvě skupiny respondentů úloha



Obrázek č. 4 Zadání úlohy č. 10

patřila k nejzajímavějším úlohám - egyptští žáci ji zařadili na 2. místo, čeští žáci na místo třetí. Pro české žáky tato úloha byla spojena s vysokou náročností. Rozdíl mezi vnímání náročnosti mezi egyptskými a českými žáky byl d = 7,3 %. Možnou interpretací je, že se egyptští žáci s úlohami podobného charakteru setkávají častěji než žáci čeští.

3. Závěr

Výzkumné šetření MLB (Mathematical Literacy across Borders) nám přineslo řadu podnětů a neobvyklých srovnání. Matematika má svůj univerzální rozměr, ale výuka matematiky je poměrně úzce spjata se sociokulturním prostředím dané země. Některé závěry dopadly podle našich očekávání, jiné nás překvapily. Bylo zajímavé se dívat na „stejnou“ matematiku „očima“ různých kultur. V závěru článku patří naše poděkování zejména prof. M.M. Nouhovi z Faculty of Education of Alexandria University a jeho kolegům, kteří se na výzkumu MLB aktivně podíleli.

Příspěvek byl zpracován s podporou interního projektu PdF UP v Olomouci „Výzvy vzdělávání nové generace v matematice“.

Literatura

1. ČEŠKOVÁ, J. *Rozvíjení matematické gramotnosti žáků primární školy při řešení nestandardních matematických úloh.* Diplomová práce. Olomouc, 2012.
2. HRUBÁ, I. *Matematická gramotnost na 1. stupni základních škol.* Diplomová práce. Olomouc, 2015.
3. NOAH, M.M. *Math Education via Foreign Language in Primary Schools: Polices & Conceptual Issues. In: Uhlířová, M. (ed) Matematika 6 - Acta Universitatis Palackianae Olomucensis.* Olomouc: Vydavatelství UP, 2014. ISSN 0862-9765.

Kontaktní adresa

RNDr. Martina Uhlířová, Ph.D., doc. RNDr. Jitka, Laitochová, CSc.
Katedra matematiky PdF UP v Olomouci, Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Tel: +420 585 635 712, +420 585 635 701
E-mail: martina.uhlirova@upol.cz, jitka.laitochova@upol.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

SYMETRIA V PRIMÁRNOM MATEMATICKOM VZDELÁVANÍ

Anna VAŠUTOVÁ

Abstrakt

Tvorba a rozvíjanie matematických predstáv v predprimárnej a primárnej matematickej edukácii zohrávajú, z pohľadu miery úspešnosti (či neúspešnosti) v neskoršom matematickom vzdelávaní, zásadnú úlohu. Podľa Uherčíkovej a Haverlíka (2007) je pre človeka najvhodnejším obdobím na rozvíjanie geometrických predstáv, teda priestorovej predstavivosti, ktorá ich podmieňuje, predškolský a mladší školský vek. Obsah primárneho matematického vzdelávania v danej oblasti je na Slovensku podľa odborníkov stále poddimenzovaný. Príspevok prezentuje možnosti rozvíjania predstáv o symetrii v rovine na 1. stupni základnej školy.

Kľúčové slová: osová súmernosť, rotácia, symetria, translácia, primárne vzdelávanie

SYMMETRY IN PRIMARY MATHEMATICS EDUCATION

Abstract

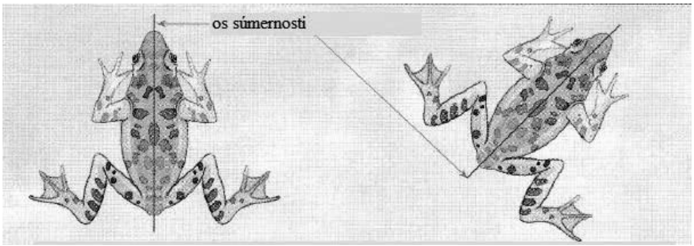
Creation and development of mathematical conceptions in pre-primary and primary mathematical education has an essential role in terms of measuring success (or failure) in later mathematical education. According to Uherčíková and Haverlík (2007), the most appropriate time for the person to develop geometrical conceptions, hence spatial imagination, which conditions them, is preschool and younger school age. According to experts, the content of primary mathematical education in that area in Slovakia is still undersized. The paper presents the possibilities of developing conceptions of symmetry on the first level of primary school.

Key words: axial symmetry, rotation, symmetry, translation, primary education

1. Primárne matematické vzdelávanie

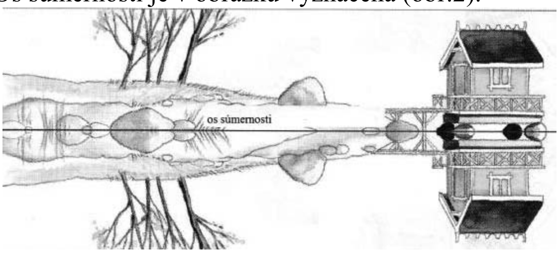
V súčasnosti na Slovensku prebiehajú reformné snahy v podobe vzniku a postupného zavádzania do praxe inovovaného Štátneho vzdelávacieho programu pre primárne vzdelávanie (2015). Podľa uvedeného záväzného pedagogického dokumentu sa v školskom roku 2015/2016 vzdelávajú žiaci prvých ročníkov základných škôl. Vzdelávanie v ostatných ročníkoch primárnej školy sa riadi Štátnym vzdelávacím programom ISCED1 – primárne vzdelávanie. Matematické vzdelávanie spadá v oboch prípadoch do vzdelávacej oblasti *Matematika a práca* *s informáciami*. Problematika symetrie alebo zhodných zobrazení v rovine sa nachádza iba v obsahu iŠVP (2015). Konkrétne v 1. ročníku v podoblasti *Geometria meranie* sa požaduje, aby žiak vo štvorcovej sieti dokreslil (dorysoval) osovo súmerný obrázok. V 2. ročníku sa požaduje, aby žiak dokreslil (dorysoval) vo štvorcovej sieti zhodný obrázok (v posunutí). V ŠVP Matematika – Príloha ISCED1 (2009) uvedená oblasť geometrie absentuje. Didaktické prostriedky na Slovensku obsahujú úlohy z danej oblasti na propedeutickej úrovni, pričom ide najmä o dokresľovanie chýbajúcej polovice osovo súmerných obrázkov v štvorcovej sieti alebo o prekresľovanie zhodných obrázkov v posunutí.

Pri prezentovaní návrhov úloh, ktoré môžu slúžiť ako inšpirácia pri uplatňovaní postupu tvorby predstáv o zhodných zobrazeniach v rovine v primárnom vzdelávaní sú využité fínske didaktické prostriedky s názvom Tuhattaituri (Haapaniemi et al.). V uvedených pracovných zošitoch je zavedená problematika symetrie už v 1. ročníku a to aj prostredníctvom pojmu osi súmernosti na osovo súmerných obrázkoch živočíchov. Jej existencia je vysvetlená ako prípad, keď pomocou nej môžem rozdeliť obrázok na dve rovnaké časti, ktoré sú zrkadlovým obrazom jeden druhého. Úlohou žiakov je následne znázorniť na osovo súmerných obrázkoch ovocia, zeleniny, predmetov dennej potreby alebo číslic os súmernosti.



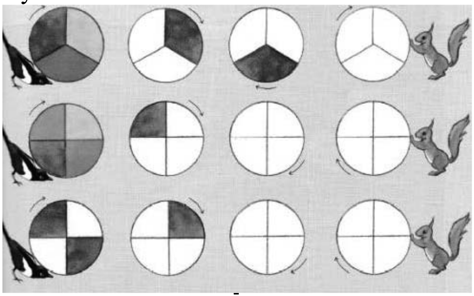
Obrázok 1 Zavedenie osi súmernosti

V nasledujúcich úlohách žiaci dokresľujú chýbajúcu polovicu osovo súmerného obrázka podľa zvislej osi súmernosti v štvorcovej sieti. Manipulačné aktivity nadväzujúce na sprostredkované poznatky sú zamerané na tvorbu zhodných zobrazení prostredníctvom vystrihovania jednoduchých papierových skladačiek. V tom istom ročníku sa rozširuje predstava o osovej súmernosti na obrázkoch objektov, ktoré nie sú samodružné v osovej súmernosti, pričom na zavedenie používajú princíp zrkadlenia a uvedený pojem používajú aj na pomenovanie rovnakej situácie. Os súmernosti je v obrázku vyznačená (obr.2).



Obrázok 2 Zrkadlenie

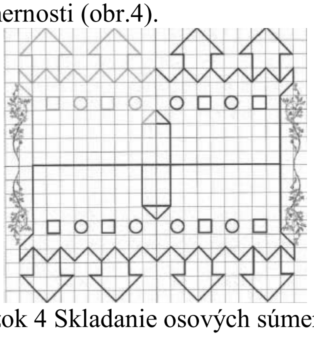
Žiaci majú za úlohu určiť či na rôznych obrázkoch (najmä s prírodným motívom) ide o zrkadlenie alebo nie. Ďalej dokresľujú obrazy veľkých tlačených písmen vo štvorcovej sieti, keď majú daný vzor a to s využitím zvislej aj vodorovnej osi súmernosti. Neskôr riešia podobné úlohy bez pomoci štvorcovej siete, pričom prepisujú obraz celého slova, rovnako pomocou zvislej aj vodorovnej osi súmernosti. V 1. ročníku sa žiaci okrem osovej súmernosti stretnú aj s úlohami, ktoré využívajú iný typ zhodného zobrazenia v rovine, a to rotáciu. Úlohy sú primárne zamerané na postupnosti, pričom žiaci majú odhaliť pravidlo postupnosti a doplniť nasledujúce členy radu.



Obrázok 3 Postupnosti s využitím rotácie

Rovnako ako na Slovensku obsahujú analyzované pracovné zošity úlohy s využitím zhodného zobrazenie typu posunutie. Ide najmä o obrázky znázornené v štvorcovej sieti, kde úlohou žiakov je nakresliť rovnaký obrázok do prázdnej siete vpravo alebo vľavo. Rozdielom je, že ide o samostatné štvorcové siete, pričom je možné jednoznačne vnímať vzor a obraz, zatiaľ čo vzor nie je osovo súmerný podľa osi súmernosti. Žiaci tak môžu zároveň vnímať rozdiel v prípade dvojice osovo súmerných obrázkov a obrázkov zhodných v posunutí. Na Slovensku sa častejšie využíva opakované kreslenie daného vzoru v štvorcovej sieti, čím vzniká abstraktný kompaktný obrazec alebo ako vzor slúži osovo súmerný obrázok, preto nie je možné rozlíšiť typ zhodného zobrazenia a chápať tak ich rozdiely.

V 2. ročníku sa zvyšuje náročnosť pri kreslení zhodných zobrazení tým, že ide o skladanie osových súmerností a úlohou žiakov je vytvoriť obraz vzoru postupne cez zvislú a vodorovnú os súmernosti (obr.4).



Obrázok 4 Skladanie osových súmerností

Vo vyšších ročníkoch primárneho vzdelávania sa vyskytujú v pracovných zošitoch úlohy zamerané na identifikovanie a následné vyznačovanie osí súmernosti na rôznych rovinných geometrických útvaroch, pričom v prípade kruhu sa žiaci dozvedajú, že počet osí súmernosti je nekonečný.

Obrázok 5 Osi súmernosti v rovinných geometrických útvaroch

Úroveň náročnosti úloh sa zvyšuje aj tým, že obrázky znázornené v štvorcovej sieti sú osovo súmerné podľa diagonálnej osi alebo tým, že postupne tvoria zložitejšie abstraktné obrazce v rovine.

V slovenskom kontexte sa úroveň úloh z oblasti zhodných zobrazení v rovine v primárnom vzdelávaní zásadne nezvyšuje. Úlohy sú riešené na propedeutickej úrovni. Nie je zavedený pojem osi súmernosti, dokonca sa os súmernosti v obrázkoch znázornených v štvorcovej sieti často nevyznačuje a rovnako nie sú prezentované situácie s tzv. zrkadlením.

Záver

Tematická oblasť zhodných zobrazení v rovine doposiaľ absentovala v kurikule primárneho matematického vzdelávania napriek tomu sa úlohy z uvedenej oblasti nachádzajú v existujúcich didaktických prostriedkoch. Prezentované návrhy úloh je možné využiť nielen v pedagogickej praxi, ale aj v rámci pregraduálnej matematickej prípravy študentov študijného programu Predškolská a elementárna pedagogika aj s rozšíreným vyučovaním anglického jazyka. Tí môžu prezentovaný materiál využiť v rámci svojej vlastnej pedagogickej praxe alebo pri tvorbe návrhov úloh aplikovateľných metódou CLIL do vyučovania matematiky na 1. stupni základnej školy. Uvedenej problematike sa v súčasnosti odborne venujú napríklad Tomková (2013), Šimčíková (2014), Prídavková (2013), Mokriš (2013) a Scholtzová (2013), ktorí za týmto účelom postupne spracúvajú niektoré vybrané témy elementárnej matematiky, z ktorých sa pre študentov pripravujú potrebné výučbové materiály. Bohatým zdrojom inšpirácií sú v tomto prípade kurikulárne dokumenty z rôznych krajín, ktoré jednotlivé témy sprístupňujú často rôzne.

Príspevok je čiastkovým výstupom grantového projektu KEGA č. 021PU-4/2015 Tvorba učebných zdrojov pre matematické pregraduálne vzdelávanie elementaristov v cudzom jazyku.

Literatúra

1. HAAPANIEMI, S. et. al. Tuhattaituri 3b, opikirja. Helsinki: Otava. 2008. ISBN 978-951-1-22476-1.

2. HAAPANIEMI, S. et al. Tuhattaituri 1b, opikirja. Helsinki: Otava. 2007. ISBN 978-951-1-20805-1.
3. HAAPANIEMI, S. et al. Tuhattaituri 2b, opikirja. Helsinki: Otava. 2008. ISBN 978-951-1-20807-5.
4. MOKRIŠ, M. Príroda v úlohách z geometrie. In: Matematyka w przyrodzie i sztuce - matematyka i przyroda i sztuka w ksztalceniu powszechnym: tom 3. Nowy Sacz: Wydawnictwo Naukowe Panstwowej Wyzszej Szkoly Zawodowej w Nowym Saczu, 2013. s. 93 -104. ISBN 978-83-63196-46-2.
5. PRÍDAVKOVÁ, A. Modely pojmov teórie množín s prírodovedným námetom. In: Matematyka w przyrodzie i sztuce - matematyka, przyroda i sztuka w ksztalceniu powszechnym: tom 3. Nowy Sacz: Panstwowa Wysza Szkola Zawodowa w Nowym Saczu, 2013. s. 155 – 166. ISBN 78-83-63196-46-2.
6. SCHOLTZOVÁ, I. Miery v primárnej edukácii – čas. In: Matematyka w przyrodzie i sztuce - matematyka i przyroda i sztuka w ksztalceniu powszechnym: tom 3. Nowy Sacz: Wydawnictwo Naukowe Panstwowej Wyzszej Szkoly Zawodowej w Nowym Saczu, 2013. s. 177-185. ISBN 978-83-63196-46-2.
7. ŠIMČÍKOVÁ, E. Matematická príprava žiakov v Japonsku – výzva pre inováciu prípravy žiakov na Slovensku. In: Edukacja ku przyszlosci. Wyzwania i zaniechania w wychowaniu przedszkolnym i ksztalceniu wczesnoszkolnom. Siedlce: Siedleckie Towarzystwo Naukowe. 2014. s. 235-247. ISBN 978-83-62160-19-8.
8. Štátny vzdelávací program - MATEMATIKA (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami). Príloha ISCED 1, 2009 [online]. Bratislava: ŠPÚ [cit. 1. október 2015]. Dostupné z: http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/1stzs/isced1/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced1.pdf.
9. Štátny vzdelávací program pre primárne vzdelávanie – 1. stupeň základnej školy, 2015 [online]. Bratislava: ŠPÚ [cit. 1. október 2015]. Dostupné z: http://www.statpedu.sk/sites/default/files/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/matematika_pv_2014.pdf
10. TOMKOVÁ, B. Matematické vzdelávanie 6-10 ročných žiakov vo Francúzsku. In: Matematika v primárnej škole: rôzne cesty, rovnaké ciele - zborník príspevkov z vedeckej konferencie s medzinárodnou účasťou. Prešov: PU v Prešove, PF. 2013. s. 246-250. ISBN 978-80-555-0765-1.
11. UHERČÍKOVÁ, V. a I. HAVERLÍK. Didaktika rozvíjania základných matematických predstáv. Bratislava: DONY. 2007. 53 s. ISBN 978-80-968087-4-8.

Kontaktní adresa

Mgr. Anna Vašutová, PhD.
Katedra matematickej edukácie PF PU v Prešove
Ul. 17. Novembra č. 15, 080 01 Prešov
Telefón: +421 51 7470 540
E-mail: anna.vasutova@unipo.sk

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

VYUŽITÍ ICT VE VÝUCE MATEMATIKY V PRIMÁRNÍM VZDĚLÁVÁNÍ

Jan WOSSALA, Lenka JANSKÁ

Abstrakt

Moderní technologie se staly běžnou součástí života téměř každého z nás. Čím dál více nástrojů z oblasti ICT má za úkol nám pomáhat a usnadňovat život. Zatímco starší generace se do tohoto moderního světa postupně dostávají, současná mládež se do této doby již narodila a je tedy zcela běžnou součástí jejich života. Některé teorie mluví o tzv. net generation, případně digitálních domorodcích. Vzdělávací proces by měl reflektovat veškeré aktuální trendy, takže samozřejmě i vliv ICT a integrovat ho do svých metod a přístupů. Jednou z aktuálních snah o zatraktivnění a zlepšení výuky byl projekt zaměřený na integraci tabletů do škol.

Klíčová slova: tablety, výuka, digitální domorodci, matematika, aplikace

ICT IN MATH LESSONS AT PRIMARY SCHOOLS

Abstract

Modern technologies have become a common part of life for almost everyone. More and more the ICT tools aim to helping us and making our lives easier. While the older generation find themselves in this modern world gradually, the current youth have been born to this modern world and is therefore completely normal part of their lives. Some theories talking about the net generation, or digital natives. The educational process should reflect all the current trends, so well as the impact of ICT and it should integrate it into education methods and approaches. One of the current try to improve the teaching attractiveness was a project aimed at tablets integrating into schools.

Key words: tablets, education, digital natives, mathematics, aplication

1. Úvod

Moderní technologie se staly běžnou součástí života téměř každého z nás. Jejich vliv je znát snad téměř ve všech oblastech. Kromě obrovského vlivu sociálních sítí a využívání internetu, začínáme čím dál častěji využívat tzv. "chytré" věci. Od chytrých telefonů, hodinek, ledniček, bot apod. až po "chytré" systémy auta, kdy můžeme vůz pomocí aplikace v tabletu či smartphonu na dálku nastartovat, nastavit si topení na požadovanou teplotu, zapnout vyhřívání sedaček, nastavit navigaci a v případě některých prototypů i zadat autonomní zaparkování.

Nastavený trend tak je poměrně zřejmý a nezbývá než se mu přizpůsobit, chceme-li v tomto "chytrém" světě plnohodnotně fungovat.

Trendům společnosti je třeba přizpůsobovat i další oblasti života, zejména vzdělávání. Nejen z pohledu využívání moderních technologií pro účely zlepšení či zatraktivnění výuky, ale také s přihlédnutím na měnící se přístupy současné mládeže k ICT.

2. Digitální domorodci

Na rozdíl od starší generace, která s počítači a internetem začala pracovat až v pozdějším věku, současná generace se do světa ICT již narodila a je pro ni proto mnohem samozřejmější. To se pak může odrážet i na jejich schopnostech a přístupech.

Některé současné teorie pracují s pojmy jako je "net generation" nebo "digitální domorodci" (digital natives). Jedním z autorů, pracující s těmito teoriemi, je Marc Prensky. Podle něj současná generace, která se již do světa moderních technologií narodila - tedy generace digitálních domorodců - vykazuje určité specifické znaky při práci. Mezi ně patří například:

- Podpora multitaskingu, tedy vykonávání více činností současně - u žáků například psaní domácích úkolů a u toho poslouchání hudby či komunikace s přáteli.
- Jiný přístup k informacím - preferují online zdroje před tištěnými. Jsou zvyklí si jakoukoliv informaci ihned vyhledat na internetu.
- Při seznamování se s novým zařízením či programem nejdříve zkouší funkčnost intuitivně, až následně, pokud se jim nedaří, využijí návodů a uživatelských příruček.
- Preferují online komunikaci pomocí sociálních sítí, elektronické pošty, messengerů atd.

Jejich opakem jsou tzv. digitální imigranti, tedy lidé, kteří s moderními technologiemi přišli do styku až v pozdějším věku, nejsou pro ně tedy tak přirozené. Tito lidé preferují tištěné zdroje informací před elektronickými, komunikují raději telefonem a osobně, než "online", nepodporují tak dobře vykonávání několika činností současně apod. Tyto dvě skupiny nejsou samozřejmě pevně oddělené, vzájemně se prolínají a v obou lze najít zástupce opačné skupiny. Proto tyto teorie stále podléhají výzkumům, jejichž úkolem je doložit právě existence těchto typů osob.

3. ICT ve školách

Informační a komunikační technologie (ICT) jsou ve školách používány již dlouhou dobu. Od historických meotarů, přes modernější datové projektory, interaktivní tabule, hlasovací zařízení, až po aktuální tablety. Využívání těchto moderních pomůcek si našlo své příznivce, ale také i odpůrce. Je pravdou, že ne vždy je vhodné použití počítačů či interaktivní tabule jen z důvodu "aby se to používalo". Tyto nástroje mohou být jak velmi užitečným a účinným nástrojem v zefektivnění či zatraktivnění výuky, tak při nevhodném či nadměrném použití i naopak mohou snižovat kvalitu výuky. Příkladem může být např. matematika. V rámci rýsování je výhodné využít aplikace pro dynamické zobrazení geometrie, kdy během pár kliknutí může vyučující žákům ukázat různé alternativy jak konstrukce, tak samotného výsledku. Ale v žádném případě by se nemělo setrvávat pouze u tohoto "počítačového" rýsování. Žáci by si vždy měli rýsování vyzkoušet primárně "ručně" a tento dynamický počítačový systém využít až jako doplněk a rozšíření výuky.

Každopádně vyučující mají v současnosti opravdu nepřeberné množství techniky, kterou mohou ve své výuce použít - meotary, vizualizéry, počítače, notebooky, datové projektory, interaktivní tabule, hlasovací zařízení, skenery (např. pro hromadné vyhodnocování testů), ale stejně tak i nepřeberné množství programů a aplikací - od základního balíku MS Office pro prezentace, interaktivní cvičení v Excelu, přes tematicky zaměřené aplikace či online webové aplikace a didaktické hry určené pro užší spektrum témat, až po opravdu propracované programy jako například GeoGebra, Cabri Geometrie, Maple, apod.

V posledním přibližně roce a půl jsou však v rámci inovací na školách v České republice asi nejvíce zmiňovaným tématem především projekty zaměřené na tablety ve výuce. V tomto článku nebudeme diskutovat nad tím, zda integrace tabletů do výuky je či není dobrá a přínosná. To ukáže pravděpodobně až čas. Ale dovolím si tvrdit, že při vhodném a účelném využití může skrývat poměrně zajímavý potenciál. Pojďme se tedy podívat na tablety ve školním prostředí trochu podrobněji.

4. Tablety ve výuce

V rámci projektů se na školy dostávaly tablety obsahující všechny tři hlavní operační systémy v mobilních zařízeních – Windows, Android i iOS. Každý z těchto OS má své výhody i nevýhody, nelze tu tedy určit, který by byl nejvhodnější pro vyučovací proces. Pro každý z nich lze najít poměrně široké spektrum aplikací využitelných v hodinách většiny vyučovacích předmětů. Co však např. schopnosti vyučujících pracovat s jednotlivými systémy? Ti, kteří již nějaký čas využívají chytrý telefon v soukromém životě, je přechod na tablet, který podporuje stejný OS, poměrně snadný. Jedná-li se však o vyučující, kteří chytré telefony stále nevyužívají, mohl by se zdát ideální tablet s Windows. Bohužel ani to v mnoha případech není zárukou rychlého zvyknutí si na nové zařízení. Na školách jsou poměrně často na počítačích stále nainstalovány Windows 7, případně i mnohem starší Windows XP. Zatímco v tabletech většinou běží Windows 8.1 (případně později Win 10), který je oproti starším verzím poměrně rozdílný. Pro mnoho učitelů tak přechod na tablety znamenal učení se mnoha novým věcem a tím pádem byl spojen i s poměrně výraznou skepsí. Tento skeptický přístup byl často také podpořen absencí příslušenství a horšími možnostmi konektivity. Ne každá škola měla dostatek vlastních finančních zdrojů na dokoupení obalů, paměťových karet, zařízení pro propojení s dataprojektory či vytvoření dostatečně kvalitní WiFi sítě v rámci školy, která by byla schopna zajistit bezproblémový chod takovéto „tabletové třídy“. Učitelé tak bojovali s tím, jak tablety transportovat či jak připojit do školní sítě. Často se také dotazovali, co vlastně tablety umí navíc oproti počítači s projektorem, který již v učebnách mají. Všechny tyto nedostatky snad odstraní případné navazující projekty, povědomí o možnostech a výhodách by ale učitelé měli mít už nyní.

Při plném využití potenciálu tabletů ve třídách by mohla výuka probíhat například tak, že žáci mají tablety po celou hodinu a využívají je jako učebnici (díky interaktivním učebnicím a elektronickým studijním materiálům), jako sešit (pro psaní poznámek i celého zápisu) i jako pracovní sešit či pracovní list (díky programům pro správu třídy, které umožňují rozeslání souborů – např. předpřipraveného pracovního listu či zadání testu – a následné sesbírání dokončených úkolů). To vše by ale nebylo možné bez sofistikované správy třídy. Současné programy (např. Classroom Management) umožňují velmi komplexní správu takovéto výuky:

- vytvoření virtuální třídy, kam se mohou přihlásit pouze tablety opravdu jen těch žáků, kteří jsou aktuálně ve třídě (tedy eliminace přihlášení žáků ze sousední třídy)
- kompletní správu hodiny – rozeslání či posbírání pracovních listů, vytvoření a vyhodnocení ankety či elektronického testu
- kontrolu nad prací žáků – tedy náhledy obrazovek aktuálně zobrazující dění na jednotlivých zařízeních, možnosti zablokování přístupu na internet či možnost povolit jen některé stránky či aplikace, případně „zmrazit“ úplně tablet pro pozastavení práce třídy

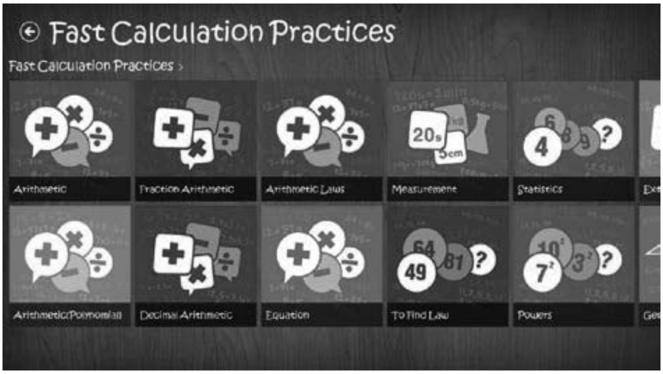
Ač to na první pohled může vypadat jako futuristická představa, ve skutečnosti už pár let běží některé pilotní projekty, testující využitelnost tabletů ve třídách. Například ve Finsku na fakultní škole University of Eastern Finland už v roce 2013 fungovaly dvě třídy, jejichž žáci měli k dispozici po dobu studia iPady, které jim nahrazovaly kompletní vybavení do školy – učebnici, sešit, pracovní listy a domácí úkoly (díky možnosti nosit si iPady domů a pracovat na nich i ve volném čase). V českém prostředí běží také pilotní projekty takovýchto tříd, i když většinou bez možnosti užívání tabletu i doma. Ukázkou může být referenční třída ASUS Edu Class na Základní škole B. Hrozného v Lysé nad Labem.

5. Tablety v hodinách matematiky

Tablety jsou využitelné víceméně ve všech vyučovacích předmětech na všech stupních škol. Aplikace či programy jsou zaměřené na většinu oblastí učiva, případně lze využít alespoň interaktivní či elektronické učebnice. Zkusme se zaměřit konkrétně na matematiku, zejména na prvním stupni ZŠ. V rámci referenční ASUS Edu Class na výše uvedené základní škole je nejvíce využíván software EduBase. Jedná se o placený program od společnosti DOSLI, která se zabývá vývojem výukových aplikací. Výhodou programu je, že většina komponent klientské (žákovské) části je realizována přes webový prohlížeč, není tedy tak úzce vázán na konkrétní operační systém. EduBase je univerzální nástroj pro učitele různých předmětů. Pro hodiny matematiky jsou předchystané výukové aktivity Porovnávání čísel, Sčítání a odčítání, Násobení a dělení, kdy všechny aktivity na žákovských tabletech vygenerují úkoly dle zadaných parametrů (množství, téma, vyhodnocení). Učitelé si dále pomocí autorského nástroje mohou vytvářet svá cvičení dle vlastních požadavků.

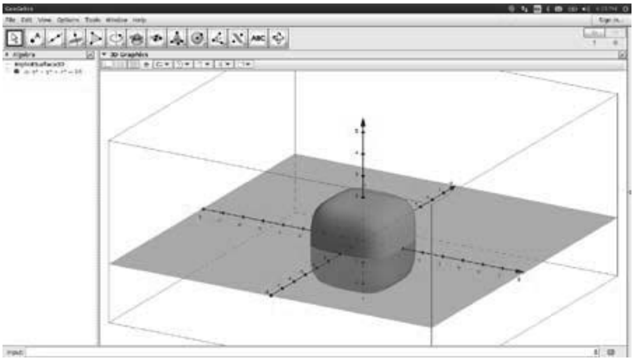
Obrázek 1 Prostředí matematických aktivit programu EduBase

Samozřejmě existují další aplikace pro hodiny matematiky na prvním stupni základních škol. Ukázkou mohou být programy iMath a MathQuiz, oba programy jsou pro tablety s operačním systémem Windows. Oba nabízí procvičování nejen základních matematických operací, ale také převodu jednotek a dalších typů příkladů. Navíc je jejich ovládání poměrně intuitivní, žáci by tak s nimi neměli mít žádné potíže.



Obrázek 2 Prostředí aplikace iMath (Windows Store)

Jedním ze skvěle propracovaných a velmi rychle se rozvíjejících programů je GeoGebra, kterou lze využít opět na všech typech škol, od prvního stupně základních škol, až po výuku geometrie, algebry i matematické analýzy na vysokých školách. Kromě rychlého vývoje aplikace, kdy tvůrci rozšiřují použití i na další oblasti matematiky oproti původní „pouze“ geometrii, velmi pružně reagují i na trendy mobilních zařízení. GeoGebra tedy není ke stažení pouze pro stolní PC s operačním systémem Windows, Linux i Mac OS X, ale i pro tablety s třemi nejrozšířenějšími OS – Android, Windows, iOS. Aktuálně je už k dispozici i verze pro smartphony s Androidem a dokonce ho lze spustit i jako aplikaci (online bez instalace) ve webovém prohlížeči Chrome. Je tedy vidět, že GeoGebra je využitelná pro téměř všechny zařízení, s kterými se jak ve školním prostředí, tak i obecně v běžném životě setkáme.



Obrázek 3 Prostředí programu GeoGebra

6. Závěr

Tablety a ICT obecně nabízí velmi široké spektrum aktivit a možností, jak zefektivnit či zatraktivnit výuku. Vždy je třeba volit jejich využití s uvážením, aby šlo opravdu o účelné zakomponování do výuky. Ale se současným trendem se z těchto pomůcek a technologií stává pomalu ale jistě nedílná součást vyučovacího procesu.

Literatura

1. *EduBase* [online]. 2016 [cit. 2016-03-01]. Dostupné z: http://www.edubase.cz/metodicke-materialy.php#nasobeni-a-deleni
2. *GeoGebra* [online]. 2016 [cit. 2016-02-28]. Dostupné z: http://www.geogebra.org/
3. PRENSKY, Marc. *Digital Natives, Digital Immigrants.* On the horizon [online]. Vol. 9, no. 5. 2001. Dostupné z: http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf
4. *Referenční škola Asus EDU class* [online]. 2014 [cit. 2016-03-01]. Dostupné z: http://asuseduclass.cz/referencni-skola-asus-edu-class_10.html

Kontaktní adresa

Mgr. Jan Wossala
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Telefon: +420 585 635 709
E-mail: jan.wossala@gmail.com

Mgr. Lenka Janská
Katedra technické a informační výchovy, Pedagogická fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouci
E-mail: janska.upol@seznam.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

MÖBIŮV LIST

Tomáš ZDRÁHAL

Abstrakt

Cílem příspěvku je ukázat, jak mohou i žáci 1. stupně základní školy aktivně zkoumat ty vlastnosti útvarů, které zůstávají beze změny, jestliže je tento útvar deformován. A to prostřednictvím Möbiova listu - jednostranné neorientovatelné plochy. Vhodnými úkoly jsou žáci vmanévrováni do situací, kdy musí sami (na základě vlastních pokusů) odpovědět na spousty otázek, které se v souvislosti s tímto listem objevují.

Klíčová slova: Möbiův list, topologie.

MÖBIUS STRIP

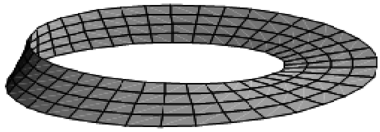
Abstract

The aim of this paper is to show how elementary school pupils can actively explore these properties of figures which remain unchanged, if the figure is deformed. All is done by means of the Möbius strip - one-sided non-orientable surface. Pupils are by suitable tasks involved into situations where they have themselves (by trials) to answer a lot of questions that are related to this strip.

Key words: Möbius strip, topology.

1. Plocha s jednou stranou

Proužek papíru, který má jen „jednu stranu“, může žákům 1. stupně názorně ukázat, co mohou způsobovat deformace dvojrozměrné plochy do třetího rozměru. Nejprve si takový proužek (jmenuje se Möbiův list podle jednoho ze zakladatelů topologie, německého matematika 19. století) žáci sami vyrobí: Vystřihnou z papíru proužek a obě kratší strany slepí, přičemž se proužek ještě před slepením překroutí o 180 stupňů. Kdyby proužek slepili bez otáčení, měl by dvě strany, které by bylo možno nabarvit dvěma různými barvami. Avšak k nabarvení Möbiova listu bude žákům stačit jedna barva, jak se sami mohou lehce přesvědčit.



Stačí, aby umístili hrot tužky např. do středu proužku a kreslili čáru půlící tento proužek tak dlouho, až se dostanou do místa, odkud vyšli. Sami si tedy ověřili, že Möbiův list má jen jednu stranu a jednu hranu. Další pozoruhodné vlastnosti Möbiova listu, případně jeho různých variant, mohou žáci, podle našich pokynů - viz část 2 Experimenty s Möbiovým listem, dělat zcela samostatně. Nejprve je však můžeme motivovat následujícími úvahami, přičemž jim ukážeme známý obrázek holandského malíře Mauritse Eschera znázorňující pohyb mravenců po Möbiově listu:

Představte si, že jste mravenci, kteří se nacházejí na Möbiově listu. Můžete se z něj dostat jenom tak, že po něm pořád půjdete? Ne, nemůžete, tento proužek papíru je pro vás celý svět. Můžete jít stále rovně a vrátíte se do výchozího bodu. Ale jste sice na původním místě, ale to, co jste měli na začátku cesty nalevo, máte teď napravo. Teprve když znovu obejdete celý proužek dokola, je všechno jako dřív. Zvláštní, že?

2. Experimenty s Möbiovým listem

V této části necháme žáky nejprve o odpovědích přemýšlet, teprve potom jim „dovolíme“ provést popisovanou akci. Poznamenejme zde, že při našich experimentálních hodinách se ukázalo, že úkoly zde uvedené i jejich výsledky byly pro ně více než jenom „zvláštní“…

- Co se stane, když Möbiův list rozstřihneme podél čáry, která vede podél celého listu v jeho půlce?
- Co se stane, když Möbiův list rozstřihneme podél čáry, která vede podél celého listu v jedné třetině jeho šířky?
- Co se stane, když Möbiův list rozstřihneme podél čáry, která vede podél celého listu v jedné čtvrtině jeho šířky?
- Bez praktického pokusu odhadněte, jaký by byl výsledek, kdybychom rozstřihli Möbiův list v jedné pětině jeho šířky?

Další aktivity můžeme dělat s proužkem, který získáme tak, že proužek před slepením překroutíme nikoliv o 180° (což byl případ Möbiova listu), ale o celých 360°.

- Kolik stran má takovýto proužek?
- Co se stane, když tento proužek rozstřihneme podél čáry, kterou jsme udělali v půlce jeho šířky?
- Co se stane, když tento proužek rozstřihneme podél čáry, kterou jsme udělali v jedné třetině, v jedné čtvrtině, v jedné pětině jeho šířky?

Nyní záleží jen na zájmu našich žáků, abychom mohli dělat obdobné praktické i myšlenkové pokusy s proužkem, který získáme tak, že původní proužek před slepením otočíme o 540°, popř. o 720°. Můžeme klást stejné otázky, jako nahoře. Budeme-li dostatečně trpěliví, žáci na ně po patřičných praktických pokusech určitě správně odpoví.

Literatura

1. BENNET, A. B., NELSON, L. T. *Mathematics, an activity approach*. Boston, London, Sydney, Toronto, 1985.
2. CIHLÁŘ, J. *Rozvoj myšlení ve vyučování matematice.* 1.vyd. Ústí nad Labem: Univerzita Jana Evangelisty Purkyně, 2005. 146 s.
3. RYS, P., ZDRÁHAL, T. *Induktivní a deduktivní myšlení v matematice.* Od činnosti k poznatku, ZU Plzeň, 2003. 164-167.

Kontaktní adresa

Doc. RNDr. Tomáš Zdráhal, CSc.
Katedra matematiky PdF UP
Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc
Telefon: +420 585 56 5710
E-mail: tomas.zdrahal@upol.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

PREDIKCE ŽÁKOVSKÝCH ŘEŠENÍ PRO ROZVOJ DIDAKTICKÉ EMPATIE

Renáta ZEMANOVÁ

Abstrakt

V experimentu necháme 84 dětí ve věku 5–6 let na papír zaznamenat krychlovou stavbu postavenou ze šesti krychlí čtyř barev. Provádíme predikci, jak děti zaznamenají tuto stavbu jako celek a jak zaznamenají jednotlivé její části, které se liší svou náročností záznamu (krychle ve druhém podlaží, krychle v čelním pohledu skryté). Predikci porovnáváme se skutečností. Ukazujeme funkci predikce jako nástroje pro rozvoj didaktické empatie učitelů.

Klíčová slova: krychlová stavba, zobrazovací metoda, predikce žákovských řešení, didaktická empatie

PREDICTING PUPILS' SOLUTIONS TO DEVELOP DIDACTIC EMPATHY

Abstract

In an experiment, authors let 84 children aged 5–6 sketch a cube structure comprising of six cubes of four colors. Authors made predictions of the ways children would portray this structure as a whole and its individual parts, which are difficult to include (cube on the second level; cube hidden in front view). Authors compare the predictions with children's solutions. Predictions are introduced as a useful tool for the development of didactic empathy of teachers.

Key words: cube structure, depiction method, predicting pupils' solutions, didactic empathy

1. Formulace problému

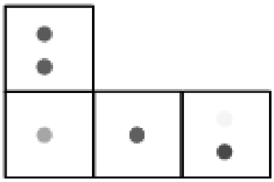
Predikce výsledků a strategií žákovských řešení matematických úloh lze využít jako účinný nástroj rozvoje didaktické empatie učitelů. V procesu predikce autor:

1. vyřeší úlohu,
2. odhadne všechna možná řešení úlohy, která žáci mohou předložit,
3. odhadne zastoupení konkrétních žákovských řešení,
4. porovná svůj odhad se skutečností,
5. zvažuje příčiny rozdílů mezi predikcí a skutečností.

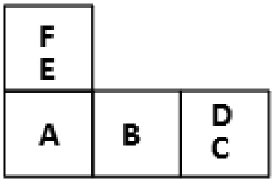
Náš výzkum je součástí bádání v oblasti rozvoje didaktické empatie učitelů, kterému se autorka článku dlouhodobě věnuje, např. (Jirotková, Zemanová, 2013). Používáme aktuální poznatky k strukturaci poznávacího procesu (Krpec, 2015).

2. Metodologie výzkumu

Vycházíme z experimentu realizovaného v roce 2014 se skupinou 168 dětí ve věku 5–6 let (Zemanová, 2015). Děti byly rozděleny do dvojic, každá dvojice pracovala s experimentátorem samostatně. Jednomu dítěti (kreslič) byl předložen reálný model krychlové stavby, obr. 1 (plán stavby, v jednotlivých čtvercích půdorysu značeny barevně krychle ležící na sobě) s výzvou, aby stavbu zaznamenalo na papír tak, aby ji jeho kamarád (druhé dítě ve dvojici, stavitel) dokázal podle tohoto záznamu postavit. Experiment dále pokračoval, nyní použijeme jen tuto jeho část. Kreslič měl k dispozici záznamový arch a pastelky odpovídající barvám krychli ve stavbě. Před realizací experimentu autorka zpracovala jednotlivé fáze predikce (1–5, viz kap. 1).



Obrázek 1 Stavba – plán



Obrázek 2 Stavba – identifikace krychlí

Predikci žákovských řešení jsme provedli v pěti částech, jejichž vymezení bylo dáno specifickou myšlenkou nutnou pro záznam jednotlivých krychlí A–F, obr. 2:

1. záznam stavby jako celku,
2. záznam krychlí A, B, C – přední řada krychlí v prvním podlaží,
3. záznam krychle D – žlutá krychle ve druhém podlaží,
4. záznam krychle F – modrá krychle ve druhém podlaží ležící na „skryté“ červené krychli,
5. záznam krychle E – červená krychle „skrytá“ za přední řadou krychlí.

V každé části jsme odhadli všechny možné výsledky, resp. strategie a procentuální zastoupení kresličů, kteří tohoto výsledku dosáhnou, resp. tuto strategii použijí. Výsledky jsme zpracovali do tabulek tak, že ke každému pozorovanému jevu uvádíme v počtech kresličů P – predikci, R – skutečnost, D – rozdíl mezi predikci a skutečností. Počet jsme získali využitím původně procentuálního odhadu s použitím skutečného počtu kresličů. Hodnotili jsme kvalitu predikce rozdílem mezi predikcí a skutečností (H), škálujeme: ++ rozdíl do počtu 6, + rozdíl v počtu 7–11, ± rozdíl v počtu 12–16, - rozdíl v počtu 17–21, - - rozdíl v počtu 22 a více (odpovídá Likertově škále 1–5). Konkrétní meze jsme nastavili užitím kvalifikovaného odhadu.

3. Predikce výsledků a porovnání se skutečností

Ad1) Záznam stavby jako celku. Predikovali jsme, že: a) všech 84 kresličů zobrazí krychle jako čtverce, b) 63 kresličů tyto čtverce vybarví, ostatní (21 kresličů) zobrazí barevně jen jejich hranici, c) všichni kresliči zobrazí čtverce bez mezer. Porovnání predikce (P), skutečnosti (R), rozdíl mezi nimi (D) a hodnocení kvality predikce (H) uvádíme v tabulce 1 (čtverec nebo obdélník) a tabulce 2 (vybarvení, mezery). Za zásadní chybu našeho odhadu považujeme to, že jsme vůbec nepočítali s možností zobrazení krychle jako obdélníka a použitím mezer.

	Zobrazení krychlí (čtverec nebo obdélník)											
	Čtverce				Obdélníky							
					Jen krychle D–F				Všechny krychle			
	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H
Počet dětí	84	71	13	±	0	8	8	+	0	5	5	++

Tabulka 1 Zobrazení stavby jako celku (čtverce a obdélníky)

	vybarvení								mezery											
	ne				ano				ne				ano							
													jen A–C				všude			
	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H
Po čet dě	21	33	12	±	63	51	12	±	84	58	26	--	0	23	23	--	0	3	3	++

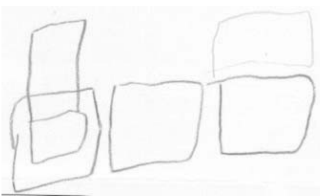
Tabulka 2 Zobrazení stavby jako celku (vybarvení a mezery)

Ad2) V predikci zobrazení krychlí A–C jsme předpokládali, že 76 kresličů zobrazí tři čtverce vedle sebe v odpovídajících barvách (zleva zelená, červená, modrá), 4 kresliči nedodrží barevné uspořádaní, a 4 kresliči úlohu nezačnou řešit. Porovnání predikce (P), skutečnosti (R) a rozdíl mezi nimi (D) uvádíme v tabulce 3. Za zásadní chybu naší predikce považujeme jen to, že v rozporu s naším odhadem neexistovalo žádné dítě, které by krychle nezobrazilo vůbec.

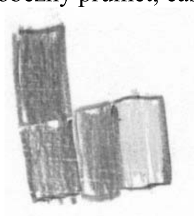
	Zobrazení krychlí A–C											
	Správně – pořadí barev				Chybně – pořadí barev				Nezobrazí			
	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H
Počet dětí	76	82	6	++	4	2	2	++	4	0	0	++

Tabulka 3 Zobrazení krychlí A–C

Ad3) Co se týče zobrazení krychle D, předpokládali jsme, že 76 kresličů ji zobrazí do nárysu (např. obr. 3) a 8 do půdorysu (např. obr. 4). Porovnání predikce (P), skutečnosti (R) a rozdíl mezi nimi (D) uvádíme v tabulce 4. Neuvažovali jsme, že by kresliči zobrazili krychli jinak (volný rovnoběžný průmět, část obdélníka).



Obrázek 3 Záznam kresliče 1



Obrázek 4 Záznam kresliče 2

	Zobrazení krychle D											
	Do nárysu				Do půdorysu				Jinak			
	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H
Počet dětí	76	77	1	++	8	4	4	++	0	3	3	++

Tabulka 4 Zobrazení krychle D

Ad4) Co se týče zobrazení krychle E, předpokládali jsme, že bude pro kresliče nejobtížnější. 59 kresličů ji zobrazí do půdorysu, 17 kresličů ji nezobrazí vůbec, 8 kresličů ji zobrazí jako čtverec umístěný mimo nárys a půdorys. Porovnání predikce (P), skutečnosti (R) a rozdíl mezi nimi (D) uvádíme v tabulce 5. Způsoby zobrazení krychle E jsou nejrozmanitější, oproti našemu očekávání 3 způsobů jich kresliči použili 6: proti očekávání použili a) nárys (2 případy, např. obr. 3), b) obdélník, resp. jeho část ke zdůraznění skryté polohy krychle (15 případů), c) jiné zobrazení krychle (5 případů). Uvedená hodnocení kvality vzhledem k těmto okolnostem neodpovídají skutečností (naše hodnocení nebylo dobré, objevila se nová kvalita).

	Zobrazení krychle E																							
	Do půdorysu				Nezobrazí				Čtverec mimo nárys a půdorys				Obdélník nebo jeho část				Do nárysu				Jinak			
	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H
PD	59	36	23	--	17	4	13	±	8	22	14	±	0	15	15	±	0	2	2	++	0	5	5	++

Tabulka 5 Zobrazení krychle E, PD – počet dětí

Ad5) Co se týče zobrazení krychle F, predikovali jsme, že všichni kresliči použijí nárys nebo půdorys. Oba tyto obrazy vypadají vzhledem k poloze krychle ve výsledku stejně, nicméně orientujeme se podle způsobu zobrazení ostatních krychlí ve stavbě. Předpokládali jsme, že 67 kresličů zobrazí krychli F jako čtverec „nad" obraz krychle E (v nárysu), 7 kresličů ji zakreslí jako čtverec „přes" obraz krychle E (v půdorysu), přičemž 4 ponechají krychli D v nárysu a 3 ji přemístí do půdorysu. Porovnání predikce (P), skutečnosti (R) a rozdíl mezi nimi (D) uvádíme v tabulce 6. Způsoby zobrazení krychle F byly nejobtížněji identifikovatelné, hlavní problém byl v nejednoznačné interpretaci pohledu. Dobře jsme odhadli počet kresličů, kteří krychli zobrazí do nárysu, ačkoli jsme nezahrnuli možnost, že by v nárysu měli všechny krychle stavby (očekávali jsme krychli E v půdorysu). Dobrý odhad byl i v počtu kresličů, kteří krychli F zobrazí do půdorysu (a současně budou mít v půdorysu všechny krychle stavby). Výrazně jsme se však odchýlili od skutečností v odhadu počtu kresličů, kteří krychli F zobrazí v půdorysu, ale krychli D ponechají v nárysu (±). Nepočítali jsme s možností, že by někdo krychli zobrazil jinak.

	Zobrazení krychle F																			
	Do nárysu								Do půdorysu								Jinak			
	Krychle E je v půdorysu				Všechny krychle jsou v nárysu				Krychle D je v půdorysu				Krychle D je v nárysu							
	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H	P	R	D	H
P D	6 7	7 4	7	+	0	2	2	+ +	4	5	1	+ +	3	1	2	±	0	2	2	+ +

Tabulka 6 Zobrazení krychle F, PD – počet dětí

4. Závěr

Při opakování podobného experimentu by již naše predikce byly lepší, a to jednak kvalitativně – zahrnutím nových možností řešení (dětský pohled na situaci naše předpoklady obohatí), jednak kvantitativně – přesnějším odhadem počtu jednotlivých případů. Přispěje k tomu naše zkušenost, kdy vidíme mnoho různých, mnohdy překvapivých řešení dětí a kdy o důvodech konkrétních řešení přemýšlíme.

Predikci výsledků jsme použili ve výuce budoucích učitelů, diskuze byla obohacena o vzájemné sdílení. Efektivní by mohlo být rozšíření schématu predikce (1–5, kap. 1), kdy by byla před krok porovnání odhadu se skutečností zařazena skupinová diskuze. Učitelé by tak v reakci na toto diskuzi (predikce svých spolužáků) mohli provést korekci vlastního odhadu. Jednou z možností je metoda kombinované diskuze, kterou jsme zkoumali jako nástroj pro rozvoj empatie učitelů v letech 2012–2013 (Jirotková, Zemanová, 2013).

Literatura

1. JIROTKOVÁ, D., ZEMANOVÁ, R. Student-Teachers´ Empathy for Pupils´ Thinking Processes when Solving Problems. *International Symposium Elementary Maths Teaching.* Praha:Charles University, Faculty of Education, 2013. s. 155-162. ISBN 978-80-7290-637-6.
2. KRPEC, R. *Konstruktivistický přístup k výuce kombinatoriky.* 1.vyd. Ostrava: Ostravská univerzita, 2015. ISBN 978-80-7464-800-7.
3. ZEMANOVÁ, R. *Jak děti předškolního věku rozumí prostoru.* 1.vyd. Ostrava: Ostravská univerzita, 2015. ISBN 978-80-7464-801-4.

Kontaktní adresa

RNDr. Renáta Zemanová, Ph.D.
Pedagogická fakulta, Ostravská univerzita v Ostravě
Mlýnská 5, 701 03, Ostrava
Telefon: +420 597 092 650
E-mail: renata.zemanova@osu.cz

Elementary Mathematics Education 2016
April 20. – 22. 2016,
Olomouc, Czech Republic

PREFERENCIA MODELOV A NE-MODELOV TROJUHOLNÍKOV ŽIAKMI PRIMÁRNEHO VZDELÁVANIA

Katarína ŽILKOVÁ

Abstrakt

V príspevku analyzujeme výsledky žiakov 3. ročníka ZŠ v riešení úlohy zameranej na rozpoznávanie modelov a ne-modelov trojuholníkov. Skúmali sme, ktoré útvary sú pre žiakov na identifikáciu menej náročné, a ktoré im spôsobujú väčšie problémy. Zároveň sme zisťovali, či existujú v rámci identifikácie modelov a ne-modelov trojuholníkov implikačné vzťahy, ktoré umožnia vytvoriť postupnosť modelov a ne-modelov trojuholníkov v závislosti od obtiažnosti. Výsledky naznačujú, že bude možné zostaviť sériu modelov a ne-modelov trojuholníkov podľa náročnosti tak, aby sa predstavy žiakov o pojme trojuholník postupne spresňovali a nevznikali miskoncepcie.

Klíčová slova: matematické vzdelávanie, miskoncepcie, model, ne-model, trojuholník, primárne vzdelávanie, implikatívna analýza

THE PREFERENCE OF MODELS AND NON-MODELS OF TRIANGLES ACCORDING TO PUPILS OF PRIMARY EDUCATION

Abstract

In this paper we analyze the results of the third grade elementary school pupils in solving tasks aimed at detecting models and non-models of triangles. We examined, which shapes are for pupils less demanding to identify, and which cause major problems. We also investigated, whether there are implication relations when identifying models and non-models of triangles, which allow creating a sequence of models and non- models of triangles, depending on the difficulty.

The results suggest that it will be possible to make a sequence of models and non-models of triangles according to the difficulty, so that the ideas of pupils on the concept of a triangle will be gradually put more precisely and avoid misconceptions.

Key words: math education, misconception, model, non-model, triangle, primary education, implicative analysis

1. Úvod

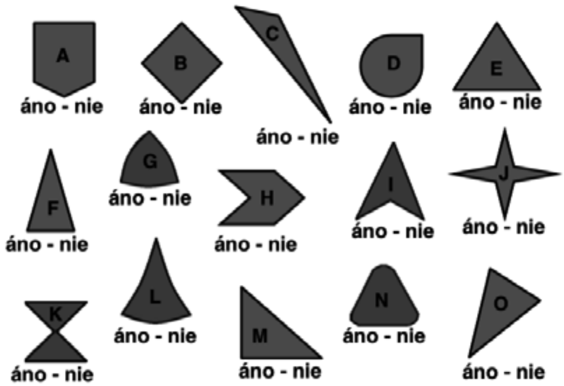
Pojem alebo koncept je mentálna reprezentácia určitej skupiny objektov, ktorá vystihuje ich charakteristické atribúty (Čáp a Mareš, 2001). Ak teda hovoríme o geometrickom pojme, máme na mysli mentálne reprezentácie viažuce sa k danému geometrickému pojmu. Ak budeme uvažovať napríklad nad pojmom trojuholník, tak mnohí si predstavia niektorý typ trojuholníka, pričom táto predstava sa veľmi často viaže na vizuálny obraz útvaru. Na vytvorenie korektnej predstavy pojmu sú však dôležité také mentálne schémy, v ktorých sa synkretizujú nielen vizuálne predstavy daného typu trojuholníka, ale najmä ďalšie významné spoločné charakteristiky a vlastnosti rôznych typov trojuholníkov, ktoré sú dôležité v neskoršom období na jeho definitorické vymedzenie. Z uvedeného dôvodu je dôležité skúmať predstavy žiakov o geometrických útvaroch a zisťovať, aké vizuálne predstavy žiakov sa najčastejšie k danému pojmu viažu. Podľa výskumov Clements a Sarama (2000), ktoré realizovali so 128 deťmi vo veku od 3 do 6 rokov vyplýva, že v identifikovaní trojuholníkov majú deti v porovnaní s ostatnými útvarmi (kruh, štvorec, trojuholník, obdĺžnik) pomerne nízku úspešnosť na úrovni 60%. Deti v tomto veku prirodzene akceptujú útvary trojuholníkového tvaru so zaoblenými stranami, naopak zasa odmietajú trojuholníky, ktoré sú „predĺžené“ alebo nie sú v horizontálno-vertikálnej polohe. Uvedené indikátory sú príznačné pre najnižšiu úroveň geometrického myslenia, ktorá je spojená práve s vizuálnymi predstavami viazanými k danému pojmu. Predpokladáme, že predstavy žiakov primárneho vzdelávania by mali byť na kvalitatívne vyššej úrovni geometrického myslenia, a že ich rozpoznávanie modelov a ne-modelov trojuholníkov, resp. aj ich ďalších vlastností nebude viazené len na istý typ vizuálnej predstavy. Rozhodli sme sa zisťovať, ktoré modely trojuholníkov žiaci prvého stupňa uprednostňujú vo svojich vizuálnych predstavách, resp. ktoré ne-modely trojuholníkov dokážu najlepšie identifikovať ako príklady útvarov, ktoré trojuholníkmi nie sú. Z dôvodu prekvapivých výsledkov a aj rozsahu príspevku budeme analyzovať výsledky len úlohy, ktorá bola zameraná na identifikáciu modelov a ne-modelov trojuholníkov podľa obrázkovej predlohy.

2. Identifikácia trojuholníkov

Výskumný súbor tvorilo 52 žiakov tretieho ročníka štyroch základných škôl. Výber škôl bol dostupný, pričom školy nemali špecifické zameranie, teda išlo o bežné školy. Vyhodnotenie výsledkov uvedieme sumárne, nebudú nás zaujímať rozdiely medzi jednotlivými školami. Cieľom je zistiť, ktoré rovinné útvary dokáže žiak 3. ročníka ZŠ identifikovať ako modely trojuholníkov, resp. či existuje preferencia medzi jednotlivými typmi modelov trojuholníkov. Výskumným nástrojom bol vedomostný test, v ktorom boli úlohy zamerané na rozpoznávanie rovinných útvarov (štvorec, trojuholník, obdĺžnik a kruh) a ich vlastnosti. Test obsahoval 4 úlohy zamerané na trojuholníky a ich vlastnosti. Najkomplexnejšou úlohou bola úloha č. 3, ktorej analýzu výsledkov uvedieme v príspevku.

Znenie úlohy: Rozhodni, ktoré z nasledujúcich útvarov (obr. 1) sú trojuholníky.

Hodnotenie úloh bolo dichotomické. Pre každý zobrazený rovinný útvar sme zaznamenávali, či žiak odpovedal správne (hodnota 1) alebo nesprávne (hodnota 0). V prípade, že žiak nevyznačil pri niektorom útvare žiadnu odpoveď, považovali sme jeho odpoveď za nesprávnu. Výsledky sme zaznamenali do tabuliek, ktoré sme vyhodnocovali nielen bežnými ukazovateľmi početností, ale naše zistenia sme aj verifikovali pomocou implikačnej analýzy.



Obrázok 1 Podklad k úlohe na identifikáciu modelov trojuholníkov

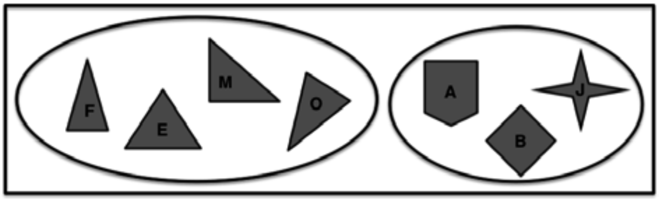
Na základe úspešnosti v riešení úloh sme zostavili frekvenčnú tabuľku (tab. 1), v ktorej sme údaje usporiadali podľa úspešnosti. Všetky útvary sme rozdelili do troch skupín podľa absolútnej početnosti správnych odpovedí.

Z tabuľky 1 vyplýva, že väčší problém robí žiakom idenfitikácia ne-modelov trojuholníkov ako identifikácia útvarov, ktoré sú modelmi trojuholníkov. V nasledujúcom texte uvedieme podrobnejšiu analýzu výsledkov z hľadiska rozpozávania jednotlivých útvarov.

	útvar	absolútna početnosť	relatívna početnosť	model/nemodel trojuholníka
I. skupina 49 - 52 bodov	3F	52	100,00%	model
	3E	51	98,08%	model
	3M	50	96,15%	model
	3O	50	96,15%	model
	3A	49	94,23%	nemodel
	3B	49	94,23%	nemodel
	3J	49	94,23%	nemodel
II. skupina 45 - 48 bodov	3C	47	90,38%	model
	3D	47	90,38%	nemodel
	3H	46	88,46%	nemodel
	3K	46	88,46%	nemodel
III. skupina 39 - 44 bodov	3G	43	82,69%	nemodel
	3L	42	80,77%	nemodel
	3I	41	78,85%	nemodel
	3N	39	75,00%	nemodel

Tabulka 1 Úspešnosť v identifikácii modelov/ne-modelov trojuholníkov

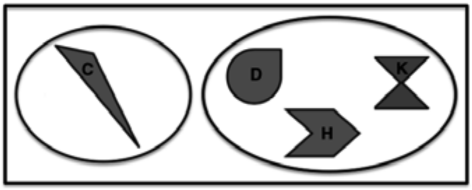
Do 1. skupiny sme zaradili tie modely a ne-modely trojuholníkov, ktoré boli identifikované správne s viac ako 91% úspešnosťou. Sú v nej zastúpené štyri útvary, ktoré sú modelmi trojuholníkov a tri útvary, ktoré nie sú modelom trojuholníka (obr. 2). Najvyššiu úspešnosť v rámci tejto skupiny sme zaznamenali pri útvaroch (označenia F, E, M, O), ktoré sú modelmi trojuholníkov. Tieto útvary sa dostatočne podobajú na prototyp trojuholníka a žiaci ich pomerne bezpečne správne identifikovali (úspešnosť viac ako 96%). Ďalej môžeme konštatovať, že model rovnoramenného trojuholníka (F) a model rovnostranného trojuholníka (E) v štandardnej horizontálno-vertikálnej polohe boli rozpoznané s najvyššou úspešnosťou.



Obrázok 2 Útvary (I. skupina), ktoré boli správne identifikované ako modely a ne-modely trojuholníkov s úspešnosťou viac ako 93%

Pre útvary zaradené v prvej skupine, ktoré neboli modelmi trojuholníkov sme zaznamenali nižšiu úspešnosť žiakov v ich rozpoznávaní. Predpokladáme, že dôvodom môže byť preferencia zastúpenia modelov trojuholníkov v učebniciach matematiky a znížený počet, resp. absentujúce ukážky útvarov, ktoré nie sú modelmi trojuholníkov.

Druhú skupinu rovinných útvarov tvorili tie, ktoré boli žiakmi identifikované správne na úrovni v rozmedzí 85% - 91% úspešnosti. Tvorí ju len jeden model trojuholníka a tri útvary, ktoré nie sú modelmi trojuholníka (obr. 3).



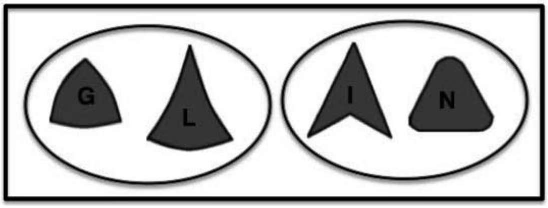
Obrázok 3 Útvary II. skupiny, ktoré boli správne identifikované ako modely a ne-modely trojuholníkov s úspešnosťou 85% - 91%

Z uvedeného je zrejmé, že zo všetkých rovinných útvarov, ktoré sú modelmi trojuholníka robí najväčší problém všeobecný typ trojuholníka. Na základe identifikácie rôznych modelov trojuholníkov podľa obrázku, skúmaní žiaci tretieho ročníka preferujú modely trojuholníkov podľa schémy na obr. 4.

Obrázok 4 Priorita rôznych typov modelov trojuholníkov

Poslednú, tretiu skupinu tvoria útvary, ktorých úspešnosť v identifikácii bola najslabšia, nižšia ako 85%. Všetky štyri útvary tejto skupiny boli ne-modelmi trojuholníka (obr. 5) a ich spoločné významné charakteristiky sú:

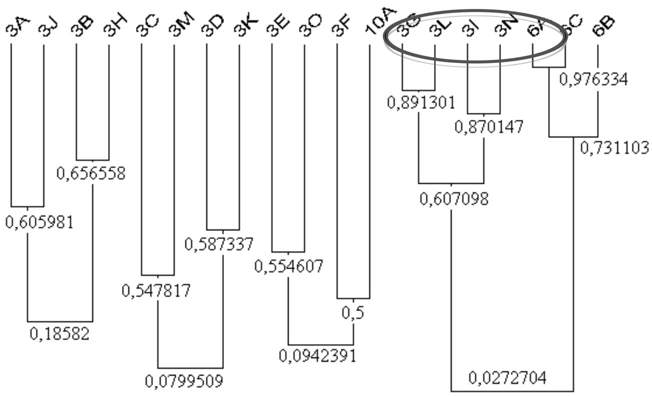
- všetky holisticky pripomínajú trojuholník;
- všetky sú v štandardnej (horizontálno-vertikálnej) polohe;
- u troch z nich sa vyskytuje zaoblenie vrcholov, resp. strán a jeden z nich je v skutočnosti štvoruholníkom.



Obrázok 5 Ne-modely trojuholníkov, ktoré spôsobovali najviac ťažkostí

Najväčší problém v identifikácii modelu, resp. ne-modelu trojuholníka spôsoboval rovinný útvar označený písmenom N, ktorý celostne pripomínal rovnostranný trojuholník v horizontálno-vertikálnej polohe, avšak v miestach vrcholov bol zaoblený.

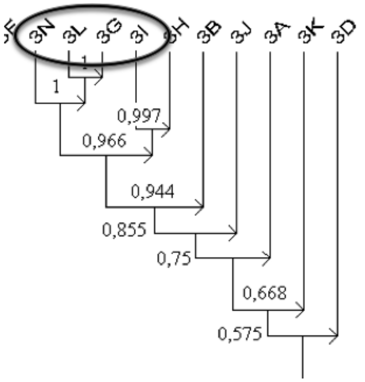
Vyššie uvedené skutočnosti potvrdzujú, že viac ako približne 20% skúmaných žiakov tretieho ročníka základnej školy nie je ešte schopných vnímať detaily rovinných útvarov. Žiaci nepovažujú za dôležité zaoblenie strán, resp. vrcholov a preferujú stále skôr holistické vnímanie útvarov. Tieto charakteristiky sú typické pre hladinu vizualizácie geometrického myslenia podľa van Hiele. Tento záver je pre nás prekvapujúci, pretože sme predpokladali, že počas prvých troch ročníkov žiaci nadobudnú dostatok skúseností s rôznymi modelmi a ne-modelmi rôznych typov trojuholníkov a dôležité významné prvky (strany, vrcholy) už nebudú žiakom spôsobovať konflikt v rámci ich uvažovania o trojuholníkoch.

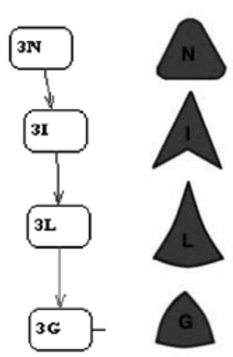


Obrázok 6 Strom podobnosti vybraných úloh o trojuholníkoch

Uvedené zistenia potvrdili aj výsledky implikačnej analýzy. V rámci vyhodnotenia všetkých úloh týkajúcich sa predstáv žiakov o trojuholníkoch sa na celkovom grafe stromu podobnosti (obr. 6) vytvorila skupina položiek, v ktorých bola preukázaná podobnosť medzi odpoveďami žiakov. Podľa tohto výsledku sme vyznačili na obr. 5 dve podmnožiny, ktorých podobnosť v odpovediach žiakov bola na dvoch, i keď približne rovnakých úrovniach ({G, L},{I, N}).

Aj strom implikácií (obr. 7a vľavo) ukázal vysokú mieru implikačnej závislosti medzi uvedenými položkami. Najintenzívnejšie závislosti sa ukázali medzi útvarmi označenými N, I, L, G. Identifikáciu útvarov s označeniami L a G (ako ne-modelov trojuholníka) môžeme na základe implikačného stromu interpretovať veľmi silnou implikačnou závislosťou zodpovedajúcou zápisu L => G. Znamená to, že buď žiaci odpovedali na obe položky rovnako (správne alebo nesprávne), alebo nesprávne odpovedali na položku L a správne na položku G. Z čoho vyplýva, že útvar s označením G bol pre žiakov o niečo ľahší ako identifikácia útvaru L. Uvedená závislosť bola preukázaná na hladine implikačnej intenzity až 99. Túto skutočnosť potvrdzuje aj implikačný graf (obr. 7b vpravo), v ktorom poloha jednotlivých položiek a farebnosť šípok zobrazuje úroveň implikačnej závislosti (implikačná závislosť na úrovni 99 je zobrazená červenou, implikačná závislosť na úrovni 95 je zobrazená modrou farbou).





Obrázok 7a (vľavo) Implikačný strom vybraných položiek o trojuholníkoch
Obrázok 7b (vpravo) Hierarchické implikácie platné pre ne-modely

3. Záver

Z výsledkov výskumov 11-12 ročných žiakov, ktoré realizovali a vyhodnocovali v rokoch 2001 – 2002 Cutugno a Spagnolo vyplýva, že žiaci pri rozpoznávaní trojuholníkov preferujú vlastnosť „má tri strany“ pred vlastnosťou „má tri uhly“. Zo zistených, preukázateľných a pomerne rozšírených miskoncepcií o trojuholníkoch odvodzujú Cutugno a Spagnolo nasledujúce závery o potenciálnych dôvodoch:

- Existencia konfliktu medzi jazykom matematiky a každodenným jazykom žiakov.
- Výskyt silnej mentálnej schémy, ktorá je príčinou zovšeobecnenia žiakov, že všetky trojuholníky majú približne rovnaké dĺžky strán a rovnakú

veľkosť vnútorných uhlov. Teda u žiakov prevláda mentálna schéma trojuholníkov ako rovnostranných, a tak ich aj znázorňujú.
- Výskyt silného mentálneho obrazu, ktorého dôsledkom je kreslenie trojuholníka s horizontálnou základňou.

Napriek tomu, že v uvedenom výskume boli administrovaní starší žiaci v porovnaní s našou cieľovou skupinou, môžeme konštatovať, že uvedené charakteristiky sú platné aj pre mladších žiakov a zrejme v útlom veku aj vznikajú. Preto je potrebné, aby v priebehu vzdelávania boli vhodne zaraďované aj ďalšie, typovo rôzne, modely a ne-modely trojuholníkov, aby boli predstavy žiakov konfrontované s dosiaľ vytvorenými prototypovými predstavami. Uvedený konflikt bude determinantom prebudovania doterajších poznatkových schém žiaka a domnievame sa, že jedine prostredníctom tohto procesu môže nastať kvalitatívna zmena v doterajšej štruktúre predstáv a poznatkov žiakov.

Poďakovanie

Príspevok je súčasťou riešenia projektu projektu VEGA 1/0440/15 „Geometrické koncepcie a miskoncepcie detí predškolského a školského veku".

Literatura

1. ČÁP, J. a MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele.* Praha: Portál, 2001. 656 s. ISBN 80-7178-463-X.
2. CLEMENTS, D. H. - SARAMA, J. *Young Children's Ideas About Shape* [online]. The National Council of Teachers of Mathematics, 2000. Dostupné na http://gse.buffalo.edu/org/buildingblocks/writings/yc_ideas_shapes.pdf
3. CUTUGNO, P. - SPAGNOLO, F. *Misconceptions about triangle in Elementary school* [online]. Dostupné na http://math.unipa.it/~grim/SiCutugnoSpa.PDF
4. GRAS, R. - SUZUKI, E. - GUILLET, F. - SPAGNOLO, F. *Statistical Implicative Analysis*. Springer, 2008. 507 s.

Kontaktní adresa

doc. PaedDr. Katarína Žilková, PhD.
Pedagogická fakulta KU v Ružomberku
Hrabovská cesta 1, 034 01 Ružomberok, SK
E-mail: katarina@zilka.sk

tisk:
Profi-tisk Group s.r.o.,
www.profitisk.cz

ISBN 978-80-905281-3-0